



# Etudes des performances ultimes d'une horloge compacte à atomes froids - Optimisation de la stabilité court-terme

François-Xavier Esnault

## ► To cite this version:

François-Xavier Esnault. Etudes des performances ultimes d'une horloge compacte à atomes froids - Optimisation de la stabilité court-terme. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT : . tel-00419197

**HAL Id: tel-00419197**

**<https://theses.hal.science/tel-00419197>**

Submitted on 22 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Systèmes de Référence Temps-Espace



## LABORATOIRE DES SYSTÈMES DE RÉFÉRENCE TEMPS-ESPACE

### THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE spécialité : physique

présentée par  
François-Xavier ESNAULT

pour obtenir le grade de  
Docteur de l'Université Pierre et Marie CURIE

Sujet :

ETUDE DES PERFORMANCES ULTIMES D'UNE  
HORLOGE COMPACTE A ATOMES FROIDS :  
OPTIMISATION DE LA STABILITE COURT TERME

Soutenue le 11 mars 2009 devant le jury composé de :

M.	Philippe	JACQUIER	Président du jury
Mme.	Anne	AMY-KLEIN	Rapporteur
M.	Philippe	BOUYER	Rapporteur
M.	Pierre	THOMANN	Examineur
M	Néel	DIMARCQ	Directeur de thèse
M.	Jérôme	DELPORTE	Membre invité
M.	Virgile	HERMANN	Membre invité



# Remerciements



Ce travail de thèse a été effectué au laboratoire SYRTE de l'Observatoire de Paris. Je tiens donc à remercier en tout premier lieu Phillip Tuckey et Noël Dimarcq, en tant que directeurs successifs du SYRTE, pour m'avoir, non seulement accueilli au laboratoire, mais aussi accordé une prolongation de financement pour la fin de ma rédaction.

Concernant les aspects matériels, je remercie le centre d'études spatiales CNES et THALES Electron Devices pour avoir pris en charge le cofinancement de ma bourse de thèse.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude aux membres de mon jury, et tout particulièrement à Anne Amy-Klein et à Philippe Bouyer pour avoir accepté la lourde charge des rapports. Je tiens à remercier Pierre Thomann pour les diverses discussions que nous avons eues et conseils qu'il m'a donnés lors des conférences ou de ma visite à Neuchâtel. Je remercie aussi Philippe Jacquier pour avoir présidé mon jury de soutenance. Enfin je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Jérôme Delporte, pour avoir suivi avec intérêt et soutenu au CNES le projet HORACE ces dernières années, et à Virgile Hermann pour m'avoir décodé et permis d'entrevoir certains aspects d'une grande entreprise comme THALES.

J'ai effectué mon travail de thèse dans l'équipe "horloges compactes" du laboratoire. Je remercie donc tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à mon encadrement. Tout d'abord mon directeur de thèse, Noël Dimarcq, véritable symbiote "homme-téléphone"<sup>1</sup>. Si son rôle de directeur du laboratoire ne m'a pas permis parfois de profiter pleinement de ses compétences scientifiques je tiens à le remercier très sincèrement pour la confiance, l'indépendance et la liberté qu'il m'a accordé durant ces quatre années. Je le remercie par ailleurs de m'avoir permis de cultiver et perfectionner mon style "désinvolte"<sup>2</sup> en m'envoyant en conférence là où, habituellement, se tiennent plutôt des compétitions de surf.

Concernant mon encadrement quotidien, je tiens à remercier tout particulièrement David Holleville avec qui j'ai passé les moments les plus intenses de ma thèse. Les plus difficiles, lors des galères expérimentales (bravo pour ton sang froid et ta maîtrise d'un extincteur à poudre!!), des rapports d'avancements ou lors des répétitions de ma soutenance. Les meilleurs, lors de l'obtention des premières franges de Ramsey (ou "lorsque la physique devient magie"), à Genève pour mon premier speech, lorsque nous filions vers North Shore et bien sûr en ce mercredi 11 mars 2009!!

---

1. Je remercie au passage H. Marion pour cette expression.

2. dixit lui même lors de la soutenance



Je remercie également Stéphane Trémine et Stéphane Guérandel, avec qui j'ai plus particulièrement interagité durant la première moitié de ma thèse, pour la patience et le bonne humeur dont ils ont fait preuve quand je n'étais qu'un apprenti métrologue.

Je tiens à remercier Roland Barillet pour son aide, sa disponibilité et les nombreux conseils qu'il m'a prodigué, notamment en électronique hyperfréquence. Je le remercie également de m'avoir insufflé l'esprit de "la petite capa", désormais légendaire parmi les doctorants du SYRTE.

Enfin je voudrais remercier tous les permanents du laboratoire qui m'ont aidé durant ces années. Je pense notamment à Philippe Laurent, pour les corrections de mon manuscrit et lors de la préparation de la soutenance, à André Clairon, Emeric De Clercq, Michel Abgrall, Arnaud Landragin et Franck Pereira pour tous leurs conseils. Je tiens à exprimer plus particulièrement ma gratitude à Giorgio Santarelli pour sa franchise, pour ne pas avoir hésité à me "secouer" quand il le fallait, pour ses avis éclairés et son "petit" coup de pouce pour mon post-doc.

Bien que je trouve le terme beaucoup trop réducteur, je tiens à remercier tout particulièrement les différents "services techniques" du laboratoire. Tout d'abord Annie Gérard pour avoir été là sans compter lors du montage et de la mise sous vide de l'enceinte. Ensuite, toute l'équipe du service d'électronique (plutôt laboratoire d'électronique dans les faits !!) menée désormais par Michel Lours et Laurent Volodimer. Je les remercie personnellement pour leur disponibilité de tous les instants, tant au niveau des réalisations de circuits que des différents conseils techniques et trucs qui, au final, sont le coeur de l'activité métrologique du laboratoire.

Enfin, je ne saurais être complet sans remercier chaleureusement les mécanos, Jean-Pierre Aoustin, Laurent Pelay, Jean-Jacques Bousquet, Bertrand Venon et Didier Burgny. Je vous remercie bien entendu pour vos différentes réalisations mécaniques mais aussi, et surtout, pour votre accueil, votre disponibilité, pour les casse-croûtes, pour m'avoir fait découvrir quelques aspects de la mécanique et pour m'avoir offert tous ces litres de café et de bonne humeur. Merci à vous.

Merci aux informaticiens, Pascal Blondé et Emmanuel Delor pour leur efficacité et leur réactivité. Un merci spécial à Pascal pour ses conseils sur Hawaï.

Merci à toute l'équipe administrative qui a dû et su faire face à mes incompréhensions systématiques des formalités de missions. Je remercie tout spécialement Marine Pailler et Pascale Baudoin pour leur aide précieuses.

Ces 4 années à l'observatoire ont permis de créer de multiples amitiés au sein des thésards et post-doc, je voudrais remercier ici celles et ceux qui ont rendu mon quotidien si agréable.

**Natascia Castagna** Joyeuse et jolie post-doc transalpine sur CPT avec qui j'ai passé de très agréables moments.

**Rodolphe Boudot** "Vieux loup du bruit", ce gratteur de dB a été pour moi un co-bureau merveilleux. Je salue ici ses influences musicales qui ont rythmées bon nombre de mes journées de rédaction, A mi-chemin entre les Guns 'n' Roses et un certain Julio I. Ah...vous les femmes !!

**Clément Lacroute** Croisé rapidement sur les bancs de SupOptique, j'ai appris à mieux connaître cet insatiable fan de Dire Straits et Toto. Je retiendrais le lever de soleil à Kioloa et le frisbee à 7h du matin.

**Friedemann Reinhard** L'imagination, la créativité et les "grands rêves" de Friedemann restent pour moi parmi les meilleurs souvenirs du SYRTE. Qu'il s'agisse de caloducs, de fours à refusion, d'animaux gonflables ou d'ânes de béton tout paraît fabuleux quand il en parle !

**Loïc Duchayne** alias "Gros". Issu des quartiers malfamés de Ramonville, ce théoricien pugnace a largement contribué à la bonne humeur du laboratoire. Il a su nous montrer avec brillo comment lutter contre le surménage en créant notamment le célèbre "Week-end Duchayne". Je n'oublierai pas ce "Once in a lifetime..." et qu'il est bon de rester humble devant quelqu'un jouant de la flûte.

**Michael Petersen** Fidèle compagnon de badminton et amoureux des canards, ce danois est étonnant !

**Jacques Millo** A fait battre Fifi, Loulou et Momo ensemble. A n'en pas douter il incarne désormais la "classe" propre aux thésards du SYRTE.

**Philip Westergaard** L'autre beau gosse du laboratoire ! Un très fin palais de surcroît.

**Amandine Proïa** Source intarissable de ragots et bonne humeur, avec Amandine "c'est trop super" ! Je lui souhaite bon courage pour sa reconversion dans le monde des déplacements quantiques et de la creme brûlée.

**Frédéric Chapelet** Un grand merci à Fred pour sa franchise, ses figures et ses talents d'organiste !

**Nicolas Rossetto** Mon successeur sur HORACE. Je le remercie tout particulièrement pour l'organisation impeccable de mon pot de thèse. Je lui souhaite bon courage pour sa thèse.

**Stéphanie Perrin** Je remercie enfin Stéphanie auprès de qui j'ai traversé ces années à l'observatoire avec un plaisir certain. Merci à toi pour Chopin, Rachmaninov, pour les nombreux Maredsous triple - Quintine ambrée et bien sûr pour tout le reste. Bonne courage pour la suite.

Je remercie également les "nouveaux", plus particulièrement Thomas, Olga et les anciens comme Rodolphe, Xavier, Mathilde, Alexandre et Benjamin.

Je remercie évidemment Chochoï et mes ami(e)s, et tout particulièrement celles et ceux qui étaient présents à ma soutenance, Emilie, Elodie, Marie, Adrien et Guillaume. Enfin un merci spécial pour Laure, ma coloc, qui a essuyé mes sautes d'humeurs pendant ces longs mois de rédaction.

Un grand merci à toute ma famille, présente en masse à la soutenance.

Enfin, je voudrais remercier cette petite cavité en cuivre qui m'a amené au bout de moi-même mais aussi au bout du monde !



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Principes et applications des horloges atomiques</b>	<b>5</b>
1.1 Les horloges atomiques . . . . .	5
1.1.1 Définition d'un étalon de fréquence . . . . .	5
1.1.2 Historique et choix d'une référence atomique . . . . .	6
1.1.3 Etalon de fréquence et horloge atomique . . . . .	7
1.2 Principe de fonctionnement . . . . .	8
1.2.1 Principe général . . . . .	8
1.2.2 Asservissement sur la résonance atomique . . . . .	10
1.2.3 La réponse atomique . . . . .	12
1.3 Comment évaluer les performances des horloges ? . . . . .	15
1.3.1 Ecart-type d'Allan et Stabilité . . . . .	16
1.3.2 Exactitude et effets systématiques . . . . .	20
1.4 Comment améliorer les performances des horloges ? . . . . .	27
1.4.1 L'interrogation de Ramsey . . . . .	28
1.4.2 Le refroidissement d'atomes par laser . . . . .	29
1.4.3 La microgravité . . . . .	30
1.4.4 Les atomes ou ions piégés . . . . .	30
1.4.5 Le régime de Lamb-Dicke . . . . .	30
1.4.6 Les horloges optiques . . . . .	31
1.5 Principales applications des horloges atomiques . . . . .	32
1.5.1 Besoin en métrologie . . . . .	32
1.5.2 Besoin en physique fondamentale . . . . .	33
1.5.3 Besoin pour les constellations de satellites de positionnement . . . . .	35
1.5.4 Autres besoins . . . . .	40
1.5.5 Tableau récapitulatif . . . . .	42
<b>2 L'horloge HORACE : Concepts fondateurs et projets</b>	<b>43</b>
2.1 Les motivations du projet HORACE . . . . .	43
2.1.1 Besoins d'une horloge compacte de hautes performances . . . . .	43
2.1.2 Intérêts des atomes froids pour la métrologie des fréquences . . . . .	43
2.1.3 Des atomes froids pour une horloge plus compacte ? . . . . .	44
2.2 Les spécificités du fonctionnement de l'horloge HORACE . . . . .	45
2.2.1 Séquence temporelle et unicité de lieu . . . . .	46
2.2.2 Le refroidissement en lumière isotrope . . . . .	47

2.2.3	L'interrogation des atomes	53
2.2.4	La détection <i>in situ</i>	58
2.2.5	Recapture des atomes froids	59
2.2.6	Une séquence type	59
2.3	Vers la conception d'un prototype métrologique	60
2.3.1	Conclusions techniques des études menées sur les anciens prototypes.	60
2.3.2	Bref historique du projet HORACE et statut à l'été 2005	61
<b>3</b>	<b>Description du dispositif expérimental.</b>	<b>63</b>
3.1	Enceinte à vide	63
3.1.1	La zone d'interaction : le ballon de quartz	63
3.1.2	L'enceinte en titane	64
3.1.3	Contrôle de la pression de césium	64
3.1.4	Environnement ultra-vide	66
3.1.5	Environnement magnétique	67
3.2	Micro-onde	71
3.2.1	Description des sources de fréquences utilisées au laboratoire	71
3.2.2	Chaîne de fréquence micro-onde HORACE	75
3.2.3	La ligne micro-onde	78
3.2.4	Cavité micro-onde	80
3.3	Génération des fréquences optiques	90
3.3.1	Les besoins	90
3.3.2	Les lasers	90
3.4	Le banc optique	98
3.4.1	Contrôle des fréquences	98
3.4.2	Contrôle des intensités lasers	98
3.4.3	Le transport et la mise en forme des faisceaux	104
3.4.4	La détection	112
3.5	Aspects informatique	113
3.5.1	Matériel et programme utilisé	113
3.5.2	Bruit du système d'acquisition	113
<b>4</b>	<b>Evaluation expérimentale de la stabilité court terme.</b>	<b>115</b>
4.1	La phase de refroidissement laser	115
4.1.1	Les enjeux: Nécessité d'une phase de refroidissement efficace	116
4.1.2	Généralités sur le refroidissement	119
4.1.3	Refroidissement isotrope Doppler	122
4.1.4	Refroidissement sub-Doppler	124
4.1.5	Utilisation du faisceau vertical	124
4.1.6	La séquence retenue finalement	126
4.1.7	Le régime de recapture des atomes froids	127
4.1.8	Stabilité du nombre d'atomes froids	137
4.1.9	La préparation atomique	139
4.2	La détection	141
4.2.1	La détection par absorption	141
4.2.2	Les différentes séquences de détection possibles	145
4.2.3	Evaluation des différentes sources de bruit	156
4.2.4	Mesure du rapport signal à bruit en fonction du nombre d'atomes	162

4.3	Optimisation de la stabilité court-terme sur Terre . . . . .	163
4.3.1	Modélisation des performances de l'horloge . . . . .	163
4.3.2	Résultats expérimentaux sur la stabilité de fréquence court terme . . . .	164
4.3.3	Limitations et performances ultimes en fonctionnement terrestre . . . .	167
4.4	Evaluation des performances attendues en micro-gravité . . . . .	170
4.4.1	Influence de la micro-gravité . . . . .	170
4.4.2	Performances attendues en micro-gravité . . . . .	170
4.4.3	Conclusion et perspectives: vers un prototype spatial . . . . .	173
<b>5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>175</b>
<b>Conclusions</b>		<b>175</b>
5.1	Conclusion sur ce travail . . . . .	175
5.2	Perspectives . . . . .	176
5.2.1	Effets systématiques et stabilité long terme . . . . .	176
5.2.2	Un HORACE rubidium . . . . .	177
5.2.3	Vers un prototype embarquable . . . . .	178
<b>A</b>	<b>Etat de l'art des horloges atomiques</b>	<b>181</b>
A.1	Etat de l'art des horloges atomique à l'été 2008 . . . . .	181
A.1.1	Horloge à jet thermique . . . . .	182
A.1.2	Le Maser à hydrogène . . . . .	185
A.1.3	Les horloges en cellule . . . . .	187
A.1.4	Les horloges à piégeage d'atomes . . . . .	192
A.1.5	Fontaines atomiques . . . . .	196
A.1.6	PHARAO . . . . .	198
A.1.7	Horloges optiques . . . . .	200
A.2	Tableau récapitulatif des horloges . . . . .	202
<b>B</b>	<b>Notations et symboles</b>	<b>205</b>
B.1	Notations du manuscrit . . . . .	205
B.2	Données sur le césium 133 . . . . .	206
B.3	Constantes fondamentales . . . . .	207
B.4	Données astronomiques . . . . .	207
	<b>Bibliographie</b>	<b>209</b>



# Introduction

Historiquement, le développement des horloges a été soutenu par les besoins de la navigation maritime et plus particulièrement par la nécessité de déterminer précisément la longitude des navires. On citera pour mémoire les efforts de l'anglais John Harrison qui développa en 1737 un chronomètre présentant des performances étonnantes pour l'époque : il ne se décalait que d'une seconde par jour (soit un décalage relatif de  $10^{-5}$ ), mais dont la taille trop importante ne permettait pas son utilisation en mer. Il sera récompensé en 1773 pour un autre prototype plus compact et pouvant supporter les conditions d'un voyage.

Aujourd'hui, les meilleures horloges ne sont plus basées sur des phénomènes mécaniques mais sur les propriétés des atomes d'où la dénomination d'horloge atomique. Cette avancée technologique remarquable a permis au cours des cinquante dernières années de construire des horloges capables de battre la mesure avec une précision relative meilleure que  $10^{-15}$ . Ce chiffre est tellement petit qu'il en devient impalpable. A titre d'exemple, cela correspond à un décalage d'une seconde tous les 30 millions d'années ou encore il reviendrait à pouvoir estimer la distance Terre-Soleil avec une erreur comparable au diamètre d'un cheveu !

Compte-tenu de ces sensibilités exceptionnelles, les horloges atomiques trouvent des applications dans divers domaines de la physique fondamentale moderne. Elles permettent à la fois de sonder les théories des échelles macroscopiques comme la théorie de la relativité ou de la gravitation mais aussi d'affiner nos connaissances sur le monde microscopique, les atomes, grâce à la mécanique quantique. Cependant, c'est dans la navigation qu'elles trouvent leur principale application grand-public. Elles sont au coeur des systèmes de navigation les plus poussés, les constellations de satellites de positionnement telles que GPS, GLONASS, Beidou et bientôt GALILEO.

Les années 1980-90 ont vu l'avènement des techniques de refroidissement et de piégeage d'atomes par laser. Le développement de ces méthodes, permettant de contrôler aussi bien l'état interne de l'atome (niveaux d'énergie) que son mouvement et sa position a eu un impact considérable sur la métrologie atomique du temps. Imaginée dans les années 50 et réalisée dans les années 90, la fontaine à atomes froids est actuellement le meilleur étalon primaire de fréquence.

Si cet engouement, pleinement justifié, a permis de gagner plusieurs ordres de grandeur sur les performances des étalons de laboratoire, il ne s'est, en revanche, pas propagé aux dispositifs industriels ou embarqués. La nécessité d'utiliser plusieurs lasers et un banc optique généralement complexe (donc fragile) a été clairement un frein pour le transfert industriel des horloges et capteurs à atomes froids. Le projet d'horloge ACES/PHARAO est à ma connaissance le seul projet "atomes froids" dont la réalisation est confiée à un industriel. Les efforts considérables tant humains que financiers qui ont été nécessaires à la bonne marche de ce projet ne permettent pas de transposer en l'état un schéma identique même dans une version dégradée vers l'industrie.



Le projet HORACE (HORloge à Refroidissement d'Atomes en CEllule) vise à répondre à ces attentes en proposant, grâce à une géométrie de refroidissement originale, une horloge à atomes froids à la fois compacte, robuste et performante. Utilisant la technique du refroidissement en lumière isotrope, l'horloge HORACE réduit, d'une part, considérablement les contraintes sur le banc optique et, d'autre part, permet d'obtenir un volume total de quelques litres en réalisant toutes les interactions dans la cavité micro-onde.

Les principes physiques et les potentialités métrologiques du projet ont été étudiés notamment dans les précédentes thèses depuis 1997. Ces travaux ont permis de concevoir début 2005 un prototype dit métrologique permettant de donner, par des mesures de stabilité de fréquence, une démonstration probante des atouts d'une telle géométrie.

Mon travail de thèse au SYRTE, débuté en avril 2005 (stage), s'est porté dans un premier temps sur le montage, la réalisation de ce prototype et l'obtention d'atomes froids. Dans un second temps, j'ai entamé l'évaluation et l'optimisation de la stabilité de fréquence de l'horloge. Nous avons obtenu les premiers signaux de stabilité en janvier 2007 et durant les 18 mois suivants j'ai consacré l'essentiel de mon travail à l'amélioration pure de la stabilité court-terme mais aussi à la simplification du dispositif. J'ai pu atteindre à ce terme une stabilité de  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  limitée par le bruit de grenaille atomique. Cette stabilité est parmi les meilleures obtenues à ce jour sur une horloge dite compacte et ce en préservant une séquence de fonctionnement très simple. Ce niveau de stabilité est même comparable à celui obtenu usuellement<sup>3</sup> sur les fontaines atomiques.

Ce manuscrit présente les différentes étapes de mon travail de thèse et s'organise de la façon suivante :

▷ Le chapitre 1, "Principes et applications des horloges atomiques" expose les différents aspects du principe de fonctionnement d'une horloge atomique et comment ses performances sont évaluées. Il donne par la suite, les principaux effets systématiques perturbant la transition d'horloge ainsi que les moyens pour s'affranchir de ces limitations. Dans un souci didactique, il donne enfin un aperçu des différentes applications actuelles des horloges atomiques et des types de contraintes que chacune d'elles posent.

▷ Le chapitre 2, "L'horloge HORACE : Concepts fondateurs et projet" a pour vocation de présenter l'horloge HORACE et ses spécificités. On y rappelle les intérêts des atomes froids pour la métrologie des fréquences, on y trouvera notamment une présentation du refroidissement en lumière isotrope. Les grands aspects du fonctionnement temporel de l'horloge y sont exposés ainsi que les ordres de grandeurs des quantités mises en jeu.

▷ Le chapitre 3, "Description du dispositif expérimental" présente les travaux de conception, de montage et de réalisation auxquels j'ai été confrontés durant ma thèse. Ce chapitre traite aussi bien les aspects inhérents à l'enceinte à vide qu'au banc optique ou à l'électronique associée (BF et micro-onde).

▷ Le chapitre 4, "Evaluation expérimentale de la stabilité court-terme" est véritablement le coeur des résultats obtenus durant ma thèse. Il décrit les différentes optimisations faites sur le refroidissement des atomes, les principaux bruits entachant la mesure et leur réductions. Les mesures de stabilité de fréquences obtenues au laboratoire y sont présentées ainsi que leur limitations. Je me suis attaché par ailleurs à y faire transparaître le compromis souvent nécessaire entre performances pures et simplicité du dispositif. Enfin, je donne une estimation des performances attendues pour un fonctionnement en micro-gravité.

3. Usuellement signifie ici que la plupart des fontaines atomiques utilisent comme oscillateurs local un oscillateur à quartz dont le bruit de fréquence limite la stabilité globale à quelques  $10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

▷ L'annexe A : Etat de l'art des horloges atomiques donne un aperçu complet des différents types d'horloges développées et utilisées en 2008. Les principes de fonctionnement, les principales limitations y sont reportées.

▷ L'annexe B : Notations et symboles donne les différents paramètres et notations utilisés dans ce manuscrit ainsi que les données courantes et usuelles sur l'atome de césium 133.



# Chapitre 1

## Principes et applications des horloges atomiques

Ce chapitre vise à donner les différents concepts et outils nécessaires à la compréhension des horloges atomiques et étalons de fréquence. Le principe de fonctionnement, les méthodes et outils statistiques d'évaluations des performances y sont décrits ainsi qu'une liste des principaux effets systématiques. La fin du chapitre est consacrée aux principales applications de ces horloges et aux différents besoins qu'elles imposent.

Pour une description plus détaillée des différents types d'horloges, on se reportera aux thèses suivantes : [1, 2, 3] concernant les horloges à césium, et plus particulièrement celle de Paul-Eric Pottie [4] consacrée à l'horloge HORACE, pour ne citer que les expériences menées au SYRTE - Observatoire de Paris.

### 1.1 Les horloges atomiques

#### 1.1.1 Définition d'un étalon de fréquence

Un étalon de fréquence est un dispositif physique qui délivre un signal périodique utile (*ie*: que l'on peut manipuler, transmettre, etc...) dont la fréquence notée  $\nu_{osc}$  est très bien déterminée au cours du temps. Ce signal sert alors de référence de fréquence pour toutes sortes d'applications. Au même titre qu'un métronome donne le tempo au musicien, un étalon de fréquence donne le temps au physicien.

Un étalon de fréquence atomique est constitué d'un oscillateur macroscopique qui génère le signal physiquement utile (ce signal a une puissance mesurable) et d'une référence (ou résonateur) atomique qui ne délivre aucun signal physique mais qui permet d'évaluer la fréquence de l'oscillateur de manière absolue. L'oscillateur, qui est généralement basé sur un cristal de quartz ou sur un laser, fournit le signal périodique utilisable par l'expérimentateur. Cependant sa fréquence n'est d'une part pas bien définie en absolu, dépendant de la structure complexe de ce type de composants et de leurs vieillissements, et d'autre part est susceptible de fluctuer au cours du temps en raison des différents paramètres environnementaux (température, pression, humidité, vibrations, etc...) qui varient eux aussi. Afin de minimiser les fluctuations de fréquence de l'oscillateur libre, on vient périodiquement le comparer à une référence de fréquence très stable et connue de manière absolue afin de corriger le signal utile. Par ce processus, on contraint la fréquence de l'oscillateur autour de la fréquence de référence. On parle

d'asservissement du fonctionnement de l'oscillateur sur la référence. Ce processus permet de transférer toute la stabilité de fréquence de la référence à l'oscillateur.

Une analogie simple peut être faite afin d'explicitier ce mode fonctionnement. Une personne disposant d'une montre à quartz standard a confiance dans l'heure qu'elle lui fournit pendant un certain temps, typiquement quelques jours ou semaines. Pendant ce laps de temps, cette personne compare périodiquement l'heure de sa montre à celle donnée par une référence externe de confiance comme l'heure de la gare ou de l'horloge parlante. Quand cette comparaison amène à un décalage trop important alors la personne recale naturellement sa montre sur la référence. Par cette action de comparaison-correction elle asservit le comportement de sa montre sur l'heure de référence.

Dans le cas d'un étalon de fréquence atomique cette référence est donnée par la fréquence de transition entre deux états énergétiques d'un atome (on la note  $\nu_{at}$ ) ce qui justifie cette appellation.

### 1.1.2 Historique et choix d'une référence atomique

La mécanique quantique permet, par la loi de Planck, de relier la différence d'énergie entre deux niveaux d'un atome à une fréquence, appelée fréquence de transition. Dès lors, un atome soumis à un rayonnement électromagnétique dont la fréquence est proche de cette fréquence de transition peut absorber un photon de ce rayonnement et changer de niveau d'énergie. En détectant ce changement on peut alors obtenir des informations sur la fréquence du rayonnement. De plus, dans l'état actuel de nos connaissances les niveaux d'énergie, et donc les transitions atomiques, d'un atome non perturbé sont stables et universels (leurs propriétés restent les mêmes dans l'espace et dans le temps). Ceci permet de réaliser des étalons de fréquence identiques en différents endroits du globe<sup>1</sup>. Le choix d'une fréquence de transition atomique comme référence de fréquence provient de cette propriété.

Sur ce principe général, de nombreux types d'horloges peuvent être construits, vu la quantité de transitions atomiques exploitables. Historiquement, l'atome de césium 133 s'est vite présenté comme un candidat idéal de part son abondance naturelle, sa facilité de manipulation, et possédant une transition hyperfine dans le domaine micro-onde (quelques GHz), accessible du point de vue technologique dans les années 1950, débuts de la métrologie du temps atomique. Au fil des développements, les horloges au césium se sont imposées en terme de fiabilité. Ainsi en 1967, lors de la 13<sup>ème</sup> Conférence des poids et mesures, la seconde a été redéfinie comme *la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133*, faisant alors des horloges au césium des étalons primaires de fréquence. Cette redéfinition implique que la fréquence de la transition hyperfine, appelée couramment transition d'horloge, du  $^{133}\text{Cs}$  est connue de manière exacte, sans incertitude.

Cependant, l'émergence de nouvelles techniques a, par la suite, révélé les limites de l'atome de césium<sup>2</sup>, légitimant le développement d'horloges reposant sur d'autres espèces atomiques. Actuellement, on étudie encore des transitions atomiques situées dans le domaine des fréquences

1. Ceci n'est par exemple pas vrai pour une référence de temps basée sur les observations astronomiques, très dépendantes du lieu et de l'instant d'observation.

2. Le refroidissement d'atomes par laser a permis de mettre en évidence qu'aux températures très basses (quelques  $\mu\text{K}$ ) les interactions entre les différents atomes perturbaient la transition d'horloge et donc l'exactitude des horloges à  $^{133}\text{Cs}$

micro-ondes avec l'hydrogène, le rubidium ou le mercure (...) mais les principaux efforts et développements se portent maintenant dans le domaine des fréquences optiques avec le strontium, le calcium, le mercure ou encore l'ytterbium...

### 1.1.3 Etalon de fréquence et horloge atomique

La fréquence du signal délivrée par l'oscillateur asservi sur une transition atomique constitue un étalon de fréquence (primaire dans le cas du césium), qu'on peut utiliser pour faire des mesures (absolues) de fréquence. Si on associe à un étalon de fréquence un compteur capable de compter les périodes du signal d'horloge et de délivrer des tops d'horloge (tops de synchronisation) à un nombre fixé de périodes, alors on réalise une horloge atomique. Le dispositif réalise ainsi la définition de la seconde dans le cas d'une horloge basée sur le césium. On peut alors utiliser l'horloge pour construire une échelle de temps et dater des événements. Ces deux notions sont très différentes. Et c'est justement l'absence d'un compteur suffisamment rapide qui a interdit jusqu'à peu l'utilisation de transitions optiques dans la réalisation d'horloge atomique. A l'époque du choix du Césium, on maîtrisait bien les technologies micro-ondes et on était capable de réaliser un compteur fonctionnant à cette fréquence ( $\nu_{at} \sim 9.2$  GHz). Aujourd'hui encore il est impensable que l'on puisse compter directement une à une les oscillations d'une radiation optique ( $\nu_{at} \sim 500$  THz). Néanmoins, la découverte d'une méthode de comparaisons et de synthèses de fréquences optiques utilisant un laser femto-seconde a ouvert la voie vers les horloges optiques<sup>3</sup>. Dans la suite de ce manuscrit, sauf mention spéciale, les notions d'horloges et d'étalons de fréquence seront confondues par abus de langage.

---

3. La découverte et le développement de cette méthode de comparaisons a été récompensée par le prix Nobel 2005 [5]

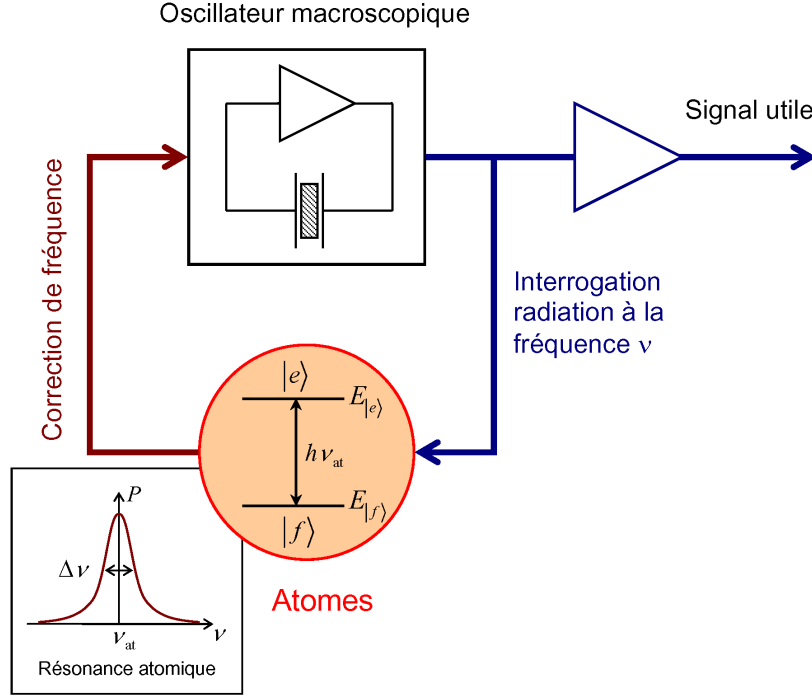


FIG. 1.1 – Principe de fonctionnement d'une horloge atomique.

## 1.2 Principe de fonctionnement

### 1.2.1 Principe général

Le rôle d'une horloge atomique consiste à délivrer un signal de fréquence stable et universelle reposant sur une résonance atomique.

Pour cela on fait interagir un champ électromagnétique appelé champ d'interrogation, dont la fréquence  $\nu$  est générée à partir de la fréquence utile  $\nu_{osc}$  délivrée par l'oscillateur<sup>4</sup>, avec un atome<sup>5</sup> présentant une résonance ou transition entre deux niveaux énergétiques à la fréquence  $\nu_{at}$ . Cette fréquence  $\nu_{at}$ , est proportionnelle à l'écart d'énergie séparant les deux niveaux (fondamental  $|f\rangle$  et excité  $|e\rangle$ ):

$$h \nu_{at} = E_{|e\rangle} - E_{|f\rangle}$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $E_{|f\rangle}$  et  $E_{|e\rangle}$  les énergies des niveaux fondamental et excité respectivement.

Selon le désaccord  $\delta = 2\pi(\nu - \nu_{at})$  entre la fréquence du signal issu de l'oscillateur et la résonance atomique, l'atome va plus ou moins répondre, c'est à dire absorber les photons du champ électromagnétique d'interrogation. Cette réponse est maximale quand ce désaccord est nul. Afin de quantifier précisément cette réponse, on définit  $P$  la probabilité de transition c'est à dire la probabilité  $P$  qu'a l'atome de réaliser la transition lors de l'interaction avec le champ. Le schéma de principe d'une horloge atomique est présenté Fig. 1.1.

4. On utilise une chaîne de fréquence pour multiplier et convertir cette fréquence (5 MHz, 10 MHz ou 100 MHz) jusqu'à la fréquence de résonance atomique.

5. En pratique cette spectroscopie est généralement réalisée sur une assemblée d'atomes afin d'augmenter le rapport signal à bruit de la mesure.

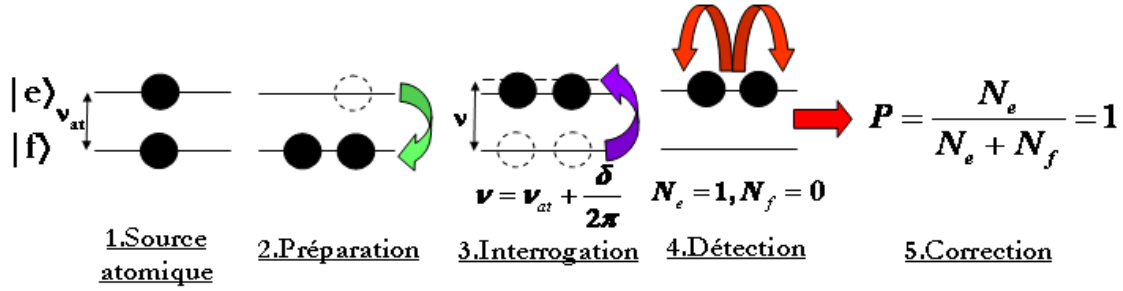


FIG. 1.2 – Séquence temporelle simplifiée d’une horloge atomique. Les différentes étapes d’un cycle d’horloge sont schématisées dans le cadre d’un système atomique à deux niveaux.

Le rôle du résonateur atomique est donc de mesurer cette probabilité de transition afin de comparer la fréquence de l’oscillateur et la fréquence atomique. En pratique cette comparaison est réalisée en cinq étapes. L’ensemble de ces cinq étapes constitue un cycle d’horloge de durée  $T_c$  (voir Fig. 1.2) :

1. **La source atomique** : Il s’agit de produire à partir d’une source atomique quelconque (phase gazeuse, liquide ou solide) un jet ou une vapeur atomique utilisable dans l’enceinte de l’expérience. Les atomes sont généralement répartis sur une multitude d’états énergétiques.
2. **La préparation** : On prépare une assemblée contenant  $N$  atomes dans les bons états internes (niveaux énergétiques,  $|f\rangle$  par exemple) et externes (vitesse, position) afin d’optimiser la spectroscopie.
3. **L’interrogation** : Les atomes sont soumis à une séquence d’interrogation de durée  $T_{int}$  pendant laquelle ils interagissent avec le champ électromagnétique à la fréquence  $\nu$  proche de  $\nu_{at}$ . Selon le désaccord  $\delta = 2\pi(\nu - \nu_{at})$  la probabilité de transition est plus ou moins grande (c’est la ”réponse” des atomes). La puissance de l’impulsion interrogatrice est optimisée pour maximiser la réponse atomique.
4. **La détection** : Les atomes sont ensuite détectés selon leur état atomique interne. On détecte le nombre d’atomes  $N_e$  et  $N_f$  présents dans chaque niveau de la transition. La valeur de chacune des populations d’atomes  $N_e$  et  $N_f$  permet de calculer la probabilité de transition  $P$  et donc la valeur du désaccord  $\delta = \nu - \nu_{at}$ . La conservation du nombre d’atomes impose  $N_{at} = N_e + N_f$  et  $P$  s’écrit :

$$P(\nu) = \frac{N_e}{N_f + N_e}$$

5. **La correction de la fréquence de l’oscillateur macroscopique** : Un asservissement permet de rétroagir sur la fréquence de l’oscillateur d’interrogation afin qu’elle reste centrée autour de l’optimum de la réponse atomique obtenu pour  $\nu = \nu_{at}$ .

Si le désaccord  $\delta$  est nul, tous les atomes initialement dans  $|f\rangle$  effectuent la transition et se retrouve dans  $|e\rangle$ , on dit que la population a été complètement inversée. La probabilité de transition est maximale et vaut alors 1. Le champ délivré par l’oscillateur est alors parfaitement résonant et la correction à appliquer est nulle. Si, au contraire,  $\delta \neq 0$  alors la probabilité est inférieure à 1 et l’on sait que l’on doit corriger la fréquence de l’oscillateur.

**La réponse du résonateur atomique permet donc de générer un signal d’erreur qui est utilisé afin de corriger les fluctuations de fréquence de l’oscillateur. On**



**tire parti de la réponse très sélective en fréquence d'une transition (ou résonance) atomique afin de sonder la pureté spectrale du signal d'interrogation.**

Le résonateur atomique se comporte comme un filtre fréquentiel passe-bande dont la bande passante est définie par la largeur  $\Delta\nu$  de la résonance atomique. L'intérêt d'une référence atomique réside dans le fait que  $\Delta\nu$  est potentiellement très étroite. Elle est de l'ordre de 100 Hz pour les horloges à jet thermique, de 1 Hz sur les meilleurs horloges micro-onde actuelles, les fontaines atomiques et peut descendre jusqu'à 0.1 Hz sur les horloges à ions piégés.

### 1.2.2 Asservissement sur la résonance atomique

#### Principe de l'asservissement

La réalisation d'un étalon de fréquence performant est conditionnée par la sensibilité en fréquence du résonateur atomique. Ce dernier doit être en mesure de discriminer clairement une variation de fréquence de l'oscillateur. Ainsi la quantité véritablement utile est non pas la probabilité  $P(\nu)$  mais plutôt sa dérivée  $\frac{\partial P(\nu)}{\partial \nu}$  qui permet d'évaluer la qualité du discriminateur de fréquence atomique. Or cette dérivée est nulle à résonance. L'asservissement ne se fait donc pas en sondant la réponse atomique à résonance puisque qu'une variation de fréquence se traduirait par une minuscule variation de la probabilité de transition. L'asservissement sur la référence atomique est donc réalisé en appliquant une modulation de fréquence carrée de profondeur  $\Delta\nu_m$  sur la fréquence d'interrogation. On vient alors mesurer alternativement la probabilité de transition de part et d'autre de la résonance. La profondeur de modulation  $\Delta\nu_m$  est choisie de manière à maximiser la sensibilité fréquentielle de la réponse atomique. Usuellement, on module le signal d'interrogation avec une amplitude  $\Delta\nu_m \sim \Delta\nu/2$  de telle sorte à sonder la courbe  $P(\nu)$  à mi-hauteur. En effet, c'est proche de la mi-hauteur (pour  $\nu = \nu_{at} \pm \frac{\Delta\nu}{2}$ ) que la pente du discriminateur de fréquence  $\frac{\partial P}{\partial \nu}$  est la plus importante. La différence de probabilité  $\delta P = P(\nu + \Delta\nu_m) - P(\nu - \Delta\nu_m)$ , obtenue en sondant successivement les deux flancs de la frange permet de construire le signal d'erreur et donc la correction  $\delta_c/2\pi$  à appliquer à la fréquence de l'oscillateur.

Sur le plan expérimental, la modulation carrée de fréquence est calculée et appliquée à chaque cycle d'horloge par l'ordinateur pilotant l'expérience via un synthétiseur de fréquence basse fréquence<sup>6</sup> (Direct Digital Synthesis ou DDS). Ce synthétiseur offre une bonne résolution<sup>7</sup> qui permet de modifier finement le désaccord entre la résonance atomique et la fréquence micro-onde d'interrogation envoyée aux atomes.

Ainsi le désaccord en fréquence  $\delta^{(k)}/2\pi$  appliqué au  $k^{\text{ème}}$  cycle d'horloge s'écrit :

$$\delta^{(k)} = (-1)^k 2\pi\Delta\nu_m + \delta_c^{(k)} \quad (1.1)$$

Le premier terme correspond à la modulation carrée de fréquence.  $\delta_c^{(k)}$  est la correction de fréquence à appliquer au  $k^{\text{ème}}$  cycle.

La suite de ces corrections  $\delta_c^{(k)}$  est définie à partir de la relation de récurrence suivante:

6. Dans la configuration choisie pour HORACE la DDS fournit un signal proche de 7.368230 MHz

7. Le modèle utilisé sur HORACE affiche une résolution de 1  $\mu$ Hz. Toutefois, l'horloge interne ne permet pas de garder cette résolution en absolue sur des temps longs et il est nécessaire d'asservir en phase le synthétiseur sur une référence de fréquence ultra-stable

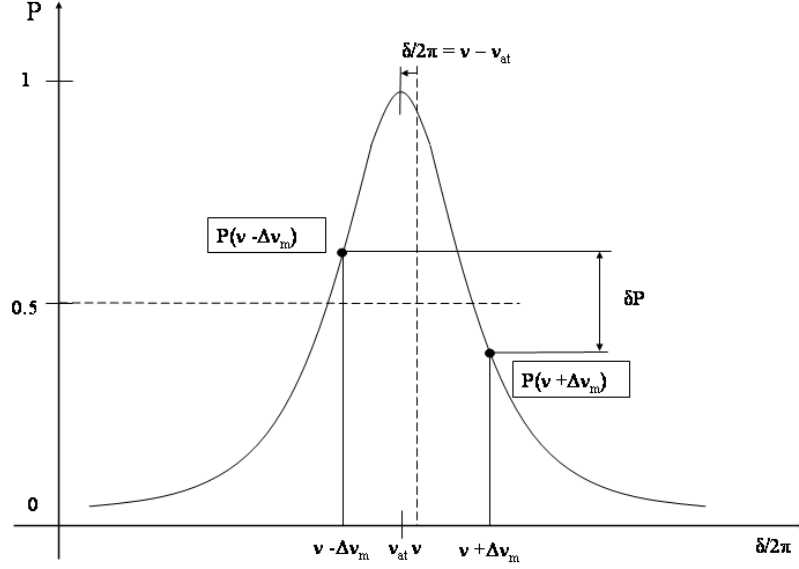


FIG. 1.3 – Principe de l’asservissement sur une résonance atomique. La fréquence  $\nu$  d’interrogation n’est pas centrée sur la résonance atomique à  $\nu_{at}$ . La modulation carrée de fréquence donne donc lieu à un déséquilibre  $\delta P$  des probabilités de transition mesurées de part et d’autre de la résonance traduisant le désaccord en fréquence  $\delta/2\pi$ . L’asservissement va peu à peu corriger ce désaccord de manière à égaliser les mesures de la probabilité de transition.

$$\delta_c^{(k)} = \delta_c^{(k-1)} + (-1)^k G (P^{(k-1)} - P^{(k-2)}) \quad (1.2)$$

où  $P^{(i)}$  est la mesure de la probabilité de transition au  $i^{\text{ème}}$  cycle et  $G$  le gain de l’asservissement.

Ce processus itératif constitue un asservissement intégral. Il conduit à un équilibre des probabilités de transition mesurées de part et d’autre de la résonance atomique. Les corrections de fréquence  $\delta_c^{(k)}$  sont enregistrées et l’ensemble de ces valeurs constitue le signal caractérisant les performances de l’horloge, en particulier la capacité de l’oscillateur à être asservi sur la résonance atomique.

### Stabilisation de l’oscillateur ou mesure de sa fréquence

La réalisation expérimentale de l’asservissement de l’oscillateur sur le résonateur atomique peut différer légèrement de la situation standard présentée Fig.1.1. En effet, le schéma de principe de la figure 1.1 est un système asservi réel dans lequel on rétroagit physiquement sur l’oscillateur afin de stabiliser sa fréquence  $\nu_{osc}$  (Par exemple, on corrige la tension pilotant l’oscillation d’un oscillateur à quartz.).

Une autre approche consiste à ne pas rétroagir directement sur l’oscillateur mais à mesurer de manière absolue sa fréquence  $\nu_{osc}$  au cours du temps. Pour cela, les corrections de fréquence  $\delta_c^{(k)}/2\pi$  ne sont plus envoyées directement à l’oscillateur mais à la DDS. Ainsi, la fréquence centrale  $\nu_{DDS}$  délivrée par la DDS est modifiée à chaque cycle afin de compenser les fluctuations de fréquence de l’oscillateur. De cette manière le signal à  $\nu_{at}$  envoyé aux atomes reste asservi sur la résonance. On ne dispose pas d’un signal utile à  $\nu_{osc}$  de grande stabilité (pas de rétroaction)

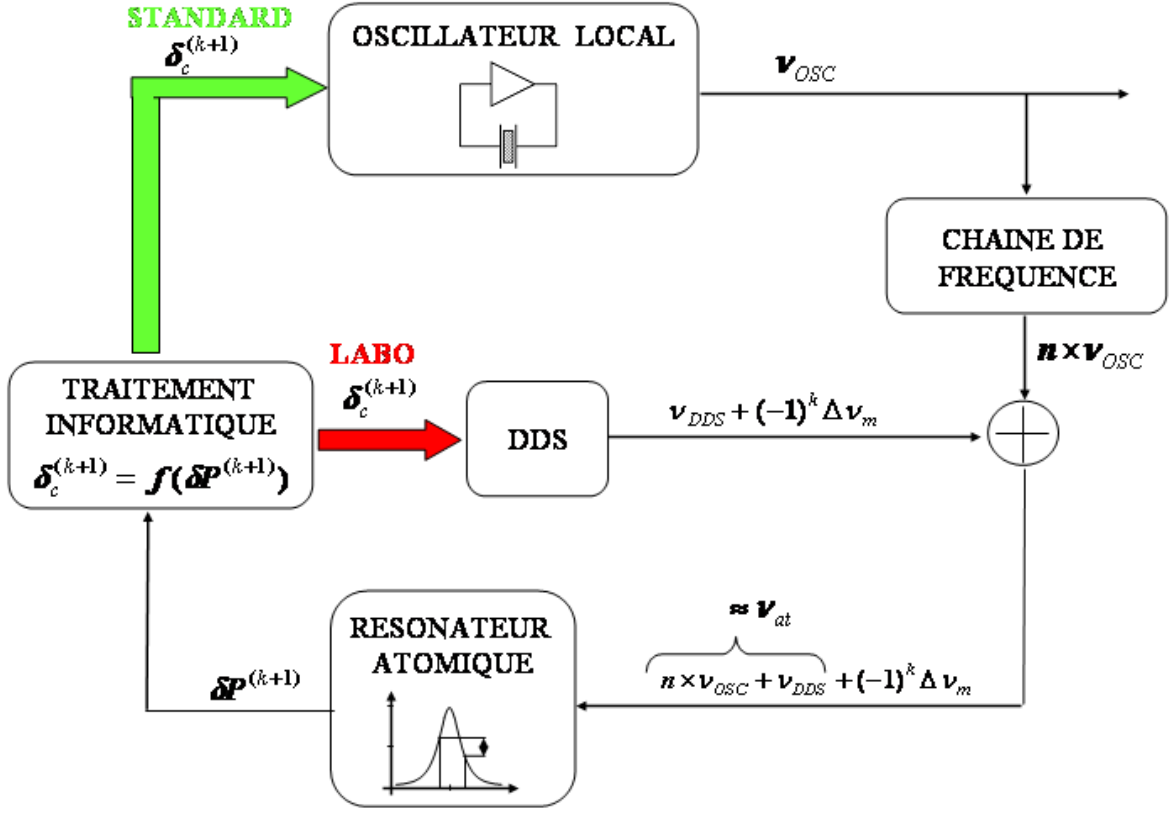


FIG. 1.4 – Schéma fonctionnel de l'asservissement sur une résonance atomique. Dans le cas STANDARD la rétroaction est faite directement sur l'oscillateur afin de stabiliser sa fréquence. C'est le cas dans les horloges commerciales par exemple. Le cas LABO montre comment on procède généralement afin de mesurer la fréquence de l'oscillateur au cours du temps sans pour autant rétroagir physiquement sur celui-ci. Dans ce cas la fréquence centrale délivrée par la DDS  $\nu_{DDS}$  est modifiée par les corrections de fréquence  $\delta_c^{(k)}$  à chaque cycle afin de compenser les fluctuations fréquentielles de l'oscillateur.

mais on mesure sa fréquence de manière très précise. Ce type de fonctionnement est celui utilisé afin d'estimer les performances de l'horloge HORACE. Il est pratique dans le cas d'une étude de prototype en laboratoire car un dysfonctionnement du résonateur atomique ne perturbe pas la qualité du signal délivré par l'oscillateur qui est généralement commun à tout le laboratoire. Il permet aussi de mesurer un même oscillateur à l'aide de plusieurs étalons de fréquence et de comparer les résultats. La figure 1.4 montre une comparaison schématique des deux types de fonctionnement.

### 1.2.3 La réponse atomique

#### Généralités

Les transitions d'horloge sont choisies entre niveaux énergétiques dits stables ou de très longue durée de vie devant les temps typiques d'interaction soit entre 0.01 et 10 secondes. De ce fait, la largeur  $\Delta\nu$  de la résonance atomique ne dépend que du temps d'interaction  $T_{int}$  entre atome et champ électromagnétique et de la méthode d'interrogation (Rabi ou Ramsey). Les

relations de Fourier entre domaines temporel et fréquentiel imposent alors:

$$\Delta\nu \sim \frac{1}{T_{int}}$$

On peut aussi voir cela à l'aide de l'inégalité de Heisenberg liant énergie et temps:

$$\Delta E \cdot \Delta T \geq \frac{\hbar}{2} \iff \Delta\nu \cdot \Delta T \geq \frac{1}{4\pi}$$

et finalement la résolution  $\Delta\nu$  sur la mesure d'une fréquence  $\nu$  pendant une durée  $\Delta T$  est limitée par :

$$\Delta\nu \geq \frac{1}{4\pi \cdot \Delta T}$$

### Elements de modélisation de l'interaction

Dans une horloge l'interrogation réalise un transfert de population entre les deux états d'horloge. On peut considérer le système atomique comme à deux niveaux ( $|3, 0\rangle$  et  $|4, 0\rangle$ ) et le champ micro-onde comme une onde monochromatique de pulsation  $\omega$  et de phase  $\phi$ . Le désaccord est noté  $\delta = \omega - \omega_{at}$ . La pulsation de Rabi du couplage est notée  $b$ . On note  $\Omega = \sqrt{b^2 + \delta^2}$  la pulsation de rabi effective.

Le formalisme de l'opérateur densité  $\rho$  permet de déterminer, sous certaines approximations et après changement de variables, les équations de Bloch. Pour une interaction entre les atomes et une impulsion d'amplitude  $b$  fixée et de durée  $t$  on peut résoudre ces équations différentielles par un formalisme matriciel [6]. L'état atomique après l'impulsion, noté  $a(t)$  se déduit de l'état initial  $a(t=0)$  par la relation :

$$a(t) = R(b, \phi, \delta, t)a(0) \quad (1.3)$$

où

$$a(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

Les termes  $a_1(t)$  et  $a_2(t)$  sont reliés aux demi différences des cohérences entre les deux niveaux considérés (termes non-diagonaux de la matrice densité). On a :  $\rho_{4,3} = \frac{1}{2}(a_1 - ia_2)e^{i\omega t} = \rho_{3,4}^*$ . Le terme  $a_3(t) = \rho_{4,4} - \rho_{3,3}$  correspond à la différence des populations.

On trouvera l'expression de la matrice  $R$  dans [6] page 624 ou dans la thèse de M.Abgrall [3]

Avec ces notations et pour des atomes préparés dans un des deux niveaux d'horloge, la probabilité de transition s'écrit:

$$P(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a_3(t)}{a_3(0)} \right)$$

Pour des atomes préparés dans  $|3\rangle$  on a :

$$a(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Afin de faciliter la compréhension nous donnons ici la forme analytique de la réponse atomique dans les cas usuels d'interrogation de Rabi et de Ramsey.

### Interrogation de Rabi

Elle correspond à une interaction unique de durée  $\tau$  entre les atomes et le champ micro-onde. L'état atomique s'écrit donc :

$$a(\tau) = R(b, \phi, \delta, \tau)a(0) \quad (1.4)$$

et on retrouve l'expression bien connue pour une puissance optimisée ( $b\tau = \pi$ ).

$$P_{Rabi}(\tau) = \frac{b^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega\tau}{2} + \phi\right) = \frac{\pi^2}{\delta^2\tau^2 + \pi^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\delta^2\tau^2 + \pi^2}}{2}\right) \quad (1.5)$$

La figure 1.5 montre la forme théorique de la résonance atomique pour une interaction de Rabi de 30 ms ainsi que la résonance observée expérimentalement sur HORACE pour une durée identique ( $\Delta\nu = 26 \text{ Hz}$ ).

### Interrogation de Ramsey

Elle correspond à deux interactions de durée  $\tau$  séparées par un temps de libre évolution de durée  $T$  (voir page 28). Le déphasage entre les deux impulsions est noté  $\Delta\phi$ . Usuellement, on a  $T \gg \tau$ . A l'issue de cette séquence l'état atomique s'écrit:

$$a(\tau + T + \tau) = R(b, \Delta\phi, \delta, \tau).R(0, 0, \delta, T).R(b, 0, \delta, \tau)a(0) \quad (1.6)$$

qui donne pour  $\Delta\phi = 0$

$$P_{Ramsey}(\tau, T) = \frac{4b^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \left[ \cos\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta T}{2}\right) - \frac{\delta}{\Omega} \sin\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta T}{2}\right) \right]^2 \quad (1.7)$$

Pour une puissance optimisée, c'est à dire réalisant une interaction totale  $\pi$  ( $b\tau = \pi/2$ ), l'expression 1.7 se simplifie, proche de la résonance ( $\delta\tau \ll 1$ ), en:

$$P_{Ramsey}(\tau, T) = \frac{\pi^2}{4\delta^2\tau^2 + \pi^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{4\delta^2\tau^2 + \pi^2}}{4}\right) [1 + \cos(\delta T)] \quad (1.8)$$

Le premier terme en facteur de l'expression 1.8 décrit l'enveloppe de Rabi de largeur  $1/\tau$ . Le second facteur, oscillant avec  $\delta$  traduit le phénomène d'interférence atomique et donc l'apparition de franges de largeur  $1/2T$ .

La figure 1.5 montre la forme théorique de la résonance atomique pour une interaction de Ramsey de 2.5+25+2.5 ms ainsi que la résonance observée expérimentalement sur HORACE pour une durée identique ( $\Delta\nu = 20 \text{ Hz}$ ).

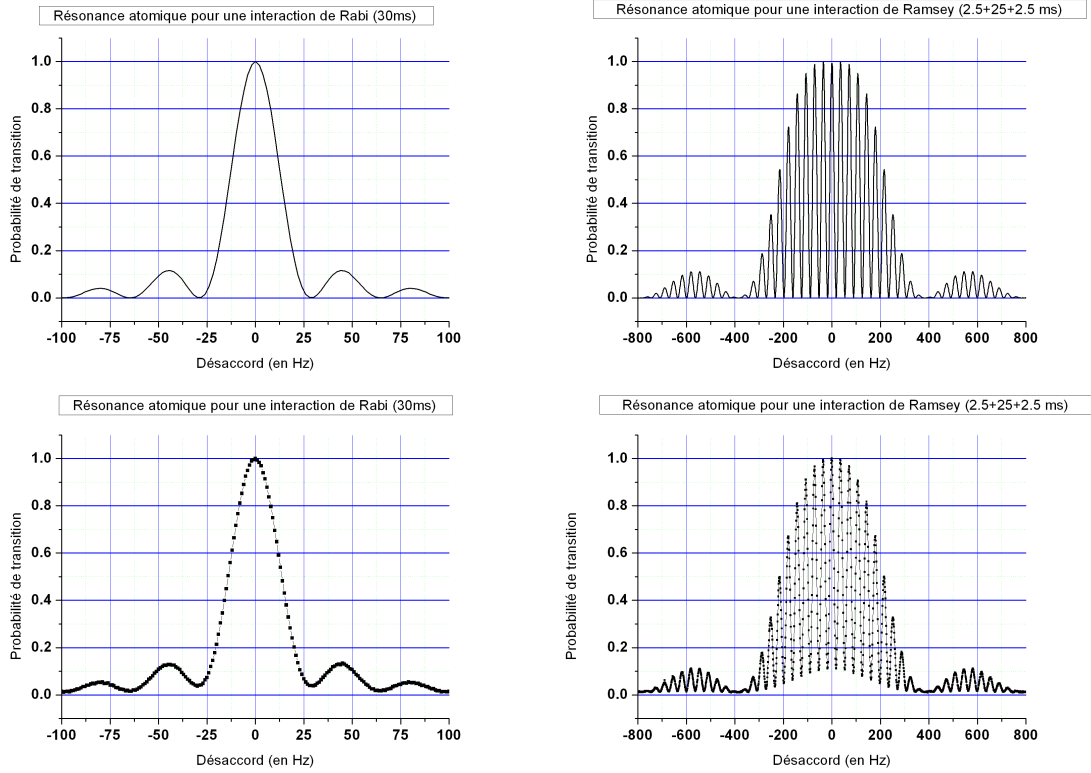


FIG. 1.5 – Résonance atomique pour une interaction de Rabi de 30 ms ( $\Delta\nu = 26$  Hz) et de Ramsey de 2.5+25+2.5 ms ( $\Delta\nu = 20$  Hz). **En haut**: courbe simulées. **En bas**: courbes expérimentales, la baisse de contraste est attribuée ici à une fuite de lumière parasite. Les courbes ont été normalisées à 1.

### 1.3 Comment évaluer les performances des horloges ?

Dans le cas où la rétroaction se fait directement sur l'oscillateur, sa fréquence, asservie sur la résonance atomique, peut se mettre sous la forme (voir Fig. 1.6) :

$$\nu_{osc}(t) = \frac{\nu_0}{n} \times [1 + \varepsilon + y(t)] \quad (1.9)$$

où  $\nu_0$  désigne la fréquence de résonance théorique de l'atome isolé. Cette fréquence  $\nu_0$  diffère de  $\nu_{at} = \nu_0(1 + \varepsilon)$ , fréquence de la transition de l'atome dans les conditions de fonctionnement réels de l'horloge, à cause des différents effets systématiques. Le terme  $n$  traduit l'opération de multiplication de fréquence réalisée par la chaîne de synthèse afin de disposer d'un signal résonant (9.2 GHz) à partir d'un signal à plus basse fréquence (5, 10, 100 MHz).

#### Exactitude

Dans la relation 1.9  $\varepsilon$  représente le déplacement en valeur relative de la fréquence moyenne du signal par rapport à  $\nu_{at}$ . Il représente la contribution des différents déplacements systématiques de fréquence provoqués par les perturbations de l'atome lors de l'interrogation. On définit alors l'**exactitude** comme l'incertitude sur la connaissance de tous ces déplacements. Statistiquement, elle correspond à l'incertitude à  $1\sigma$  sur  $\varepsilon$ .

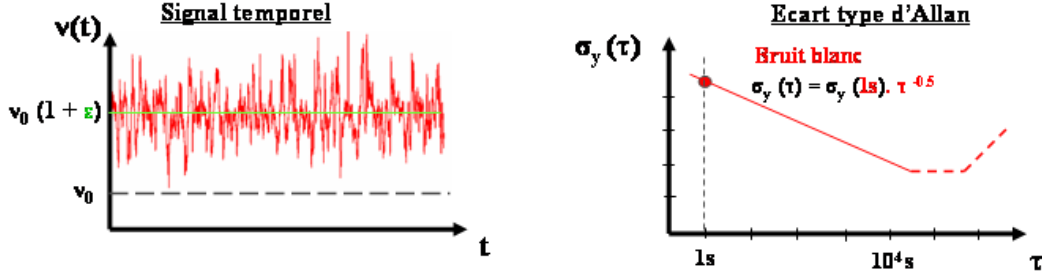


FIG. 1.6 – Fluctuations de fréquence et écart type d'Allan

### Stabilité

$y(t)$  représente les fluctuations relative de fréquence de ce signal au cours du temps. Ces fluctuations déterminent la **stabilité** de fréquence de l'horloge, sa capacité à reproduire la même fréquence moyenne au cours du temps.

#### 1.3.1 Ecart-type d'Allan et Stabilité

La stabilité est un paramètre fondamental dans l'évaluation des performances d'une horloge. Elle permet de quantifier la capacité du dispositif à reproduire la même fréquence moyenne au cours du temps. C'est aussi elle qui détermine la résolution des mesures (absolues) de fréquences pour un temps d'intégration  $\tau$  (notation usuelle).

#### La variance d'Allan, application aux horloges

En pratique on asservit l'oscillateur sur la résonance atomique, à chaque cycle  $k$  de durée  $T_c$  on mesure la probabilité de transition à mi-frange ( $\Delta\nu_m = \Delta\nu/2$ ), ainsi les fluctuations  $\delta P^{(k)}$  sur la probabilité de transition  $P(\nu)$  se traduisent par un décalage de la fréquence moyenne noté  $\delta\nu^{(k)}$  :

$$\delta P^{(k)} = \left( \frac{\partial P(\nu)}{\partial \nu} \right)_{\Delta\nu_m} \cdot \delta\nu^{(k)} \quad (1.10)$$

En fréquence relative on peut écrire:

$$y^{(k)} = \frac{\delta\nu^{(k)}}{\nu_{at}} = \frac{1}{\nu_{at}} \frac{\delta P^{(k)}}{\left( \frac{\partial P(\nu)}{\partial \nu} \right)_{\Delta\nu_m}} \quad (1.11)$$

Pour décrire la stabilité de l'horloge on étudie la statistique de la série des  $y^{(k)}$ . On utilise pour cela la variance d'Allan<sup>8</sup> (ou plutôt l'écart-type d'Allan) caractérisant la dispersion des mesures relatives de fréquences  $y^{(k)}$  autour de la fréquence moyenne  $\nu_0(1 + \varepsilon)$ . Cet outil statistique permet non seulement de quantifier mais aussi de différencier tous les types de bruits affectant le fonctionnement de l'horloge.

8. Son utilisation est née d'un besoin d'existence mathématique d'une variance pour les bruits basse fréquence. On se reportera au cours de P.Uhrich [7] et aux références [6] et [8] pour davantage de détails.

Afin d'estimer la stabilité atteinte pour différents temps d'intégration  $\tau = N.T_c$ . On définit la série des  $\overline{y_\tau^i}$  comme la moyenne de  $N$  échantillons  $y^{(k)}$  successifs.

$$\overline{y_\tau^i} = \frac{1}{N} \sum_{k=iN+1}^{(i+1)N} y^{(k)} \quad (1.12)$$

On définit alors la variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  comme la variance usuelle des écarts successifs  $\overline{y_\tau^{(i+1)}} - \overline{y_\tau^i}$

Ainsi,

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \left\langle \left( \overline{y_\tau^{(i+1)}} - \overline{y_\tau^i} \right)^2 \right\rangle \quad (1.13)$$

Dans la suite, on appellera stabilité de fréquence d'un signal la fonction  $\sigma_y(\tau)$ . Dans la plupart des horloges atomiques passives et pour des durées typiques  $\tau$  de 1 à 10000 s, les fluctuations des  $y^{(k)}$  ne sont pas corrélées. Il s'agit d'un bruit blanc de fréquence. Dans ce cas, l'écart type se moyenne comme la racine du nombre d'échantillons et on a une dépendance caractéristique de la stabilité en  $\tau^{-1/2}$ .

L'écart-type d'Allan  $\sigma_y(\tau)$  s'écrit alors d'après 1.11 :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\nu_{at}} \frac{\sigma_P}{\left( \frac{\partial P(\nu)}{\partial \nu} \right)_{\Delta \nu_m}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.14)$$

L'expression 1.14 est totalement générale. Elle fait apparaître le rôle prépondérant de la pente du discriminateur de fréquence et du bruit  $\sigma_P$  sur la mesure de la probabilité de transition tous deux pris à  $\delta/2\pi = \pm \Delta \nu_m$ .

La variance d'Allan est intéressante à plusieurs titres. D'abord elle existe pour chaque type de bruit rencontré dans les horloges. Ensuite, le tracé log-log de son écart-type (figure 1.7) est linéaire par morceaux, chaque pente correspondant à un bruit donné. On peut donc déterminer quel type de bruit affecte l'horloge en traçant ces graphes. Enfin, pour un bruit blanc de fréquence, la variance d'Allan est égale à la variance vraie de la suite des  $y_k$ , ce qui justifie a posteriori son utilisation dans l'évaluation des performances des horloges.

En pratique, la décroissance en  $\tau^{-1/2}$  traduisant un bruit blanc ne débute que lorsque la boucle d'asservissement de l'oscillateur a atteint son état stationnaire (5-10 cycles). Afin de comparer les performances des différents types d'horloges, dont les temps de cycle peuvent être très différents, on réalise un ajustement de la courbe expérimentale de l'écart type d'Allan de la forme  $\sigma_y(\tau) = \sigma_y(1 \text{ sec}) \cdot \tau^{-1/2}$ . **La valeur du coefficient  $\sigma_y(1 \text{ sec})$  est appelée stabilité court terme de l'horloge.** Dans la suite de ce manuscrit on parlera alors indifféremment de stabilité court-terme ou de stabilité à 1 sec pour désigner  $\sigma_y(\tau = 1 \text{ sec})$ .

Sur les temps longs ( $\tau > 10^3 - 10^4 \text{ sec}$ ), la variation insuffisamment contrôlée des paramètres de l'horloge peut provoquer l'apparition d'un palier, voire d'une remontée de l'écart type d'Allan, constituant la limite de résolution des mesures.



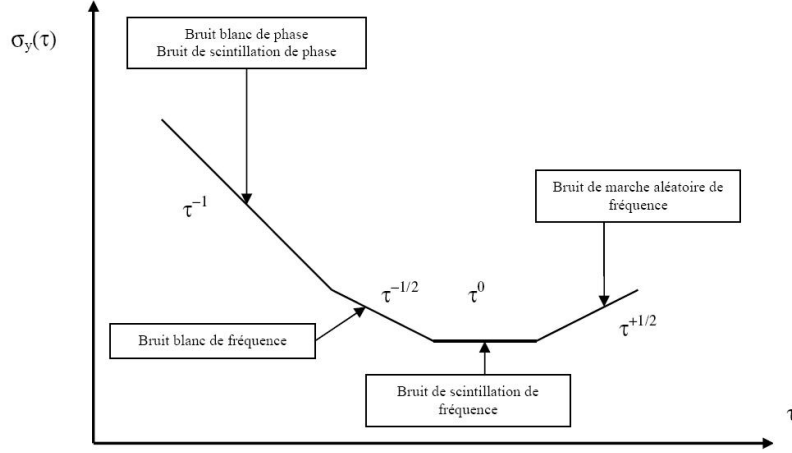


FIG. 1.7 – Tracé log-log typique de l'écart type d'Allan en fonction du temps d'intégration

Nous explicitons par la suite l'expression 1.14 dans les cas usuels des interrogations de Rabi et de Ramsey. Il s'agit notamment de déterminer la profondeur de modulation  $\Delta\nu_m$  permettant de maximiser la sensibilité en fréquence.

### Interaction de Rabi

La dérivée de l'expression 1.5 montre des maxima pour  $\Delta\nu_m \approx \pm \frac{0.38}{\tau_{Rabi}}$  ce qui revient à sonder la réponse atomique très proche de la mi-hauteur ( $P = 0.54$ )<sup>9</sup>.

Ainsi, on a :

$$\Delta\nu_{Rabi} = \frac{0.76}{\tau_{Rabi}}$$

D'après l'expression 1.5, la pente du discriminateur de fréquence vaut :

$$\left( \frac{\partial P(\nu)}{\partial \nu} \right)_{\Delta\nu_m = \frac{0.38}{\tau_{Rabi}}} \approx 1.9 \tau_{Rabi} \quad (1.15)$$

Finalement,

$$\sigma_y(\tau) = \frac{0.8}{\pi} \frac{1}{\nu_{at} \cdot \tau_{Rabi}} \frac{1}{RSB_{P=0.5}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.16)$$

### Interaction de Ramsey

Dans le cas d'une interrogation de Ramsey optimisée (contraste 100%) et dans la limite des faibles désaccords on a d'après la relation 1.7.

$$\frac{\partial P_{Ramsey}(\nu)}{\partial \nu} = \pi T \sin(2\pi\delta T) \quad (1.17)$$

9. L'expression de la réponse de Rabi ne permet pas d'obtenir des résultats analytiques simples. Nous nous contenterons ici de valeurs numériques approchées.

Cette fonction est maximale pour une profondeur de modulation

$$\Delta\nu_m = \frac{1}{4T} = \frac{\Delta\nu_{\text{Ramsey}}}{2}$$

Ainsi,

$$\left( \frac{\partial P_{\text{Ramsey}}(\nu)}{\partial \nu} \right)_{\Delta\nu_m = \frac{\Delta\nu_{\text{Ramsey}}}{2}} = \pi T = \frac{\pi}{2\Delta\nu_{\text{Ramsey}}} \quad (1.18)$$

On déduit différentes expressions de l'écart-type d'Allan pour une interrogation de Ramsey réalisée à mi-frange ( $P = 1/2$ ) en fonction du temps d'intégration  $\tau$  :

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{\pi} \frac{\Delta\nu_{\text{Ramsey}}}{\nu_{\text{at}}} \sigma_P \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \\ \sigma_y(\tau) &= \frac{1}{\pi} \frac{\Delta\nu_{\text{Ramsey}}}{\nu_{\text{at}}} \frac{1}{RSB_{P=1/2}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{1}{\nu_{\text{at}} \cdot 2T_{\text{Ramsey}}} \frac{1}{RSB_{P=1/2}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \end{aligned}$$

Finalement on a :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{0.5}{\pi} \frac{1}{\nu_{\text{at}} \cdot T_{\text{Ramsey}}} \frac{1}{RSB_{P=1/2}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.19)$$

Cependant on peut voir d'ores et déjà en comparant les relations 1.16 et 1.19 qu'il existe un intérêt direct à utiliser la méthode de Ramsey. Il découle directement de la résonance plus étroite obtenue avec ce type d'interaction pour un même temps d'interrogation. Le gain sur la stabilité de l'horloge est de l'ordre de  $\frac{0.8}{0.5} \sim 1.6$ .

### Un exemple de mesure

La figure 1.8 représente le signal donné par HORACE. Il s'agit du suivi temporel des corrections de fréquence qui ont été appliquées sur le synthétiseur à chaque cycle d'horloge. Elle montre aussi l'écart-type d'Allan en fréquence relative de l'échantillon de corrections de fréquence tracé.

Nous avons représenté la droite de pente  $\tau^{-1/2}$ , qui caractérise le bruit blanc de fréquence. Les premiers points traduisent la réponse de la boucle d'asservissement du signal interrogateur sur les atomes (on peut vérifier que la constante de temps de l'asservissement est de quelques cycles).

Sur la période d'intégration  $\tau \simeq 1$  à 1000 s, les fluctuations relatives de fréquence de l'oscillateur cryogénique utilisé pour synthétiser le signal d'interrogation sont de l'ordre de  $10^{-15}$ , soit bien inférieures à la stabilité affichée par notre échantillon de données sur cette période. On peut alors estimer que la stabilité en  $\tau^{-1/2}$  observée sur cette période correspond à la stabilité propre du résonateur atomique.

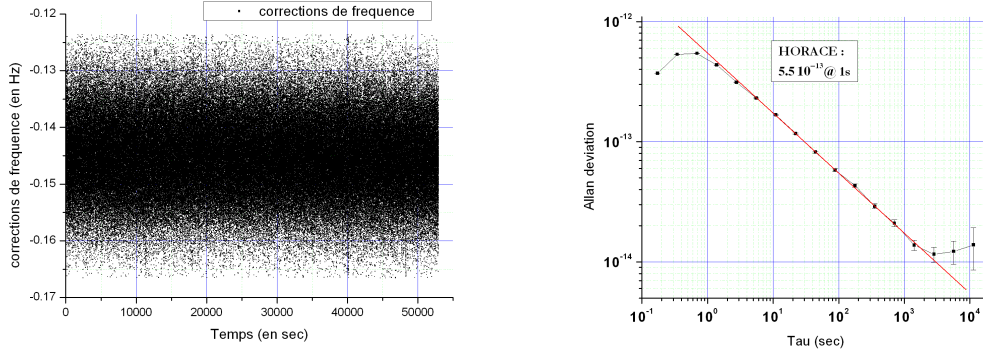


FIG. 1.8 – Evolution temporelle des corrections de fréquence appliquées par HORACE au signal d'interrogation synthétisé à partir d'un OCSR (1 cycle toutes les 180 ms pour cette mesure). Ecart-type d'Allan relatif correspondant. La droite représente la pente en  $\tau^{-1/2}$  qui caractérise un bruit blanc de fréquence.

La stabilité court terme de HORACE sur cette série de données est alors de

$$\sigma_y(\tau) = 5.5 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$$

Au-delà de  $2 \cdot 10^3$  sec, l'écart-type dévie de la droite caractéristique en  $\tau^{-1/2}$  traduisant le contrôle insuffisant des effets systématiques affectant l'horloge.

### 1.3.2 Exactitude et effets systématiques

#### La notion d'exactitude

Dans l'équation 1.9, la différence entre la fréquence moyenne du signal délivré par l'horloge et la fréquence de la transition d'horloge d'un atome non perturbé est représentée, en valeur relative, par  $\varepsilon$ . Ce déplacement de la fréquence de l'horloge provient des effets qui perturbent de manière déterministe le processus d'interrogation des atomes. Dans la suite, on parle d'effets systématiques. Ils sont contrôlés le mieux possible et évalués par une modélisation des phénomènes physiques mis en jeu et par des mesures de fréquences faites pour plusieurs paramètres de fonctionnement de l'horloge. A l'issue de cette démarche, on peut donner une estimation de la valeur de  $\varepsilon$ . L'incertitude sur cette valeur décrit l'inexactitude de l'horloge. On parle d'exactitude par abus de langage. C'est cette valeur qui détermine la qualité de la réalisation de l'unité de temps à partir de l'atome de césium. L'exactitude relative actuelle des horloges à césium varie entre quelques  $10^{-12}$  pour les horloges à jets thermiques commerciales et quelques  $10^{-16}$  pour les meilleures fontaines atomiques<sup>10</sup>.

Dans une horloge atomique, malgré les différents blindages et autres protections, l'atome est perturbé par son environnement (température, champ magnétique, présence d'autres atomes ou de lumière, etc...). Il existe un grand nombre d'interactions et d'effets qui déplacent la valeur de la résonance atomique par rapport à la situation théorique d'un atome isolé. Il est alors nécessaire d'identifier clairement ces effets, d'en évaluer l'incidence sur la fréquence d'horloge pour être en mesure de les corriger soit lors du fonctionnement de l'horloge soit *a posteriori*

10. A titre indicatif, une mesure à  $10^{-13}$  près revient à pouvoir mesurer la distance Terre-Lune (384000 Km) avec une incertitude comparable au diamètre d'un cheveu ( $50 \mu\text{m}$ ) !!!

lors du traitement des données. Nous donnons par la suite une liste non exhaustive<sup>11</sup> des effets systématiques affectant le fonctionnement des horloges atomiques.

### Les effets systématiques environnementaux

L'hypothèse de l'atome isolé est bien sûr théorique. L'environnement électromagnétique et chimique (autres atomes) perturbe la transition d'horloge. Quelques effets de ce type sont présentés ici.

**L'effet Zeeman du second ordre** Ce déplacement de fréquence est lié à la présence d'un champ magnétique dans la zone d'interrogation [6]. Un champ magnétique directeur  $\vec{B}$  y est volontairement appliqué afin de lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman des 2 états hyperfins de la transition d'horloge. On choisit bien évidemment, pour la transition d'horloge ceux permettant de réaliser une transition dont la sensibilité sera minimale. Ainsi, on choisit les états de nombre quantique magnétique  $m_F = 0$  qui exhibent une sensibilité au champ magnétique du second ordre seulement. Le déplacement  $\Delta\nu_{mag}$  de la transition d'horloge  $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 4, m_F = 0\rangle$  varie alors comme le carré du champ magnétique directeur  $\vec{B}$  :

$$\Delta\nu_{mag} = K_Z^{(2)} \times \|\vec{B}\|^2$$

où  $K_Z^{(2)}$  est le coefficient Zeeman du second ordre pour l'atome considéré ( $K_Z^{(2)} = 427.45 \text{ Hz} \cdot \text{G}^{-2}$  pour l'atome de  $^{133}\text{Cs}$ ). Pour un champ directeur typique de module quelques mG ce déplacement vaut  $\sim 10^{-13}$  en fréquence relative, faisant de lui un des plus gros effets systématiques. Bien que très important en valeur absolue<sup>12</sup> cet effet n'est généralement pas une limitation car il est possible de le contrôler et de l'évaluer avec une grande exactitude, notamment en sondant les transitions entre états de  $m_F \neq 0$  qui sont d'excellents senseurs de champ magnétique. De telles transitions présentent un déplacement de la forme:

$$\Delta\nu = m_F K_Z^{(1)} \times \|\vec{B}\|$$

où  $K_Z^{(1)} = 700.84 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot \text{G}^{-1}$  est le coefficient Zeeman linéaire du  $^{133}\text{Cs}$ . Pour un même champ de 10 mG le déplacement relatif est de l'ordre de  $m_F \cdot 7.6 \cdot 10^{-7}$  soit plus de 5 ordres de grandeur supérieur à celui de la transition d'horloge.

**Le déplacement collisionnel** L'atome qui sert de référence n'est en pratique jamais isolé et peut interagir avec les atomes qui l'environnent. Ces interactions ou collisions créent un déplacement de la fréquence d'horloge. Ces interactions peuvent avoir lieu entre atomes identiques, avec les atomes d'un gaz résiduel présent dans l'enceinte d'interaction ( $\text{H}_2$ , He), avec un gaz tampon ( $\text{N}_2$ , Ar, Ne) présent dans les horloges à cellules ou avec les atomes constituant les parois de la zone d'interaction (cas du Maser).

Explicitons le cas des horloges à atomes froids où le déplacement collisionnel est un des principaux effets systématiques.

Ce déplacement de fréquence est lié aux interactions entre atomes froids pendant la phase d'interrogation [9]. Ces interactions ou collisions entre atomes froids perturbent notablement la transition d'horloge. Ce déplacement est proportionnel à la densité volumique d'atomes

11. Les effets systématiques dépendent évidemment du type d'horloge considéré et ne sauraient être tous décrits ici.

12. Ceci est à comparer à l'exactitude de  $10^{-16}$  recherchée sur les meilleurs étalons primaires

$\bar{n}$ . Il a longtemps constitué la limitation majeure à l'exactitude des fontaines de césium. Le déplacement relatif est de l'ordre de  $\frac{\Delta\nu_{coll}}{\nu_{at}} = -10^{-21} \bar{n}$  avec  $\bar{n}$  en atomes  $\cdot \text{cm}^{-3}$ . Ceci conduit à un déplacement typique de quelques  $-10^{-14}$  sur les étalons primaires du laboratoire.

De part sa dépendance avec la densité atomique, cet effet constitue une réelle difficulté expérimentale. Il faut être en mesure de contrôler le nombre absolu d'atomes au cours de l'interrogation mais aussi leur répartition spatiale à un niveau de l'ordre du % pour une exactitude cherchée de  $10^{-16}$ . Un tel niveau de contrôle sur des durées longues (1 journée voire plus) est encore pour l'instant extrêmement délicat.

Dans le but de minimiser cet effet, la première solution est de diminuer la densité d'atomes, mais ceci implique une baisse du nombre d'atomes au niveau de la détection et par conséquent une dégradation du rapport signal à bruit et de la stabilité de l'horloge. Il y a donc là un clair compromis à trouver entre exactitude et stabilité. Afin de s'affranchir de cette limitation une méthode d'évaluation de cet effet basée sur des mesures différentielles et sur un processus de sélection par passage adiabatique a été développée au laboratoire et est présentée dans [10], [11]. Cependant cette amélioration considérable se fait au prix d'une complication notable du dispositif et de la séquence expérimentale.

Une manière de contourner le problème est d'employer un autre atome que le césium, un atome présentant toutes les caractéristiques pour concevoir une horloge identique dans son principe, mais présentant un déplacement collisionnel nettement plus faible. Le rubidium 87 présente toutes ces propriétés, ce qui a légitimé le développement de fontaines à rubidium comme la fontaine double FO2 (Rb - Cs) du LNE-SYRTE.

**Le rayonnement du corps noir** Ce déplacement provient du couplage entre les atomes et le rayonnement électromagnétique induit par la température non nulle des parois de la zone d'interrogation. Le couplage avec le champ magnétique oscillant induit un déplacement Zeeman du second ordre tandis que le couplage avec le champ électrique oscillant induit un déplacement Stark du second ordre (type light-shift). Le déplacement de fréquence total est en fait largement dominé par le déplacement Stark alternatif<sup>13</sup> [12]. Expérimentalement, il faut connaître de manière absolue la température dans toute la zone d'interrogation. Ce déplacement peut s'exprimer en fonction de la température  $T$  environnant les atomes (exprimée en kelvin) comme :

$$\Delta\nu_{BBR} = K_{BBR} \times \left(\frac{T}{300\text{K}}\right)^4 \times \left(1 + \epsilon \left(\frac{T}{300\text{K}}\right)^2\right)$$

Avec  $K_{BBR} = -1,572(3) \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$  et  $\epsilon = 1,4(1) \cdot 10^{-2}$  pour le césium.

A  $T = 300 \text{ K}$ , le déplacement relatif vaut environ  $-1.7 \cdot 10^{-14}$ .

**Le light shift** On désigne par light shift, un décalage de fréquence par effet Stark alternatif dû à la présence dans la zone d'interrogation d'une onde électromagnétique. Une radiation, même dont la fréquence est éloignée d'une résonance atomique, produit un déplacement des niveaux d'énergies. Ce type d'effet se rencontre dans les dispositifs utilisant une source lumineuse pour refroidir, pomper ou détecter optiquement les atomes. La lumière de fluorescence des atomes comme la lumière directe diffusée peuvent entraîner des décalages considérables, de l'ordre du Hertz sur les horloges à Rb. Sur le plan expérimental on peut s'affranchir de cet effet en atténuant fortement (120 dB) les faisceaux (ce qui impose la plupart du temps l'utilisation d'obturateurs mécaniques) mais les diffusions parasites sur les optiques peuvent suffire à créer des déplacements inacceptables.

13. A  $T = 300 \text{ K}$ , le rapport des deux contributions est de l'ordre de 1000

Lorsque les processus d'absorption sont négligés on a typiquement :

$$\frac{\Delta\nu_{LightShift}}{\nu_{at}} \propto \frac{I_{light}}{\delta_{light}^2}$$

où  $I_{light}$  est l'intensité de la lumière diffusée dans la zone d'interrogation et  $\delta_{light}$  le désaccord optique.

### Les effets systématiques dus aux imperfections expérimentales de la méthode d'interrogation

Afin de minimiser le décalage de fréquence par effet Doppler, l'interrogation est réalisée dans une cavité résonante avec le champ micro-onde. Ainsi, les atomes interagissent avec une onde quasi-stationnaire. Les imperfections expérimentales de cette cavité (facteur de surtension fini, accord relatif avec la transition atomique) comme celles du champ électromagnétique d'interrogation (non monochromaticité, caractère impulsionnel) engendrent plusieurs effets systématiques décrits ici.

**Les gradients de phase ou effet Doppler résiduel du premier ordre** Cet effet est lié aux variations de phase du champ interrogateur au cours de l'interrogation. Les pertes dans les parois de la cavité font que l'onde n'est pas parfaitement stationnaire dans la cavité (facteur de surtension  $Q_{cav}$  fini) et créent des inhomogénéités spatiales de phase (gradients de phase). Les atomes peuvent alors, compte tenu de leur vitesse, traverser des zones de la cavité où ces résidus d'onde progressive sont problématiques car ils se traduisent par une variation de la fréquence effective vue par l'atome.

$$\nu(t) = \nu_{at} + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} = \nu_{at} + \frac{1}{2\pi} \vec{\nabla} \phi(t) \cdot \vec{v}(t) dt \quad (1.20)$$

Au final cet effet produit un décalage par effet Doppler de la forme suivante

$$\frac{\Delta\nu_{doppler}}{\nu_{at}} = \frac{1}{\pi Q_{at}} \int g(t) \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} dt = \frac{1}{\pi Q_{at}} \int g(t) \vec{\nabla} \phi(t) \cdot \vec{v}(t) dt \quad (1.21)$$

avec  $Q_{at} = \frac{\nu_{at}}{\Delta\nu}$  le facteur de qualité de la résonance atomique,  $g(t)$  la fonction de sensibilité [13, 14] que l'on peut considérer comme constante ici,  $\phi(t)$  la phase du champ vue par les atomes lors de l'interrogation et  $\vec{v}(t)$  la vitesse instantanée des atomes.

Comme on peut le voir dans l'équation 1.21 cet effet rend l'horloge sensible à la trajectoire des atomes dans la cavité d'interrogation. Ces trajectoires dépendent de la dispersion spatiale et cinétique des atomes mais aussi de l'inclinaison de l'horloge par rapport à la gravité (la gravité impose la direction de chute des atomes<sup>14</sup>). On montre aussi une dépendance avec l'alimentation micro-onde de la cavité (couplage symétrique ou non). Il est très délicat de quantifier de manière absolue le décalage induit par cet effet faute de pouvoir le faire varier expérimentalement de manière parfaitement contrôlée mais aussi par le moyennage induit par les diverses trajectoires atomiques. Aussi sur les étalons primaires à atomes froids du laboratoire il représente une des plus grosses incertitudes ( $2 \cdot 10^{-16}$ ) au bilan d'exactitude [15].

14. Cette remarque est particulièrement vraie dans le cas des horloges à atomes froids où les atomes tombent réellement sous l'effet de la gravité, c'est d'ailleurs le principe des fontaines atomiques.

**Les fuites micro-ondes** Par fuites micro-ondes on désigne l'interaction entre un champ parasite micro-onde résonnant, de phase et d'amplitude non contrôlées, et les atomes en dehors des impulsions d'interrogation. Cet effet se manifeste généralement lors d'une interrogation de Ramsey, où les atomes passent un temps substantiel en dehors des ou de la cavité d'interrogation. Bien que les cavités soient munies de guide d'onde "sous-coupeure" afin de minimiser ces fuites, elles existent toujours si l'on ne prend pas soin d'éteindre le champ micro-onde entre les impulsions. Par ailleurs, le blindage électromagnétique de l'expérience est aussi très important. En effet, les chaînes de synthèse de fréquence génèrent un champ résonnant dont la puissance est typiquement 6 ordres de grandeur supérieure à celle couplée dans la cavité d'interrogation<sup>15</sup>. Dans l'horloge HORACE c'est un peu différent puisque les atomes restent dans la cavité tout au long du cycle d'horloge. Ces fuites sont plutôt dues à une extinction imparfaite du champ d'interrogation entre les deux impulsions de Ramsey.

**Les transitoires de phase dus au switch micro-onde** Afin de réduire l'effet des fuites micro-ondes et des couplages intempestifs, la cavité n'est pas constamment alimentée par le champ d'interrogation. Ce dernier n'y est présent que lors de la phase d'interrogation. Ceci est généralement réalisé grâce à un interrupteur micro-onde commandable en courant. Néanmoins les effets thermiques transitoires à l'allumage et à l'extinction de ce composant génèrent un déphasage  $\phi(t)$ <sup>16</sup> lui aussi transitoire sur le champ d'interrogation. Pour un déphasage total typique de  $\Delta\phi = 100 \mu\text{rad}$  le déplacement relatif de fréquence est de  $3 \cdot 10^{-15}$  pour une raie de 1 Hz de large [16].

$$\frac{\Delta\nu_{switch}}{\nu_{at}} = \frac{\Delta\phi}{\pi Q_{at}}$$

Etant proportionnel à la largeur de raie ce déplacement peut atteindre  $6 \cdot 10^{-14}$  dans le cas de l'horloge HORACE où  $\Delta\nu \sim 20\text{Hz}$ .

**L'entraînement de fréquence par la cavité ou "cavity pulling"** Ce déplacement de fréquence est lié au désaccord entre la résonance atomique à  $\nu_{at}$  et la résonance de la cavité micro-onde à  $\nu_{cav}$  [17]. Ce déplacement dépend de la valeur de ce désaccord  $\nu_{at} - \nu_{cav}$ , du facteur de surtension de la cavité, et il est proportionnel au nombre d'atomes interrogés  $N_{at}$ . Il est de l'ordre de quelques  $10^{-13}$  dans une situation défavorable et s'annule pour un désaccord nul. Un bon contrôle de la température de la cavité et donc de sa fréquence de résonance permettent de réduire son influence. En pratique ce déplacement est évalué simultanément au déplacement collisionnel grâce à la méthode différentielle.

**Les impuretés du spectre micro-onde** Les imperfections de la source micro-onde d'interrogation (raie parasite) comme une asymétrie du spectre ou une modulation de phase synchrone avec le cycle d'horloge provoquent des déplacements de fréquence [18].

**Les Déplacements de Rabi, Ramsey et Majorana** Ces déplacements de la fréquence d'horloge sont induits par couplage avec des transitions atomiques parasites qui polluent le signal d'horloge.

15. Toutefois les blindages magnétiques entourant les horloges constituent de bonnes cages de Faraday

16. les variations de températures dans l'interrupteur induites par le courant de commande modifient l'indice du milieu donc le temps de propagation et par conséquent créent un déphasage. La constante de temps typique d'évolution du déphasage est de l'ordre de 100 ms.



- *Le déplacement de Rabi ou "Rabi pulling"*. Il désigne l'effet des transitions  $\sigma$  ( $\Delta F = \pm 1$  et  $\Delta m_F = 0$ ) entre états de  $m_F \neq 0$ . Lors de l'interrogation à résonance il existe toujours un couplage non nul entre le champ résonant avec la transition d'horloge et les états de  $m_F \neq 0$ . Si ces états sont peuplés alors on peut induire ces transitions de Rabi dont la sensibilité au champ magnétique est très différente de celle de la transition d'horloge. On favorise l'apparition d'un déplacement de fréquence lorsque les populations des états  $m_F = \pm 1, \pm 2$  sont dissymétriques et que le champ directeur est trop faible.
- *Le déplacement de Ramsey ou "Ramsey pulling"*. Du même type que le "Rabi pulling" mais concernant les transitions  $\pi$  ( $\Delta F = \pm 1$  et  $\Delta m_F = \pm 1$ ). Ces transitions sont induites par la non-colinéarité du champ magnétique statique avec le champ magnétique micro-onde dans la cavité [19].
- *Les transitions de Majorana* sont des transitions entre sous-niveaux Zeeman pour  $\Delta F = 0$ . Elles sont liées aux inhomogénéités du champ magnétique le long de la trajectoire atomique, telles de forts gradients ou des changements de signe [20, 21]. En explorant des zones où le champ magnétique varie brutalement les atomes subissent une perturbation qui dépend du temps et dont le contenu spectral peut être résonant avec les transitions entre sous-niveaux Zeeman.

La contribution de ces effets a été évaluée à moins de  $10^{-16}$  en fréquence relative [22] dans le cas des fontaines atomique.

### Les effets systématiques fondamentaux

Les effets décrits ci-dessous revêtent un caractère fondamental provenant directement de l'interaction atome-rayonnement ou de la structure relativiste de l'espace-temps. L'incertitude sur la valeur de ces déplacements pourrait à terme limiter l'exactitude des horloges ou leurs comparaisons.

**L'effet de recul** Il s'agit du déplacement de fréquence lié au recul de l'atome lors de l'absorption ou de l'émission d'un photon lors de l'interrogation. Le gain ou la perte d'énergie cinétique se manifeste par un déplacement de fréquence  $\Delta\nu_{rec}$  dont l'ordre de grandeur est donné par :

$$\frac{\Delta\nu_{rec}}{\nu_{at}} = \frac{h\nu_{at}}{2mc^2}$$

où  $m$  la masse de l'atome, et  $c$  la célérité de la lumière. Pour le césium on trouve  $\delta\nu_{rec}/\nu_{at} \approx 1.5 \times 10^{-16}$ . Un modèle plus poussé, tenant compte de la distribution spatiale de la fonction d'onde des atomes, montre une dépendance avec la puissance micro-onde mais aussi avec la distribution en vitesse du nuage [23]. Si ce déplacement reste modeste dans le domaine micro-onde, il devient très important dans le domaine optique ( $10^{-11}$  pour le  $^{87}\text{Sr}$ ) et nécessite l'emploi de techniques spécifiques.

**Les effets relativistes** Il s'agit de l'effet Doppler du second ordre et du déplacement gravitationnel (communément appelé "*redshift*"). Ces effets, prévus dans le cadre de la théorie de la Relativité, correspondent à une dilatation du temps dans le référentiel propre de l'atome par rapport au temps qui s'écoule dans le référentiel du laboratoire. La manière dont s'écoule le temps varie avec l'intensité du potentiel gravitationnel.



Bien qu'ils ne soient pas des effets systématiques de l'horloge même (ces déplacements n'affectent pas la fréquence de la transition atomique), ceux-ci interviennent lors de la comparaison de fréquence d'horloges situées à des altitudes différentes par rapport au géoïde<sup>17</sup> (et donc des potentiels gravitationnels locaux différents) ou lorsque l'atome explore des potentiels différents durant l'interrogation (cas des fontaines). On se reportera à [24] pour une description approfondie des comparaisons d'horloges et du transfert de temps dans un cadre relativiste.

Le déplacement relatif de fréquence entre deux horloges identiques (les valeurs de leurs fréquences d'horloge dans leur référentiel propre sont identiques) mais situées à des potentiels différents de  $\Delta U$  s'exprime comme :

$$\frac{\Delta\nu_{relat}}{\nu_{at}} = \frac{\Delta U}{c^2} \cdot -\frac{V^2}{2c^2} \quad (1.22)$$

où  $V$  est la vitesse relative entre les deux horloges (La rotation de la Terre donne par exemple une vitesse angulaire différente aux deux horloges situées à des altitudes différentes).

A l'Observatoire de Paris l'altitude de la cavité HORACE est de l'ordre de  $h_{cav} = (60 \pm 1)$  m, ce qui donne un déplacement relatif de  $6,5 \times 10^{-15}$  avec une incertitude de  $1 \cdot 10^{-16}$  dont il faudrait tenir compte lors des comparaisons avec d'autres horloges. Si ces effets ne sont pas un réel problème pour HORACE au laboratoire compte tenu des performances envisagées, ils peuvent l'être en revanche pour les étalons primaires où une exactitude de  $10^{-16}$  ou mieux est visée. Une connaissance précise de l'écart au géoïde est alors indispensable. Ces effets relativistes prennent une grande importance pour des horloges embarquées à bord de satellite. En effet, une horloge située dans un satellite de positionnement type GALILEO se trouve à une altitude de 23616 km et est animée d'une grande vitesse. Ceci se traduit par un décalage relatif de la fréquence d'horloge d'environ  $4.5 \cdot 10^{-10}$ . Il est alors important de connaître avec une grande exactitude la position et la vitesse des satellites afin de corriger ces effets.

---

17. Le géoïde est une surface équipotentielle du potentiel de gravitation terrestre, proche du niveau moyen des océans et utilisée comme référence d'altitude pour la détermination de l'échelle de temps international

## 1.4 Comment améliorer les performances des horloges ?

L'évaluation de l'exactitude consiste à estimer l'influence de tous les paramètres physiques de l'horloge sur la fréquence moyenne mesurée. La résolution de ces mesures de fréquence étant imposée par la stabilité de l'horloge, le lien entre exactitude et stabilité est en pratique très fort. Pour des raisons expérimentales et pratiques évidentes, il est impensable d'intégrer pendant des semaines afin d'obtenir une bonne résolution sur la mesure d'un effet. Ainsi, l'exactitude d'une horloge ne peut être bien meilleure que sa stabilité à un jour<sup>18</sup>. L'amélioration de l'exactitude va donc de pair avec celle de la stabilité de l'étalon de fréquence.

Par ailleurs, on a vu d'après la relation 1.14 que la stabilité, et donc la résolution des mesures, s'améliore seulement comme la racine du temps d'intégration  $\tau$  dans le cas d'un bruit blanc de fréquence. Cette variation lente justifie que de réels efforts soient faits afin d'améliorer la stabilité court terme de l'horloge. Une amélioration d'un facteur 2 sur cette dernière conduit à une réduction d'un facteur 4 du temps d'intégration nécessaire pour obtenir une même résolution, ce qui est évidemment très significatif pour l'expérimentateur.

Nous décrivons dans les paragraphes suivants différentes méthodes et techniques qui ont permis d'améliorer notablement les performances des horloges atomiques. Celles-ci ont généralement pour but premier d'améliorer la stabilité mais on a vu plus haut que ceci conduit aussi à un gain sur l'exactitude.

Très généralement on peut écrire la stabilité de fréquence de la manière suivante (voir Eq. 1.14):

$$\sigma_y(\tau) \propto \frac{1}{Q_{at} \cdot RSB} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.23)$$

Cette relation nous rappelle qu'il existe deux principaux leviers d'action pour améliorer la stabilité de fréquence d'une horloge :

### **Le rapport signal à bruit de la mesure (RSB):**

Il convient bien sûr de réduire le plus possible les bruits techniques affectant la mesure de la probabilité de transition  $P$ . Pour un type d'horloge donné cet aspect relève quasi exclusivement de la qualité de l'expérimentateur et de celle du matériel dont il dispose. Aussi, la plupart des prototypes d'horloges en développement butent tôt ou tard sur les mêmes limitations (fondamentale, comme le bruit de projection quantique, ou technologiques).

### **Le facteur de qualité atomique $Q_{at}$ :**

La valeur du facteur de qualité atomique  $Q_{at} = \frac{\nu_{at}}{\Delta\nu}$  est plus inhérent à la méthode d'interrogation. C'est principalement en augmentant ce facteur que les grandes étapes ou sauts technologiques ont été franchis. On peut d'une part chercher à réduire la largeur de la résonance atomique (Interrogation de Ramsey, refroidissement d'atomes, fonctionnement en micro-gravité, piégeage) en augmentant le temps d'interrogation mais on peut aussi augmenter la fréquence de la transition d'horloge. Aussi les horloges actuelles les plus performantes utilisent plusieurs de ces divers aspects<sup>19</sup>.

18. Un point de l'écart-type d'Allan pour  $\tau = 1$  jour est statistiquement significatif après plusieurs jours d'intégration. Il est donc délicat d'obtenir des points pour des temps très longs lorsqu'on évalue les effets systématiques.

19. Nous verrons au chapitre suivant qu'il existe des horloges dans le domaine optique utilisant des ions piégés et pré-refroidis par laser.

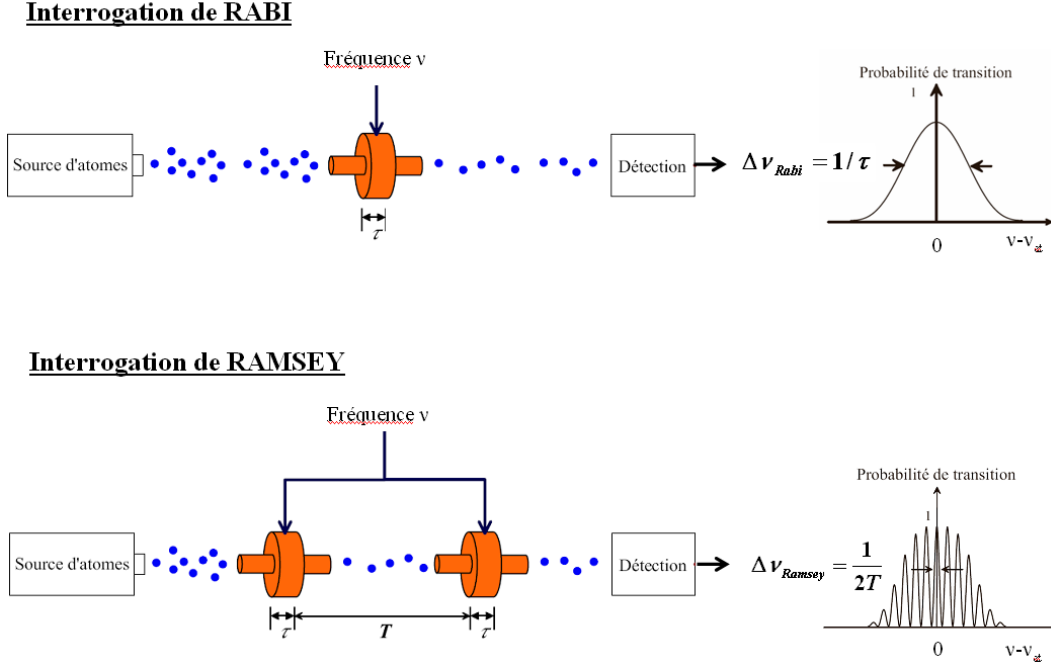


FIG. 1.9 – Comparaison entre interrogations de Rabi et de Ramsey. La réponse fréquentielle à une interrogation de Ramsey est un réseau de franges d'interférences atomique de largeur  $1/2T$  dont l'enveloppe, ou piédestal de Rabi, ne dépend que de l'interaction réelle entre les atomes et le champ. L'enveloppe des franges de Ramsey obtenue lors d'une interaction  $\tau + T + \tau$  est donc le profil de l'interaction Rabi de durée  $\tau$

#### 1.4.1 L'interrogation de Ramsey

Comme on l'a vu dans les relations 1.16 et 1.19 les performances de l'horloges sont éminemment dépendantes de la largeur de la résonance atomique  $\Delta\nu$  qui est inversement proportionnelle à la durée d'interaction  $\tau$  entre les atomes et le champ d'interrogation<sup>20</sup>. On a alors tout intérêt à allonger cette durée d'interaction pour augmenter la sensibilité du discriminateur de fréquence atomique. Toutefois, afin de s'affranchir au moins partiellement des effets de gradients de phase (cf page 23) il est nécessaire d'interroger les atomes dans une cavité résonante à la fréquence d'interrogation. Il est clair que pour une assemblée d'atomes se déplaçant à la vitesse  $V_{at}$  la longueur  $L_{cav}$  de cette cavité fixe le temps maximal d'interrogation à  $\tau = \frac{L_{cav}}{V_{at}}$ . On parle d'interrogation de Rabi pour une telle méthode utilisant une unique impulsion micro-onde. Au début de la métrologie du temps atomique on utilisait comme référence un jet thermique d'atomes se déplaçant typiquement à 200 m/s. Par ailleurs, les lobes des modes de résonances des cavités micro-onde utilisées usuellement ont une longueur typique proche de la longueur d'onde  $\lambda_{at}$  sondée (Pour 9.2 GHz,  $\lambda_{at}=3.26$  cm). Ainsi on peut dire qualitativement que  $L_{cav} \sim \lambda_{at}$ . Ces deux aspects fixent une limite sur  $\tau$  de l'ordre de  $\tau \sim 100 \mu s$  soit une largeur  $\Delta\nu \sim 10$  kHz.

En 1950, Norman F. Ramsey proposa une méthode d'interrogation des atomes permettant d'améliorer notablement la sensibilité en fréquence [25] et qui est encore exploitée dans les horloges atomiques actuelles. Cette découverte lui vaudra d'ailleurs le prix Nobel en 1989.

L'interrogation de Ramsey consiste à diviser l'interrogation en deux interactions entre le champ et les atomes de durée  $\tau$  séparées d'un temps  $T$ , appelé vol libre ou temps de libre

20. Lors d'une interrogation de Rabi il est usuel de noter le temps d'interaction  $\tau$  qu'il ne faut bien sûr pas confondre avec le temps d'intégration de  $\sigma_y(\tau)$

évolution, où l'état interne des atomes évolue librement.

Son schéma de principe est représenté en Fig.1.9. Le jet d'atomes issu d'une source puis préparé dans un état atomique défini atteint une première cavité où les atomes interagissent une première fois pendant une durée  $\tau$  avec le champ micro-onde d'interrogation à la fréquence  $\nu$ . Les atomes y subissent une impulsion Rabi  $\pi/2$  qui les place dans une superposition cohérente des états fondamental et excité de la transition d'horloge. L'état interne des atomes évolue ensuite librement pendant un temps  $T \gg \tau$  jusqu'à ce qu'ils atteignent une seconde cavité, identique à la première. Là ils interagissent une seconde fois (toujours pendant une durée  $\tau$ ) avec le champ micro-onde d'interrogation à la fréquence  $\nu$  et subissent encore une impulsion Rabi  $\pi/2$ . Enfin les atomes parviennent au système de détection où les populations de chaque niveau sont dénombrées et la probabilité de transition évaluée. Il apparaît alors sur le signal de  $P(\nu)$  un système de franges résultant des interférences atomiques créées par l'interrogation de Ramsey. Le système de franges, centré en  $\delta = 0$ , présente une période de  $1/T$  et s'atténue en s'éloignant de résonance. La largeur à mi-hauteur de la frange centrale vaut  $\Delta\nu = 1/2T$  tandis que la largeur de l'enveloppe des franges, appelée piédestal de Rabi, est de l'ordre de  $1/\tau$ . Ainsi, grâce à cette méthode, la sensibilité en fréquence n'est plus limitée par la durée d'interaction  $\tau$  mais par le temps du vol libre  $T$  séparant les deux interrogations.

Ceci a un impact expérimental considérable puisque pendant cette durée  $T$  il n'existe pas de couplage entre atomes et champ. Il n'y a donc plus besoin de cavité pendant cette phase, il suffit de bien contrôler l'environnement des atomes (champ magnétique, fuites micro-onde), ce qui est beaucoup plus aisé. Prenant une distance entre les deux cavités de 1 mètre on peut donc espérer un gain sur la sensibilité en fréquence de l'ordre de  $\frac{2T}{\tau} \sim 60$  par rapport à une interrogation classique de Rabi de durée  $\tau$ .

Cette technique a été mise en place dans des horloges à jets thermiques (cf Fig.1.9) et permet d'obtenir des largeurs de raie de  $\Delta\nu \sim 100$  Hz correspondant à un temps de libre évolution  $T \sim 5$  ms. La figure 1.9 montre une comparaison de principe entre interrogation de Rabi et de Ramsey.

Une interprétation géométrique des franges de Ramsey utilisant l'image du spin fictif est donnée dans les thèses [26, 2] et dans l'ouvrage [6]. On trouvera aussi une vision interférométrique du problème dans la référence [27]

### 1.4.2 Le refroidissement d'atomes par laser

Pour améliorer le facteur de qualité atomique sans changer de transition atomique, il faut donc allonger la durée de la phase d'interrogation. Plusieurs solutions apparaissent. La première consiste à éloigner les deux cavités dans le cas d'une interrogation de Ramsey. Dans les faits, il est difficile d'allonger indéfiniment la zone d'interrogation, d'une part en raison de la divergence des jets thermiques (qui fait chuter le nombre d'atomes utiles avec la longueur du système), et d'autre part en raison du problème du contrôle des effets systématiques sur une grande échelle. La seconde solution consiste à diminuer la vitesse des atomes.

A la fin des années 1980, le développement des techniques de refroidissement d'atomes par laser [28] rendit cette idée réalisable et ce fut l'avènement des fontaines à atomes froids. Ces techniques de refroidissement<sup>21</sup> permettent d'obtenir des vitesses atomiques résiduelles de l'ordre de 1 cm/s à comparer au 200 m/s d'un jet thermique. Ces très faibles vitesses autorisent

21. **Principe du refroidissement d'atomes par laser** On considère le cas d'un atome possédant deux niveaux d'énergie séparés par une transition optique de pulsation  $\omega_{opt}$  et dont le niveau excité présente un taux d'émission spontanée  $\Gamma$ . Cet atome se meut à la vitesse  $\vec{v}_{at}$  dans le référentiel du laboratoire. On considère un faisceau laser de vecteur d'onde  $\vec{k}_L$  désaccordé d'une quantité  $\delta_L = \omega_L - \omega_{opt}$  par rapport à la transition optique.

des temps d'interrogation de l'ordre de 1 s et sont à la base de presque tous les étalons de fréquences en développement actuellement. A titre indicatif dans une fontaine atomique de  $\sim 1$  m de haut, la durée du vol libre vaut  $\sim 0,5$  s et la frange centrale de Ramsey a une largeur à mi-hauteur de 1 Hz, soit un gain d'un facteur 100 par rapport au jet thermique fonctionnant avec le même atome de césium.

### 1.4.3 La microgravité

La largeur de raie obtensible sur les fontaines à atomes froids est limitée par la chute des atomes dans le champ de pesanteur. Aussi, l'alliance du refroidissement d'atomes par laser et d'un fonctionnement en micro-gravité permet de s'affranchir de cette contrainte et d'allonger la durée de la phase de vol libre. Dans l'espace, les techniques de refroidissement laser permettent de contrôler le lancement des atomes jusqu'à des vitesses de l'ordre de 5 cm/s ; le vol libre dure alors typiquement 5 s, ce qui permet de gagner en théorie un autre facteur 10 sur le facteur de qualité atomique par rapport aux fontaines à atomes froids terrestres. Le projet d'horloge spatiale à atomes froids de césium ACES/PHARAO repose sur ce principe [13, 3, 29].

### 1.4.4 Les atomes ou ions piégés

Pour aller encore plus loin, les atomes (ou les ions) peuvent être piégés par un potentiel (électrique, magnétique ou dipolaire) qui les confinent dans un volume très réduit [30, 31]. La séquence de fonctionnement doit alors être effectuée temporellement. C'est le cas par exemple des horloges à ions piégés où des temps d'interrogation de 10 sec et plus ont été réalisés [30]. Toutefois, l'interaction avec le potentiel de piégeage est une source potentiellement importante d'effets systématiques.

### 1.4.5 Le régime de Lamb-Dicke

Un ennemi récurrent de la spectroscopie est l'effet Doppler. De part la vitesse et la dispersion de vitesse non nulles des atomes, il déplace et/ou élargit la transition d'horloge. Certaines techniques expérimentales comme le refroidissement d'atomes permettent de le réduire notablement. Toutefois la plupart des autres types d'horloges utilisant des atomes thermique (horloges en cellule, horloge à ions) se placent dans un régime particulier appelé régime de Lamb-Dicke [32] qui permet de s'en affranchir automatiquement. On montre que lorsque l'atome est confiné dans un espace dont les dimensions typiques sont petites devant la longueur d'onde de la transition

---

On note  $\theta = (\vec{k}_L, \vec{v}_{at})$  l'angle entre le vecteur d'onde et la vitesse de l'atome.

Compte tenu du décalage par effet Doppler la condition de résonance s'écrit:

$$\omega_{opt} = \omega_L - \vec{k}_L \cdot \vec{v}_{at} = \omega_L - k_L \cdot v_{at} \cdot \cos \theta \quad (1.24)$$

qui s'exprime alors comme :

$$\delta_L = k_L \cdot v_{at} \cdot \cos \theta \quad (1.25)$$

Pour un faisceau contrapropageant on a  $\theta = \pi$  et il devient nécessaire de décaler la fréquence du laser dans le "rouge" de la transition afin de respecter la relation 1.25. Dans ces conditions le faisceau interagit alors avec l'atome. L'atome effectue alors des cycles de fluorescence, passage dans le niveau excité par absorption d'un photon du faisceau laser suivi d'une désexcitation par émission spontanée d'un photon dans une direction aléatoire. Au cours de ces cycles, l'atome encaisse l'impulsion  $\hbar \vec{k}_L$  provenant des photons absorbés dans l'onde laser, tandis qu'en moyenne, l'impulsion de recul qu'il reçoit par l'émission spontanée de photons s'annule, en raison de l'isotropie du processus. Au final, l'impulsion de l'atome est diminuée puisque  $\vec{k}$  est de sens opposé à  $\vec{v}_{at}$ . L'atome est ralenti.

sonnée alors la transition n'est pas élargie par effet Doppler ni décalée par effet de recul [33]. Cette condition est relativement simple à réaliser pour des transitions micro-ondes où les longueurs d'onde sont centimétriques ( $\nu = 9.2$  GHz  $\leftrightarrow$   $\lambda = 3.26$  cm). On peut alors atteindre ce régime de plusieurs manières différentes. On peut soit confiner physiquement les atomes dans une cellule plus petite que la longueur d'onde, soit utiliser un gaz tampon qui par collision va entraîner une diffusion très lente des atomes sondés (horloges en cellule) ou enfin piégés les atomes dans un espace restreint grâce à des potentiels (voir plus haut). Pour les étalons optiques cette condition est nettement plus délicate à obtenir mais est utilisée dans les horloges optiques à réseau et à ions.

#### 1.4.6 Les horloges optiques

Toutes les précédentes techniques visaient à allonger le temps d'interaction afin d'augmenter  $Q_{at}$ . Toutefois, ces différentes techniques sont désormais matures et on atteint les limites fondamentales inhérentes à chacune d'elles tant en terme de temps d'interaction que de rapport signal à bruit. La principale voie de développement actuelle consiste donc à augmenter la fréquence de la transition d'horloge  $\nu_{at}$  en passant du domaine micro-onde (9.2 GHz pour le césium) au domaine optique (435 THz pour la transition d'horloge à 689 nm du  $^{87}\text{Sr}$ ). Du fait des 4 ordres de grandeur séparant ces domaines de fréquences, on est en droit d'espérer une amélioration considérable des performances des horloges. A l'été 2008, date d'écriture de ce manuscrit, plusieurs groupes ont déjà reporté des bilan d'exactitude et des comparaisons directes entre horloges optiques sous les  $10^{-16}$  en fréquence relative [34, 35]. Ces résultats surpassent ceux obtenus sur les meilleures fontaines atomiques [15] et promettent encore une belle marge de progression.

## 1.5 Principales applications des horloges atomiques

Les horloges atomiques trouvent des applications partout où des mesures stables et/ou absolues de fréquences, de durées ou de longueurs<sup>22</sup> sont nécessaires. Si leur vocation première est bien sûr d'assurer la construction des échelles de temps, leur champ d'applications est bien plus vaste. Cette "démocratisation" provient de la capacité à produire des étalons de fréquences performants dans un volume restreint (de qq cm<sup>3</sup> à qq litres) et à un prix "raisonnable" (~ 60 k€ pour un jet thermique). Ces étalons prennent part à de nombreux systèmes plus complexes dont elles assurent la référence de temps. Le meilleur exemple est certainement celui de la navigation par satellites (voir page 35).

Nous donnons par la suite un aperçu des principales applications et de leur besoins respectifs en terme de stabilité et/ou d'exactitude pour les références de fréquences utilisées. On pourra se reporter à la référence [36].

### 1.5.1 Besoin en métrologie

#### La seconde au sein du système SI

La métrologie atomique du temps s'est développée grâce aux très bonnes exactitudes qu'elle permet d'atteindre. Parmi les sept unités de base du système SI, la seconde est l'unité qui est réalisée avec la plus grande exactitude, et de loin<sup>23</sup>. Une démarche logique consiste donc à essayer de raccorder, à l'aide des lois de la physique et des constantes fondamentales, les diverses unités à la seconde afin de bénéficier de cette très bonne réalisation. Ainsi, la seconde prend alors une place centrale en métrologie puisque de nombreux dispositifs visant à réaliser une unité, le mètre par exemple, nécessiteront une référence de temps exacte.

#### Construction du temps international avec des horloges

De manière intuitive, le rôle d'une horloge est d'assurer la réalisation d'une référence de temps, qui permet de dater les événements les uns par rapport aux autres. Cette tâche est celle des différents laboratoires nationaux de métrologie. Ces laboratoires développent des étalons de fréquences et exploitent leurs signaux ultra-stables afin de construire diverses échelles de temps (TAI, Temps Atomique International, UTC, Universal Time Coordinate) dont les applications et propriétés diffèrent sensiblement.

Une échelle de temps doit posséder plusieurs propriétés afin de remplir son rôle. Chacune de ces propriétés posent des contraintes sur les horloges et/ou sur la manière d'interpréter leurs signaux.

**L'universalité:** Une échelle de temps doit être identique pour tous les utilisateurs, quelle que soit leur position dans l'espace ou dans le temps. Il faut donc tenir compte des corrections relativistes (voir page 25) afin d'évaluer convenablement le signal des horloges.

**La pérennité:** Assurant la datation d'événements depuis une date origine, une échelle de temps ne peut être interrompue, même de façon momentanée. C'est pourquoi la création de cette échelle ne peut reposer sur une seule horloge, potentiellement sujette à défaillances. Ceci impose bien sûr une grande fiabilité des horloges assurant la construction de l'échelle de temps ainsi que des algorithmes permettant de combiner leur signaux efficacement.

22. L'unité de longueur, le mètre, est définie à partir de l'unité de temps, la seconde, comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en  $1/299\,792\,458$  seconde.

23. [http : //www.bipm.org/fr/si/](http://www.bipm.org/fr/si/)



**L’accessibilité:** Une échelle de temps doit être accessible à tous les utilisateurs, afin que tous disposent de la même référence. Universalité et accessibilité sont donc intimement liées. Par ailleurs le délai d’accessibilité d’une échelle de temps dépend de son utilisation. Les échelles métrologiques telles que le TAI et UTC requièrent des délais longs (1 mois) afin de garantir la stabilité et l’exactitude. Il peut être nécessaire de générer l’échelle de temps en temps réel pour la diffusion grand public ou les applications scientifiques, c’est le cas de UTC(k).

Sans poser de contraintes sur les horloges elles-mêmes, l’accessibilité ne peut être assurée que par des moyens de diffusion préservant la qualité de l’échelle de temps construite localement. Les exigences propres aux différentes utilisations imposent la qualité de ces liens. On citera pour exemple, la radiodiffusion (France Inter, horloge parlante, DCF77), la synchronisation par voies satellitaires [37] ou encore via le réseau internet NTP

**L’exactitude:** Elle peut être définie comme son aptitude à réaliser un intervalle de temps unitaire aussi proche que possible de la seconde SI. L’exactitude d’une échelle de temps se fait généralement en comparant sa fréquence moyenne à celle d’un étalon primaire de fréquence.

**La stabilité:** Elle peut être définie comme la capacité à générer un intervalle de temps unitaire aussi constant que possible même si celui ci diffère de la seconde SI. Elle dépend évidemment de la stabilité des horloges servant à la construire.

**Les étalons primaires et secondaires** Un petit nombre de laboratoires nationaux de métrologie réalisent l’unité de temps avec une exactitude ultime. Pour cela, ils conçoivent et construisent des étalons primaires de fréquence (jet thermiques, fontaines) dont l’exactitude est excellente ( $\leq 10^{-15}$ ).

Les étalons primaires permettent d’étalonner périodiquement la fréquence moyenne des étalons secondaires utilisées comme horloges dans les laboratoires de métrologie nationaux. Les étalons secondaires sont généralement des horloges commerciales à césium (par exemple 5071A de Symmetricom®) qui se distinguent par une très bonne stabilité de fréquence à long terme. Ne présentant pas de dérive de fréquence, elles sont capables de conserver une fréquence avec une stabilité relative meilleure que  $10^{-14}$  sur plusieurs mois. Elles constituent à ce titre d’excellents ”garde-temps”. Leur exactitude propre est de l’ordre de quelques  $10^{-13}$ . Cette exactitude est faible par rapport à celle des étalons primaires cependant elle est nécessaire en cas de défaillance des étalons primaires rendant toute comparaison et calibration impossibles.

**La qualité d’une échelle de temps repose à la fois sur la stabilité long terme des étalons secondaires qui la construisent et sur l’exactitude des étalons primaires qui calibrent sa fréquence moyenne.**

### 1.5.2 Besoin en physique fondamentale

Les mesures précises de fréquences sont au coeur de nombreux projets de physique fondamentales, aussi les horloges atomiques y jouent un rôle clé.

#### Pour la physique quantique et atomique

**Mesure de constantes physiques** Certaines constantes issues de la physique fondamentale peuvent être mesurées par la seule fréquence de phénomènes physiques. On peut alors



mesurer très finement ces constantes afin de valider les théories sous jacentes. Ainsi la constante de Rydberg  $R_\infty$  a pu être déterminée à  $9 \cdot 10^{-12}$  près à l'aide la mesure de plusieurs fréquences de transitions de l'atome d'hydrogène [38]. La mesure du rapport gyromagnétique  $g$  de l'électron atteint aussi une incertitude relative de quelques  $10^{-12}$  [39].

**Variations des constantes fondamentales** De nombreuses expériences visent à mesurer avec une grande exactitude la constante de structure fine  $\alpha$  qui joue un rôle très important en physique atomique et en électrodynamique quantique. Par ailleurs, les horloges atomiques sont des outils privilégiés afin de détecter une éventuelle variation temporelle de  $\alpha$  à l'aide de plusieurs espèces atomiques. Une instabilité des constantes fondamentales remettrait en cause le Principe d'Equivalence énoncé par Einstein dans le cadre de la théorie de la Relativité Générale [40, 41, 42]. Les mesures absolues de fréquences de transition de plusieurs espèces atomiques permettent de contraindre les variations à des niveaux aussi bas que  $-1.6 \pm 2.3 \cdot 10^{-17}/\text{an}$  [35]. Par ailleurs, les expériences menées sur des transitions moléculaires, comme dans  $SF_6$  [43] ou dans  $NH_3$  à l'université d'Amsterdam, apportent des informations complémentaires aux systèmes atomiques sur ces potentielles variations.

**Propriétés des atomes et molécules** La spectroscopie de très haute résolution permet d'affiner la connaissance sur la structure interne des atomes et molécules et des coefficients qui traduisent leurs interactions avec l'environnement chimique et électromagnétique. En particulier, la métrologie des fréquences a permis de dégager de nombreuses propriétés sur les atomes alcalins de Cs et de Rb comme les sections efficaces de collision entre atomes froids ou les coefficients de sensibilité au rayonnement du corps noir.

**Mesures absolues de fréquences** La grande exactitude des étalons de fréquence ainsi que les moyens de comparaisons désormais disponibles permettent de mesurer de manière absolue les fréquences des domaines micro-ondes et optiques. On pourra notamment citer ici les campagnes de mesures réalisées grâce à la fontaine mobile FOM du LNE-SYRTE. Son exactitude de  $10^{-15}$ , sa fiabilité et sa transportabilité ont permis de réaliser des mesures absolues de fréquences d'une rare exactitude. Dans le domaine micro-onde, une comparaison fin 2007 entre les fontaines FO2-Rb et FOM du LNE-SYRTE a permis de déterminer l'écart hyperfin du Rubidium 87 avec une exactitude de  $1.1 \cdot 10^{-15}$  [15]. En référencant un peigne de fréquences optiques à la fontaine FOM, on a pu mesurer en 2000 la fréquence de transition  $1S - 2S$  de l'hydrogène avec une exactitude de  $1.8 \cdot 10^{-14}$  [44]. Ce résultat est particulièrement important dans la détermination de la constante de Rydberg ou du Lamb shift du niveau  $1S$  car permettant de contraindre les hypothèses de l'électrodynamique quantique. Plus récemment, la mesure de la fréquence de la transition d'horloge de l'ion  $^{40}\text{Ca}^+$  réalisée à  $10^{-15}$  près ouvre la voie vers le développement de nouveaux étalons de fréquence optique [45].

Pour toutes les applications en physique fondamentale mentionnées ci-dessus, il est clair que l'exactitude est le premier critère recherché. Toutefois, il est aussi évident que la stabilité des étalons entrent en compte dans la réalisation pratique de telles campagnes de mesures afin de limiter le temps d'intégration nécessaire.

### Pour la mesure de la structure de l'espace temps et la relativité

Depuis l'apparition de la relativité générale, de nombreuses théories de la gravitation ont été élaborées. La plupart d'entre elles considère la gravitation comme une manifestation de la

structure de l'espace-temps qui est alors décrite par une métrique. Dans la limite des champs de gravitation faibles et des vitesses petites devant  $c$  on utilise des métriques post-newtonniennes paramétrisées (PPN) qui introduisent des paramètres  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ . Ces théories vérifient le principe d'équivalence et sont une généralisation de la relativité générale d'Einstein. Les expériences tentent donc de contraindre les paramètres PPN afin de déceler un écart à la théorie d'Einstein. Les différentes expériences menées jusqu'à maintenant dans le système solaire ont conduit à des valeurs des paramètres PPN compatibles avec 0 aux incertitudes de mesures près.

De nombreux effets prévus dans le cadre de ces théories PPN peuvent être testés grâce à des mesures de fréquences. Plusieurs missions envisagent donc de spatialiser des horloges atomiques afin de réduire encore les incertitudes sur ces paramètres PPN (ACES) d'une part et/ou pour sonder la théorie de la gravitation à des échelles plus grandes (SAGAS).

**ACES** Le projet ACES (Atomic Clock Ensemble in Space), piloté par le CNES et l'ESA, vise à placer sur la station spatiale internationale (ISS) un module comprenant notamment un maser actif à hydrogène (SHM) et une horloge à atomes froids de césium (PHARAO) de très haute performance ( $\sigma_y(\tau) = 7 - 10 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$ , *exactitude*  $\simeq 10^{-16}$ ). Cette mission a pour but de permettre des tests de physique fondamentale grâce à l'exactitude de l'horloge PHARAO mais aussi des comparaisons entre horloges au sol grâce à la très bonne stabilité des horloges embarquées.

Les principaux effets pouvant être testés grâce à une telle exactitude sont d'après [24] :

- Le déplacement relativiste de fréquence ou redshift (voire page 25) avec une exactitude de  $3 \cdot 10^{-6}$  soit une amélioration d'un facteur 35 par rapport à la mission Gravity Probe A.
- La possible dérive de la constante de structure fine  $\alpha$  avec une résolution sur  $\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}$  inférieure à  $10^{-17}$  par an.
- Une éventuelle anisotropie de la vitesse de la lumière prévue dans le cadre de la relativité restreinte. ACES pourra tester ceci avec une résolution de  $6 \cdot 10^{-11}$  sur  $\frac{\delta c}{c}$  grâce à la très bonne stabilité court terme du SHM et aux performances du transfert de temps par lien micro-onde MWL [24].

**SAGAS** L'envoi de sondes spatiales aux confins du système solaire permet de tester la relativité sur des échelles très grandes et de réaliser des tests de physique fondamentale pour des champs gravitationnels très différents. Ce sont quelques uns des buts de la mission SAGAS [46] proposée par la communauté scientifique dans le cadre de l'appel à propositions COSMIC VISION de l'ESA qui vise à placer sur une sonde spatiale dédiée une horloge optique à ion  $Sr^+$  de stabilité  $10^{-14} \tau^{-1/2}$  et d'exactitude  $10^{-17}$  ainsi qu'un accéléromètre à atomes froids, tous deux reliés à la Terre par un lien optique [46]. Là encore les performances de l'horloge (exactitude surtout) et du lien sont prépondérantes. Cette mission permettra de réaliser des tests concernant le décalage gravitationnel, l'invariance de Lorentz, les paramètres PPN, la loi de la gravitation aux grandes échelles et les accélérations anormales (type anomalie Pioneer), la variation des constantes fondamentales dans le temps et dans des potentiels gravitationnels différents.

### 1.5.3 Besoin pour les constellations de satellites de positionnement

La notion de temps est intimement liée à celle de distance, la constance de la vitesse de la lumière permettant de lier trivialement ces deux notions. La durée de propagation  $\Delta\tau$  d'un signal électromagnétique entre deux points permet d'obtenir une information assez fiable sur

la distance  $D$  les séparant par la simple relation  $\Delta\tau = \frac{D}{c}$ . Si l'on connaît l'instant de l'émission du signal ainsi que les coordonnées spatiales de la source d'émission on peut alors par la mesure de  $\Delta\tau$  se positionner par rapport à cette source. Cette particularité est à la base de nombreux systèmes de navigation et de positionnement, le plus évolué étant le positionnement par satellites qui fait l'objet de cette partie.

L'erreur sur le positionnement découlant de ce type de méthodes provient basiquement de deux contributions. D'une part, la non-homogénéité du milieu de propagation du signal électromagnétique due aux effets atmosphériques (variations d'indice, humidité de la troposphère, contenu électronique de la ionosphère) qui perturbent le temps de propagation  $\Delta\tau$  et d'autre part la synchronisation des bases de temps à l'émission et à la réception. Ces bases de temps sont données dans les systèmes modernes par des horloges atomiques dont les fréquences peuvent fluctuer dans le temps. En pratique la stabilité de fréquence des horloges peut être un des éléments limitants. A titre indicatif une incertitude de 1 ns sur la référence temporelle mène à une incertitude de 30 cm sur le positionnement.

Nous allons donner par la suite les différentes contraintes posées sur les horloges pour les divers besoins inhérents à la navigation et au positionnement par satellites. Ces contraintes portent à la fois sur leurs performances pures en terme de stabilité mais aussi sur leur capacité à être spatialisées.

### Principe du positionnement par satellites

Le positionnement par satellites d'un utilisateur muni d'un récepteur *ad hoc* repose sur la mesure des pseudo-distances notées  $\rho_i$  le séparant des satellites  $i$  de la constellation. On mesure pour cela le temps de propagation d'un signal micro-onde (typ. 1.2 - 1.5 GHz) émis par le satellite  $i$  à la date  $t_{e_i}$  et reçu (par le récepteur) à la date  $t_r$ .

L'utilisateur peut déterminer sa position par rapport au satellite  $i$  en connaissant les coordonnées  $(X_i, Y_i, Z_i)$  de celui-ci dans le référentiel géocentrique et l'instant d'émission  $t_{e_i}$  du signal. Le message que le satellite envoie à l'utilisateur contient ces deux informations ainsi que quelques données correctives notées  $\varepsilon_i$  émanant d'effets relativistes ou atmosphériques.

Toutefois, on ne peut se positionner correctement que si l'écart  $\Delta T$  entre les bases de temps du récepteur et de la constellation de satellites<sup>24</sup> est connu, permettant une interprétation pertinente de la donnée "instant d'émission"  $t_{e_i}$  par le récepteur.

Ainsi, la pseudo-distance de l'utilisateur de coordonnées  $(X, Y, Z)$  au satellite  $i$  s'écrit :

$$\begin{aligned}\rho_i &= c(t_r - t_{e_i} - \varepsilon_i - \Delta T) \\ \rho_i &= \sqrt{(X - X_i)^2 + (Y - Y_i)^2 + (Z - Z_i)^2} - c\Delta T\end{aligned}\tag{1.26}$$

La relation 1.26 met en jeu 4 inconnues  $(X, Y, Z, \Delta T)$ . La détermination absolue de la position de l'utilisateur requiert donc au moins 4 mesures de distances aux satellites. Il n'est donc possible de se positionner que lorsque 4 satellites sont visibles en même temps par le récepteur.

24. Les satellites sont synchronisés et ont donc une base de temps commune qui est périodiquement corrigée grâce à des comparaisons avec des horloges terrestres

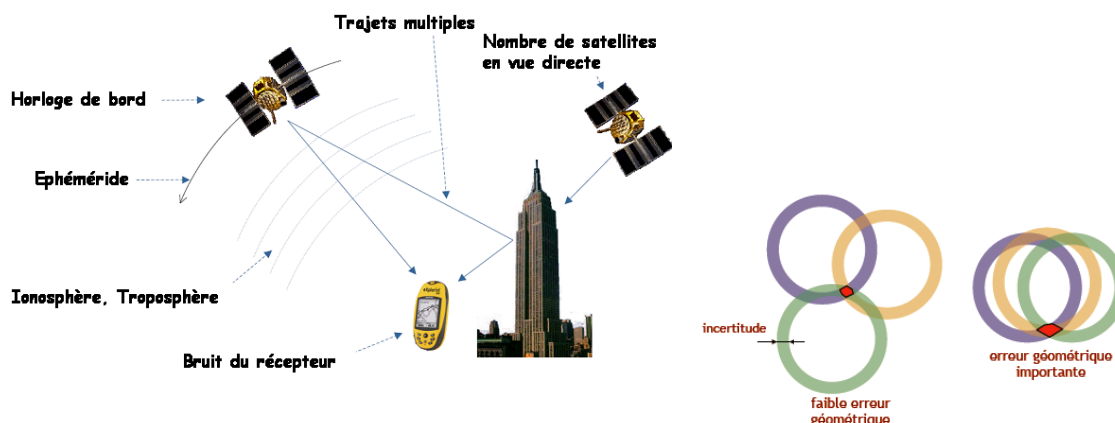
**LES SOURCES D'ERREUR**

FIG. 1.10 – **A gauche** : les principales sources d’erreur d’une mesure GPS (Courtoisie de V.Hermann). **A droite** : illustration de l’influence du facteur géométrique GDOP sur la mesure de position par satellites. L’incertitude de chaque mesure de distance ou UERE est représenté par la largeur des anneaux. La figure met en évidence que pour une même UERE, l’incertitude positionnement dépend de la géométrie utilisateur-satellites. Courtoisie de T. Dudok de Wit

**Les sources d’erreur et le bilan d’erreur**

La mesure de position est polluée par différentes sources de bruits ou biais qui perturbent la propagation du signal ou son traitement. Les principales sources affectant la mesure de position finale sont explicitées et données dans le tableau 1.1 avec leurs contributions respectives. Elles sont schématisées sur la figure 1.10. Le bilan d’erreur présenté est indicatif. Les différentes contributions pouvant varier sensiblement selon le récepteur utilisé (bruit propre, moni-bifréquence, code ou phase), l’endroit où l’on se trouve (trajets multiples). On se reportera à la référence [47] pour une discussion plus approfondie sur ces paramètres.

- Le bruit de fréquence des horloges embarquées
- L’erreur d’éphéméride permettant de calculer la position des satellites
- Les effets atmosphériques
- Le nombre de satellites en vue directe
- Les trajets multiples du signal électromagnétique
- Le bruit du récepteur lui-même

Tous ces effets et perturbations permettent d’évaluer ”l’erreur équivalente de position de l’utilisateur” ou ”User Equivalent Ranging Error” (UERE). Elle correspond à l’incertitude sur la mesure de distance entre l’utilisateur et chaque satellite. L’incertitude sur la position résulte quand à elle du produit entre l’UERE et un autre facteur que l’on appelle le G.D.O.P (Geometric Dilution Of Precision) qui rend compte de la qualité de la géométrie utilisateur-satellites. Ce facteur est typiquement compris entre 1 (cas très favorable) et 6 (cas pessimiste). Le principe du ”Dilution of Precision” est illustré sur la figure 1.10. Il est clair qu’une multiplication des constellations de satellites et leur interopérabilité favorise l’obtention de bons GDOP.

Sources de bruit	Incertitude en m
<b>La stabilité des horloges bord</b>	<b>0.5</b>
L'erreur d'éphéméride	0.5
Les effets atmosphériques (Ionosphère)	1.5
Les effets atmosphériques (Troposphère)	0.1
Les trajets multiples	1.5
Le bruit du récepteur	0.2
Erreur Théorique (UERE)	2.3

TAB. 1.1 – Bilan d'erreur typique d'une mesure de positionnement par satellites avec un récepteur mono-fréquence.

### Rôle des horloges - contraintes

Les horloges embarquées assurent la stabilité de l'échelle de temps dispensée par la constellation. L'échelle de temps de référence définissant le temps propre de la constellation (comme GPS-Time ou Galileo System Time) est générée par une batterie d'horloges très stables situées au sol dans la station de contrôle.

Les horloges embarquées ont pour fonction de dispenser cette référence de temps le mieux possible. Néanmoins les horloges embarquées ont des performances moindres que les horloges sol, tant en terme de bruit que de dérive, et ne peuvent garantir la qualité de cette échelle de temps sans être périodiquement recalibrées. Il s'agit d'évaluer lors de ces calibrations l'écart temporel  $x(t)$  entre l'échelle de temps du satellite et l'échelle de référence. Cette calibration est faite tous les jours quand les satellites passent au dessus des stations de contrôle<sup>25</sup>. En comparant, la fréquence des horloges de bord avec celle des horloges de référence, on peut recalibrer ou synchroniser les différentes échelles de temps (référence et satellites). **Ceci impose que la stabilité de l'horloge de bord soit suffisamment bonne pour que l'erreur temporelle intégrée sur une journée (ou plutôt sur la durée entre deux calibrations) soit inférieure à l'erreur maximum tolérée.**

La méthode utilisée consiste à observer le comportement de l'horloge depuis les stations sol, réparties sur tout le globe, afin de l'extrapoler. On mesure pour cela la valeur de l'écart temporel instantané  $x(t)$  pendant le passage et on interpole ses variations par un polynôme du second degré de coefficients  $(a_0, a_1, a_2)$ . Ce polynôme permet d'extrapoler le comportement de l'horloge jusqu'au calcul d'un nouveau modèle. En pratique on utilise les données de plusieurs mesures afin d'améliorer la prédiction du comportement long terme. On se reportera aux références [48, 49].

$$x(t - t_0) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 + \psi(t - t_0) \quad (1.27)$$

Où  $t_0$  est un instant de référence,  $a_0$  est le décalage temporel de l'horloge,  $a_1$  est la différence de fréquence relative entre les horloges sol et embarquées,  $a_2$  traduit la dérive de fréquence relative des horloges embarquées et  $\psi(t)$  représente les processus aléatoires de bruits affectant l'horloge ainsi que les corrections relativistes<sup>26</sup>.

25. La période de révolution d'un satellite est de l'ordre de 12 h. Compte tenu de la révolution de la Terre sur elle même, il faut 24h pour qu'un satellite repasse au dessus d'un point donné du globe

26. La fréquence relative des horloges embarquées est volontairement décalée de  $-4.7 \cdot 10^{-10}$  afin de compenser les effets relativistes entre celles-ci et les horloges terrestres. De ce fait le coefficient  $a_1$  reste petit, permettant au coefficient  $a_0$  de ne pas croître trop vite et donc de ne pas dépasser le nombre de bits alloués à son codage.

Le satellite diffuse alors dans son signal les paramètres issus de cette interpolation, c'est à dire les coefficients  $(a_0, a_1, a_2)$ . L'erreur de synchronisation vue par l'utilisateur est donc la différence entre le comportement réel de l'horloge et la modélisation qui en a été faite. On reporte donc une partie des contraintes posées sur les performances pures des horloges sur notre capacité à les modéliser.

La stabilité de l'horloge intervient à plusieurs niveaux. La stabilité court terme limite la qualité de la détermination des coefficients  $(a_0, a_1, a_2)$  pendant la durée de l'interpolation et elle contribue au bruit résiduel lorsque ces coefficients sont fixés. Ces coefficients doivent être réactualisés tous les jours en raison d'une stabilité long terme insuffisante des horloges actuellement utilisées. Il est important de noter que le lien micro-onde peut être l'élément limitant lors de la comparaison. Le bruit des horloges (et de l'électronique associée) n'est donc visible qu'après un certain temps d'intégration (le bruit du lien, typiquement du bruit blanc de phase, se moyenne plus vite que le bruit des horloges).

### Les horloges actuelles et leur limitations

Les horloges utilisées actuellement dans les constellations de satellites de positionnement comme GPS ou GALILEO sont des horloges à Rubidium RAFS (GPS et GALILEO), des horloges à jet thermique de césium (GPS) et un maser passif à hydrogène PHM (GALILEO). La description technique de ces types d'horloges est faite à partir de la page 181. Les performances sont données dans le tableau 1.2. A noter que ces horloges sont redondées pour chaque satellite afin d'améliorer le signal moyen et/ou de pallier une défaillance éventuelle d'une des horloges.

	GPS	GALILEO	
Types d'horloges	Rb II/IIA	RAFS	Passive H-Maser
Quantité embarquée	2	2	2
Stabilité à 1 sec	$7 \cdot 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{-12}$	$7 \cdot 10^{-13}$
Flicker	$1 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{-14}$	$6 \cdot 10^{-15}$
Dérive par jour	$4 - 10 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-13}$	$5 \cdot 10^{-15}$
Volume	/	2.4 l	28 l
Poids	6 kg	3.2 kg	18 kg

TAB. 1.2 – Horloges embarquées des constellations GPS et GALILEO. Les satellites GPS II/IIA utilisent aussi 2 horloges à jet de césium.

### Apport de nouvelles horloges ?

Les performances pures de ces horloges satisfont aux besoins actuels mais il est clair qu'à l'avenir les prochaines générations de satellites tireraient profit d'horloges plus performantes. En effet, la multiplication des systèmes et des fréquences porteuses permettront de réduire la contribution ionosphérique et le poids du bruit propre des horloges deviendra alors plus important sur le positionnement. De plus, de meilleures caractéristiques à long terme (dérive) permettent de relâcher la contrainte sur la calibration périodique des horloges par la station de contrôle. On gagne donc en fiabilité et en autonomie.

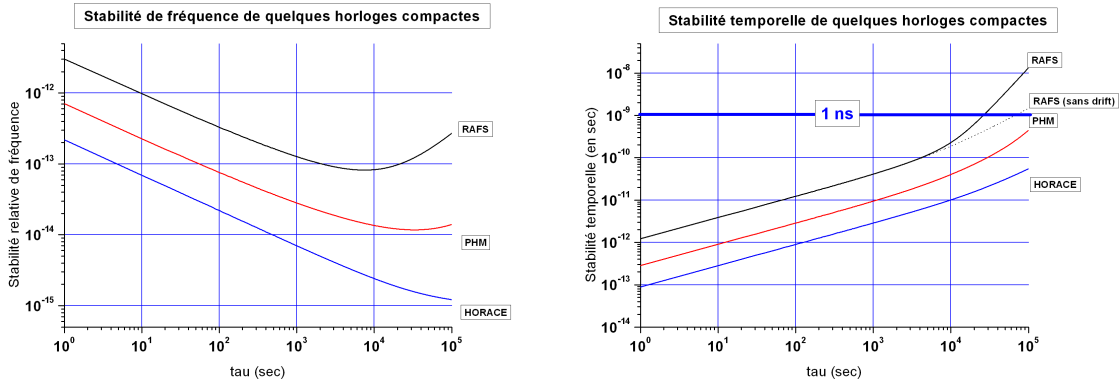


FIG. 1.11 – Stabilité relative de fréquence et stabilité temporelle de quelques horloges compactes. On a représenté les horloges RAFS et PHM utilisé pour GALILEO ainsi que l’horloge HORACE. Pour cette dernière nous avons ajouté de manière conservatrice un palier flicker de fréquence au niveau de  $10^{-15}$ . On a représenté en gras la ligne correspondant à une erreur temporelle de 1 ns.

### 1.5.4 Autres besoins

#### Deep space network

Les étalons de fréquence capables d’un fonctionnement à la fois fiable sur le long terme et avec une grande stabilité de fréquence sont nécessaires aux applications de synchronisation et de navigation des satellites et des sondes spatiales. Les fortes contraintes en terme de fiabilité, masse, encombrement et consommation électrique imposent l’utilisation de technologies parfaitement maîtrisées. De plus, les horloges de bord doivent aussi supporter de plus importantes variations de leur environnement thermique, magnétique, radiatif et inertiel que les horloges terrestres fonctionnant dans des conditions métrologiques de laboratoire.

Ce type de réflexion a amené à développer pour les sondes spatiales des technologies d’horloges spécifiques. Le JPL notamment a porté ses efforts sur le développement d’étalons de fréquence à ions  $\text{Hg}^+$  afin de satisfaire les besoins du Deep Space Network (voir page 193) pour les sondes directement mais aussi pour les horloges au sol. Le Deep Space Network est un réseau d’énormes antennes pilotées par le JPL permettant de communiquer avec les sondes spatiales et d’assurer leur navigation dans le système solaire. Ce réseau utilise trois stations situées à Goldstone (Californie), Madrid (Espagne) et Canberra (Australie) afin de pouvoir suivre 24h/24h le trajet des sondes. Ces stations sont synchronisées entre elles à l’aide d’horloges atomiques. Usuellement, la navigation des sondes spatiales est réalisée par vélocimétrie Doppler grâce à un lien à 2 voies (two-way) en mesurant le décalage Doppler entre le signal envoyé par l’antenne et le signal cohérent réémis par la sonde grâce à un transpondeur. Typiquement ces liens doivent être maintenus pendant 7 à 8 heures pour assurer la navigation d’une unique sonde, nécessitant l’emploi permanent d’une antenne de 34 m du réseau.

La référence [50] montre qu’une horloge de bord avec une stabilité meilleure que  $10^{-14}$  sur des périodes de plusieurs jours permettrait une navigation aussi précise en utilisant un lien unique descendant (sonde vers antenne). Une telle configuration permettrait de suivre simultanément plusieurs sondes orbitant autour de la même planète, réduisant de ce fait le coût d’utilisation du réseau d’après [51].





FIG. 1.12 – Antenne de 70m de diamètre du Deep space Network. La puissance émise par une telle antenne est de 2 à 400 kW, la puissance reçue typique est de  $10^{-15}$  W. On estime qu'un niveau de bruit de -215 dBW/Hz vers 10 GHz est acceptable pour le fonctionnement des antennes. Tirée du site du DSN

### VLBI et géodésie

L'interférométrie à très longue base (Very Large Baseline Interferometry) est une technique très poussée permettant grâce à des antennes distantes d'observer des objets stellaires avec une très bonne résolution. Cette technique peut aussi être employée en géodésie afin de mesurer au mm près la distance entre les antennes. Ce type de mesure permet notamment de suivre la dynamique des plaques tectoniques ou la rotation de la Terre. Le principe du VLBI est simple. Deux antennes pointent vers une même source radio-fréquence stellaire comme des pulsars millisecondes ou des quasars. Les antennes enregistrent donc le même signal radio (aux perturbations près) mais légèrement décalé dans le temps. Grâce à une excellente synchronisation des enregistrements on peut calculer ce décalage temporel (voir Fig 1.13).

Les horloges atomiques interviennent ici dans la synchronisation des enregistrements. Les besoins en terme de stabilité pour le VLBI sont très grands ( $\sim 10^{-13} \tau^{-1/2}$ ) de sorte que la plupart des stations VLBI utilisent des masers actifs à hydrogène, les horloges commerciales à Rb ou à Cs n'étant pas assez stables à court terme [52]. A titre indicatif, les besoins pour le VLBA (Very Large Baseline Array) qui est un réseau de télescopes VLBI sont d'après [53] une stabilité de  $7 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$  et inférieure à  $2 \cdot 10^{-15}$  jusqu'à  $10^4$  sec. Il est important de noter que de plus ces performances doivent être obtenues en permanence afin de garantir l'autonomie du système global.



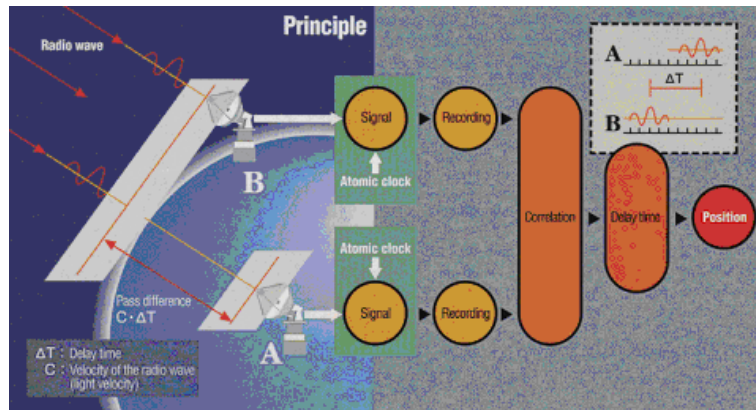


FIG. 1.13 – Principe du VLBI. Deux antennes distantes enregistrent les signaux provenant de sources stellaires. Ces enregistrements temporels sont référencés par rapport à des horloges atomiques (maser usuellement), elles mêmes synchronisées entre elles. On corrèle ces enregistrements par la suite afin de déterminer le décalage temporel d'arrivée des signaux. Connaissant l'angle de visée des télescopes on peut déterminer la distance les séparant. Tirée de [54]

### 1.5.5 Tableau récapitulatif

Application	Stabilité		Exactitude	Contraintes particulières
	court terme	long terme		
Etalon primaire	$10^{-13} \tau^{-1/2}$	$10^{-16}$	$10^{-15}$	-
Etalon secondaire	$5 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$	$10^{-14}$	$10^{-13}$	continuité d'opération
Physique fonda.	$10^{-13} \tau^{-1/2}$	$10^{-16}$	$\leq 10^{-15}$	-
GNSS	$10^{-12} \tau^{-1/2}$	$10^{-14}$	-	compacité, consommation, radiation
DSN	$10^{-12} \tau^{-1/2}$	$\leq 10^{-14}$	-	
VLBI	$10^{-13} \tau^{-1/2}$	$10^{-15}$	-	continuité d'opération

TAB. 1.3 – Tableau récapitulatif des différentes applications des horloges atomiques et de leurs besoins spécifiques.

## Chapitre 2

# L’horloge HORACE : Concepts fondateurs et projets

Ce chapitre présente les principaux concepts et motivations à l’origine du projet HORACE (HORloge à Refroidissement d’Atomes en CELLule). Nous décrivons aussi les points techniques spécifiques inhérents au fonctionnement de l’horloge.

Nous situerons tout d’abord brièvement HORACE parmi les différents types d’horloges développées actuellement puis nous rappellerons les atouts des atomes froids pour la métrologie des fréquences, puis préciserons le fonctionnement de la séquence purement temporelle d’Horace. Nous présenterons ensuite les méthodes mises au point ou envisagées pour le refroidissement des atomes de Cs et la détection du signal d’horloge ainsi que les limitations inhérentes à l’oscillateur local.

### 2.1 Les motivations du projet HORACE

#### 2.1.1 Besoins d’une horloge compacte de hautes performances

Les différents types d’horloges atomiques actuelles sont présentés en annexe de façon détaillée. Les performances de celles-ci sont résumées sur le tableau A.1 page 202. La figure 2.1 présente plusieurs de ces horloges en fonction de leur volume et de leur stabilité court-terme. Plusieurs constats peuvent être dressés. D’une part, il existe plus de deux ordres de grandeurs de performances (stabilité et exactitude) entre les étalons primaires commerciaux à césium thermique et les meilleures fontaines atomiques. D’autre part, tous les développements actuels d’horloges de hautes performances utilisent les techniques de refroidissement par laser (sauf l’horloge micro-onde à ions  $\text{Hg}^+$  du JPL). Pourtant il n’existe aucune horloge compacte à atomes froids... Par ailleurs, le développement des constellations de satellites de positionnement et des applications utilisant les signaux GNSS accroît notablement le besoin d’horloges compactes de très bonnes stabilités ( $\leq 5 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ ). Le projet d’horloge à atomes froids HORACE vise donc à pourvoir

ce vide afin de bénéficier d’étalons primaires de fréquence à la fois compacts (qq 10 L) et très performants ( $\leq 10^{-13} \tau^{-1/2}$ ).

#### 2.1.2 Intérêts des atomes froids pour la métrologie des fréquences

Les intérêts de l’utilisation des techniques de refroidissement par laser ont déjà été mis en lumière dans le chapitre 1 page 29. On rappellera ici les principaux points.

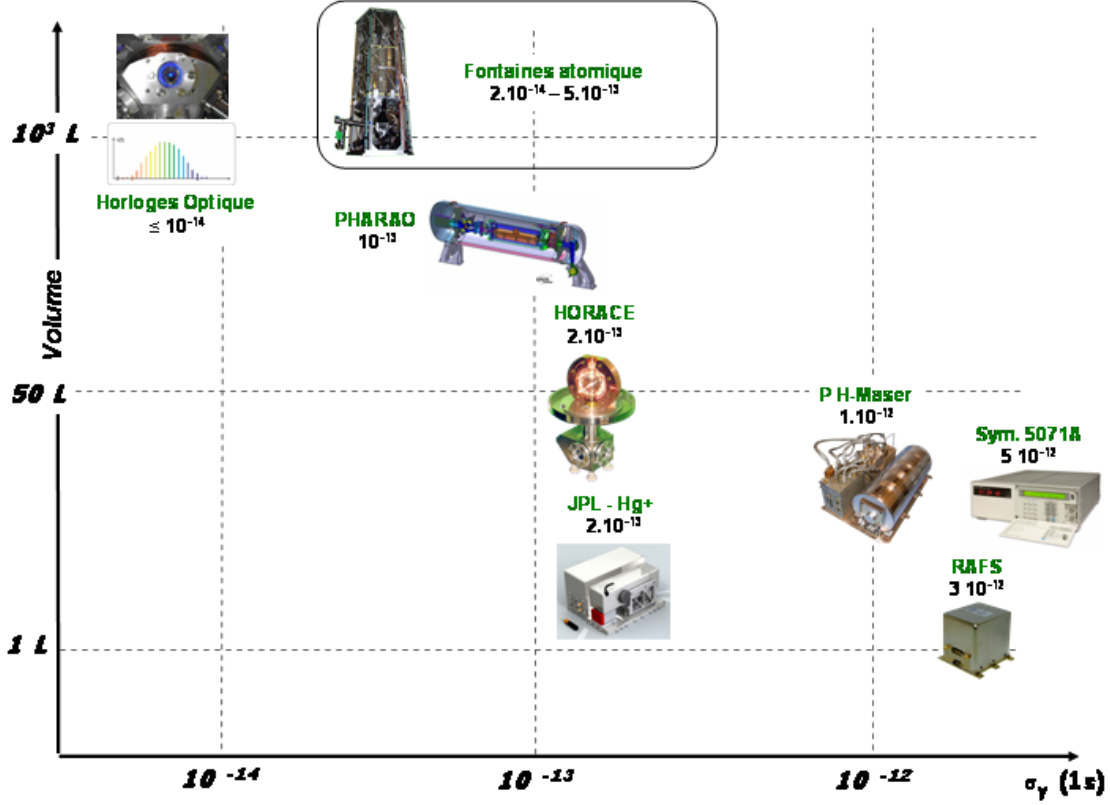


FIG. 2.1 – Comparatif des différents types d'horloges atomiques en fonction de leur volume et de leur stabilité court terme.

**Une faible largeur de raie (typ. 1-50 Hz)** obtenue grâce à la faible vitesse résiduelle des atomes froids ( $\text{qq cm.s}^{-1}$ ). On peut donc dans un dispositif de taille raisonnable procéder à des interrogations allant jusqu'à plusieurs 100 ms.

**Un bon rapport signal à bruit (typ.  $10^2$ - $10^3$ )** grâce au nombre important d'atomes froids pouvant être utilisés avec ces techniques (il reste toutefois inférieur à ceux obtenu sur les horloges à jets).

**Un contrôle accru des effets systématiques** notamment ceux liés à la vitesse et à la dynamique atomique qui sont considérablement réduits, autorisant de très bonnes exactitudes.

La démonstration la plus spectaculaire de l'utilisation de ces techniques est sans aucun doute la qualité des signaux délivrés par les fontaines atomiques. Par ailleurs, ces techniques sont désormais très courantes et bien maîtrisées dans les laboratoires tant sur le plan théorique que technologique et semblent matures pour être transférées dans un cadre pré-industriel.

### 2.1.3 Des atomes froids pour une horloge plus compacte ?

Dans un dispositif expérimental de taille typique  $L_{cav}$  le temps d'interrogation  $T_{int}$  et donc la largeur de raie  $\Delta\nu \sim 1/T_{int}$  sont donc fixés par la simple relation

$$L_{cav} \sim V_{at} T_{int} \Leftrightarrow \Delta\nu \sim \frac{V_{at}}{L_{cav}} \quad (2.1)$$

Type d'horloge	Vitesse atomique	Taille du résonateur	Largeur de raie	RSB	Exactitude
Jet thermique 5071A	200 m.s <sup>-1</sup>	0.2 m	500 Hz	5 10 <sup>3</sup>	2 10 <sup>-13</sup>
Jet thermique Labo	200 m.s <sup>-1</sup>	2 m	100 Hz	10 <sup>4</sup>	7 10 <sup>-15</sup>
PHARAO	0.05-2.5 m.s <sup>-1</sup>	1 m	0.1-5 Hz	≥ 500	10 <sup>-16</sup>
Fontaines	0-4.5 m.s <sup>-1</sup>	1.5 m	1 Hz	≥ 10 <sup>3</sup>	≤ 10 <sup>-15</sup>
HORACE	0-0.05 m.s <sup>-1</sup>	0.1 m	10-100 Hz	10 <sup>3</sup>	≤ 10 <sup>-14</sup>

TAB. 2.1 – Comparatif de différentes horloges.

où  $V_{at}$  désigne la vitesse d'ensemble des atomes.

Bien que triviales, les relations 2.1 permettent de comprendre les choix qui ont été historiquement faits dans le développement des horloges à atomes froids ainsi que la naissance du projet HORACE. Les techniques de refroidissement par laser permettent, comme il a été mentionné plus haut, de réduire considérablement la vitesse d'ensemble  $V_{at}$  des atomes. Le tableau 2.1 donne un comparatif de différentes horloges à Cs. Aussi, on peut envisager, à l'aide des relations 2.1, deux manières d'en profiter:

**Privilégier les performances** c'est à dire chercher à obtenir des largeurs de raies les plus fines possibles ( $\Delta\nu \sim 1$  Hz). Pour ce faire, on doit garder  $L_{cav}$  suffisamment grand et procéder à des interrogations très longues. C'est ce choix qui a orienté le développement des fontaines atomiques qui fournissent aujourd'hui la meilleure représentation de la seconde.

**Privilégier la compacité** en se satisfaisant de largeurs de raies dans la gamme 10-100 Hz mais en réduisant les dimensions du résonateur atomique. Ce choix ouvre la porte vers des horloges compactes de hautes performances comme HORACE.

## 2.2 Les spécificités du fonctionnement de l'horloge HORACE

Il existe principalement deux géométries d'horloges micro-ondes à atomes froids. La première, et de loin la plus utilisée, est bien entendu celle de la fontaine atomique qui met à profit la gravité pour réaliser une interaction de Ramsey spatialement repliée. Le NIST a même construit une fontaine miniature [55]. Pour les besoins du projet ACES/PHARAO (voir 198) une deuxième géométrie a été développée et reprend l'architecture globale d'une horloge à jet thermique avec des atomes froids. D'autres propositions ont été faites notamment en se servant d'un jet d'atomes froids issu d'une mélasse [56].

Un point commun à ces architectures est que toutes les interactions subies par les atomes se déroulent dans des zones différentes et dédiées (refroidissement, préparation, interrogation et détection). Si cela permet d'optimiser indépendamment chacune de ces interactions, il en résulte un encombrement accru du dispositif.

L'horloge micro-onde à césium HORACE se démarque de ces géométries en réalisant toutes les interactions en un même lieu, directement dans la cavité micro-onde comme le montre la figure 2.2. La séquence de fonctionnement n'est donc plus spatiale mais temporelle. L'utilisation d'atomes froids et l'unité de lieu des interactions constituent donc les deux piliers fondateurs du projet Horace. Les paragraphes suivants décrivent quels sont les avantages d'un tel choix mais aussi quels types de compromis il implique sur les techniques de refroidissement laser et de détection du signal d'horloge.

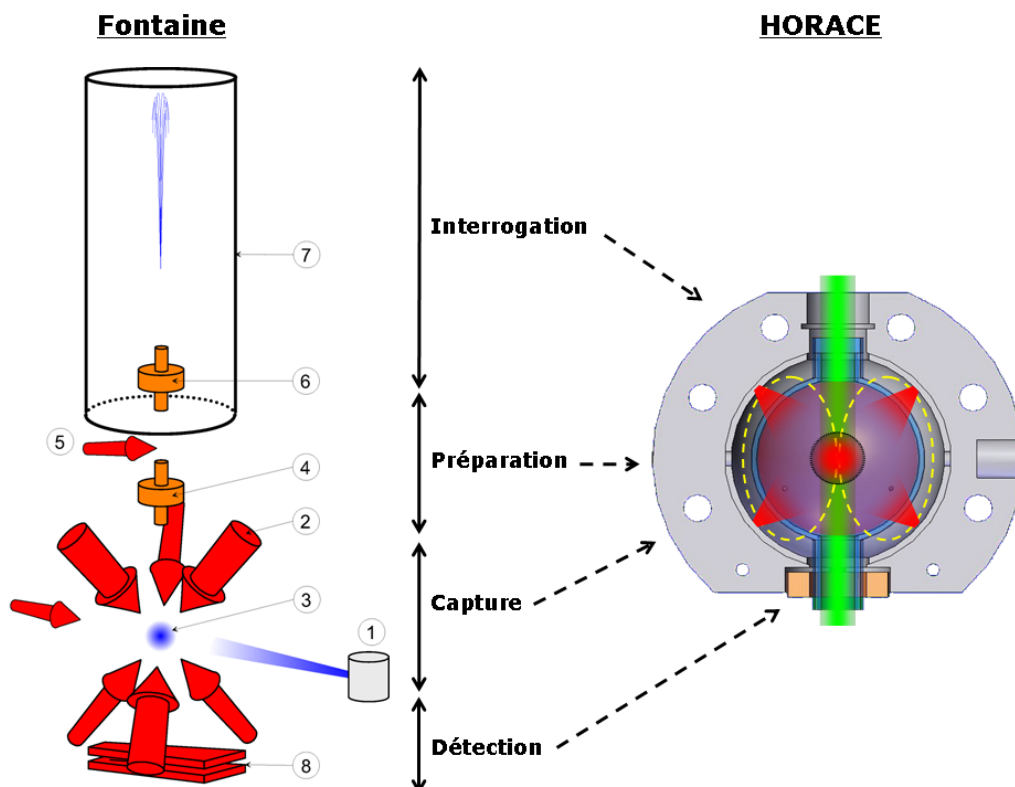


FIG. 2.2 – Comparatif fontaine/HORACE

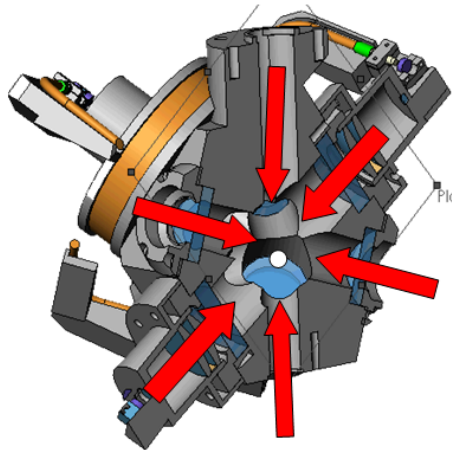
### 2.2.1 Séquence temporelle et unicité de lieu

Au même titre que pour les horloges à ions ou à atomes piégés, la séquence de fonctionnement (le cycle d'horloge) d'HORACE se déroule de manière temporelle. Les différentes interactions optiques (refroidissement préparation, détection) et micro-onde (interrogation) se déroulent de manière séquentielle, les atomes restant constamment en un même lieu, la cavité micro-onde. La taille du coeur de l'horloge est alors réduite aux seules dimensions de la cavité micro-onde et des blindages magnétiques qui l'entourent, soit quelques litres.

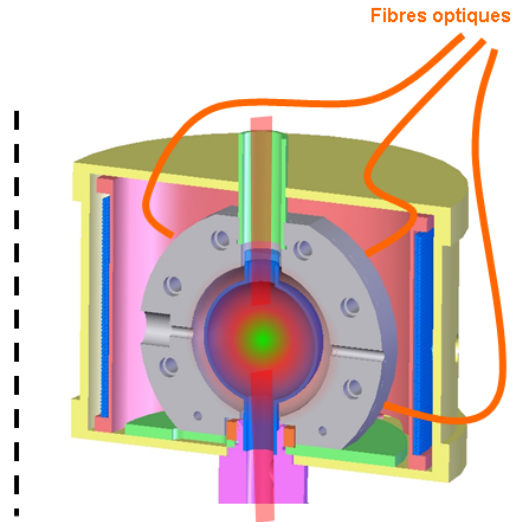
L'adoption d'une séquence purement temporelle au sein de la cavité micro-onde présente plusieurs avantages, outre la réduction du volume du résonateur :

- La cavité micro-onde joue le rôle d'une sphère intégrante dans le domaine optique, permettant non-seulement de moyenner spatialement l'intensité mais aussi de recycler, de stocker la lumière<sup>1</sup> (voir "refroidissement isotrope" ci-après).
- D'un point de vue technique, il est plus aisé de contrôler l'environnement électro-magnétique et thermique d'une enceinte de volume réduit. Ceci a des répercussions directes sur l'évaluation d'effets systématiques comme le rayonnement du corps noir puisque la cavité, entièrement en cuivre, peut être considérée comme isotherme. De plus, la cavité micro-onde joue le rôle de cage de Faraday, protégeant des fuites micro-ondes environnantes.
- Il n'est pas nécessaire de lancer les atomes dans le tube de l'horloge ce qui simplifie le banc optique.

1. La puissance stockée est donnée globalement par  $P_0 \frac{1}{1-R}$  où  $R$  est la réflectivité

**Mélasse optique & MOT**

- 6 faisceaux dans les 6 directions de l'espace
- Contraintes de polarisation, de mise en forme
- Grandes ouvertures pour les faisceaux laser  
→ incompatible avec cavité micro-onde

**Lumière isotrope**

- Cavité réfléchissante
- Lumière amenée par fibres optiques
- Aucun contrôle de polarisation

FIG. 2.3 – Comparatif refroidissement en MOT et par mélasse isotrope

- Les atomes froids peuvent être potentiellement recapturés d'un cycle à l'autre, ce qui permet de réduire considérablement la durée de la phase de chargement et donc de réduire la contribution au bilan de bruit de l'oscillateur local. Cet aspect sera étudié à partir de la page 127.
- La durée et l'enchaînement des différentes phases du cycle d'horloge peuvent être modulées à loisir. On peut alors faire fonctionner l'horloge dans différents régimes et les comparer. Un exemple est la possibilité de choisir entre une interrogation de type Rabi ou Ramsey. Cette versatilité permet avec un seul dispositif physique de tirer parti au mieux de l'horloge suivant les conditions environnementales. On citera par exemple l'influence du bruit de l'oscillateur local qui peut amener à modifier la séquence d'horloge, ou encore un fonctionnement en microgravité qui permet notamment des interrogations plus longues.

**2.2.2 Le refroidissement en lumière isotrope****Compromis micro-onde / refroidissement laser**

Si le choix d'un mode de fonctionnement temporel apporte de nombreuses simplifications du dispositif expérimental, il est clair que les contraintes sur la conception de la cavité micro-onde sont quant à elles accrues. La qualité de mode micro-onde résonant de la cavité dépend grandement de la conductivité du matériau utilisé et des ouvertures pratiquées dans la cavité. En pratique on cherche à minimiser ces ouvertures sous peine d'obtenir de forts gradients de

phase. Par ailleurs, un refroidissement laser "conventionnel" nécessite la mise en place de 6 faisceaux orthogonaux dont le diamètre typique est centimétrique (cette taille est nécessaire pour obtenir un volume de capture important). Aussi il est difficilement envisageable d'obtenir un mode résonant de qualité en perçant la cavité de 6 trous aussi importants, même en utilisant des guides sous-coupeure sur chacun<sup>2</sup> (voir Fig.2.3).

### Le refroidissement en lumière isotrope

La solution trouvée afin de satisfaire ce compromis entre micro-onde et refroidissement est d'utiliser la technique du refroidissement en lumière isotrope. A la manière d'une sphère intégrante, il consiste à utiliser la réflectivité ou la diffusivité d'un matériau à la longueur d'onde optique (852 nm) de manière à construire un champ laser le plus isotrope possible recréant alors les conditions d'une mélasse optique 3D et permettant de refroidir radiativement les atomes de Cs (voir Fig.2.4). Le champ laser ainsi créé est un réseau de tavelures à 3D (speckle) issu des processus d'interférences entre les différentes réflexions et/ou diffusions. On peut alors alimenter une cavité réfléchissante ou diffusante à l'aide de fibres optiques, les ouvertures créées, de l'ordre du mm<sup>2</sup> étant sans influence sur la micro-onde.

Le refroidissement en lumière isotrope a été expérimenté pour la première fois par W. Ketterle en 1992 [57] en deux dimensions sur un jet ralenti de sodium, puis par H. Metcalf en 1994 sur des atomes de rubidium 85 [58]. Il a ensuite été réalisé expérimentalement à 3 dimensions par N. Dimarcq et E. Aucouturier en 1996 sur des atomes de césium. Le groupe de G. Grynberg au LKB a étudié en détails les processus de piégeage et de refroidissement dans un réseau tavelé [59]. C'est sur la base de ces travaux que le projet HORACE s'est orienté vers la technique de refroidissement en lumière isotrope. L'étude des propriétés du champ laser dans le cas particulier de l'horloge HORACE a été étudié en détails par E. Guillot et P.E. Pottier dans [60, 4, 61]. Différents matériaux diffusant (spectralon) ou réfléchissant (métal poli) ont été testés pour plusieurs géométrie de cavité (cylindrique et sphérique) et plusieurs configurations des fibres optiques multimodes alimentant la cavité.

La configuration retenue à l'issue de ces études et celle qui est utilisée pour toutes les mesures présentées dans ce manuscrit est une cavité sphérique de rayon  $R_{cav} \sim 20$  mm faite de cuivre OFHC dont la surface interne est polie optiquement afin d'augmenter le coefficient de réflexion ( $R = 96\%$ ). Elle est percée de deux trous de diamètre 10 mm afin de laisser passer un faisceau sonde et de permettre l'alimentation en Cs et le pompage. Cette cavité est alimentée par 6 fibres optiques multimodes issu d'un coupleur de fibre à 1 ou 2 entrées. Les fibres optiques sont placées suivant un trièdre rectangle (géométrie dite (1,1,1)). Ces fibres affluent la surface interne de la cavité. Les faisceaux ne sont pas mis en forme. Un ballon de quartz de forme sphérique et transparent à 852 nm constitue l'enceinte à vide et contient la vapeur de césium. Son rayon est proche de celui de la cavité micro-onde et la protège des interactions Cs-cuivre. On se reportera au chapitre 4 pour plus d'informations techniques.

Il est important de noter que les études faites sur l'isotropie du champ laser dans les ca-

---

2. Le rayon de la cavité sphérique retenue est de 23.3 mm soit une surface de 68 cm<sup>2</sup>. Six trous de diamètre 1 cm représenteraient une surface ouverte de 19 cm<sup>2</sup>.



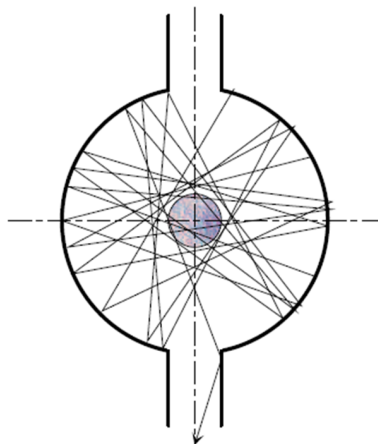


FIG. 2.4 – Principe du refroidissement isotrope. Les faisceaux lumineux injectés par des fibres optiques sont réfléchis sur les parois de la cavité créant ainsi un champ laser quasi-isotrope. Ce champ laser permet de capturer et refroidir un nuage d'atomes représenté au centre de la cavité.

vités utilisées<sup>3</sup> montrent qu'il n'est pas rigoureusement isotrope<sup>4</sup>. De même, il est clair que la géométrie utilisée à six fibres est très proche de la configuration standard d'une mélasse optique. Il serait peut être plus juste d'utiliser le terme de refroidissement en lumière divergente ou en lumière recyclée. Par simplicité, j'utiliserai néanmoins le terme isotrope dans la suite.

Le schéma de refroidissement isotrope présente quelques avantages par rapport à la géométrie usuelle :

**Un plus grand nombre d'atomes capturés** On montre que le nombre d'atomes froids capturés dans une mélasse à partir d'une vapeur varie comme la puissance 4<sup>eme</sup> de la longueur de la zone de capture définie comme l'intersection des faisceaux refroidisseurs [62]. On a donc intérêt à avoir un grand volume de capture. Dans l'hypothèse d'un rayonnement purement isotrope, on s'attend à ce que la zone de capture corresponde à la cavité toute entière soit dans notre cas près de 30 cm<sup>3</sup><sup>5</sup>. De plus, comme on le verra dans la suite, la dispersion angulaire des vecteurs d'onde des faisceaux optique élargit la condition de résonance. On peut alors refroidir des atomes sur une gamme de vitesse plus grande.

**Une simplification considérable du banc optique** Le refroidissement isotrope est particulièrement simple à mettre en oeuvre, il ne nécessite aucune mise en forme des faisceaux refroidisseurs. Ces derniers sont injectés dans la cavité par 6 fibres optiques multimodes (la polarisation et le profil ne sont donc absolument pas contrôlés). En pratique ces fibres proviennent d'un coupleur de fibres (voir page 104), il suffit donc d'injecter une unique fibre pour assurer tout le refroidissement. Par ailleurs, cette technique est très robuste vis à vis des fluctuations d'intensité entre les différents faisceaux. Les contraintes sur

3. Le terme cavité désigne ici l'aspect micro-onde seul puisque cette cavité n'est pas à résonance avec les fréquences employées pour le refroidissement du Cs. De plus, les photons sont injectés dans la cavité de façon à homogénéiser le champ laser, en utilisant la divergence des faisceaux en sortie de fibre optique. Il n'y a donc pas de construction de mode résonant.

4. La forme de la cavité, l'ensemble des pertes dues aux trous ou à la réflectivité finie des matériaux employés, le nombre et la position des fibres modifient les propriétés du champ laser construit à l'intérieur de la cavité.

5. Expérimentalement, on sait que le champ n'est pas isotrope et la zone de capture n'est pas si volumineuse. Elle correspond environ à une gaussienne de rayon de 4 mm à  $e^{-1/2}$



l'équilibrage en puissance des différentes fibres sont quasiment nulles puisque le rayonnement est moyenné par les multiples réflexions.

### Quelques relations sur le refroidissement laser en lumière isotrope

Nous donnons ici sans démonstration quelques relations et aspects utiles à la compréhension du refroidissement isotrope. Ces relations s'inspirent très largement des thèses [60, 4] auxquelles on se reportera pour plus de détails.

On considère le cas d'un atome possédant deux niveaux d'énergie séparés par une transition optique de pulsation  $\omega_{opt}$  et dont le niveau excité présente un taux d'émission spontanée  $\Gamma$ . Cet atome se meut à la vitesse  $\vec{v}_{at}$  dans le référentiel du laboratoire. On considère un faisceau laser de vecteur d'onde  $\vec{k}_L$  désaccordé d'une quantité  $\delta_L = \omega_L - \omega_{opt}$  par rapport à la transition optique. On note  $\theta = (\vec{k}_L, \vec{v}_{at})$  l'angle entre le vecteur d'onde et la vitesse de l'atome.

**Rappel sur le refroidissement Doppler** Le principe du refroidissement d'atomes par laser a été déjà évoqué au chapitre 1 page 29. On montre dans le cas d'un refroidissement à 1D, et pour une transition cyclante, que l'équilibre des processus de ralentissement par absorption et d'échauffement par fluorescence conduit, pour les faibles saturations, à une force qui s'exprime comme :

$$\vec{F} = \frac{s}{1+s} \frac{\Gamma}{2} \hbar \vec{k}_L \quad (2.2)$$

où  $s$  est le paramètre de saturation. Avec  $s_0 = I/I_s$  le paramètre de saturation à résonance, l'intensité de saturation  $I_s$  vaut typiquement quelques mW.cm<sup>-2</sup>:

$$s = \frac{s_0}{1 + \frac{4}{\Gamma^2} (\delta_L - k_L v_{at} \cos \theta)^2} \quad (2.3)$$

Dans la limite des vitesses faibles, la force exercée sur l'atome est une force de friction qui s'oppose à la vitesse de l'atome.

**Auto-adaptation angulaire de la condition de résonance** En lumière collimatée, le  $\cos \theta$  de la relation 2.3 vaut -1 et la condition de résonance s'écrit simplement  $\delta_L = -k_L v_{at}$ . Pour un désaccord donné, le faisceau n'est donc résonant que pour une classe d'atomes de vitesse  $v_{at}$ .

En lumière isotrope, un atome placé dans la cellule de refroidissement interagit avec des photons provenant de toutes les directions de l'espace. Pour un désaccord donné  $\delta_L$ , il existe donc toujours (*ie*: quelle que soit la vitesse  $v_{at}$ ) un cône de lumière résonante avec la transition atomique. Ce cône de résonance est défini par le demi-angle à son sommet  $\theta$  de telle sorte que:

$$\cos \theta = \frac{\delta_L}{k_L \cdot v_{at}} \quad (2.4)$$

Cette relation n'est valable que pour des vitesses  $v_{at} \geq v_{lim} = \delta_L/k_L$ . Dans ce régime, que nous appellerons *régime isotrope*<sup>6</sup>, lorsque l'atome ralentit, le cône se referme peu à peu, jusqu'à se fermer complètement une fois la vitesse limite  $v_{lim}$  atteinte. Pour  $v_{at} \leq v_{lim}$ , on se retrouve dans un régime classique de *refroidissement Doppler* où l'atome interagit préférentiellement avec les photons contrapropageants.

---

6. conformément à [4]

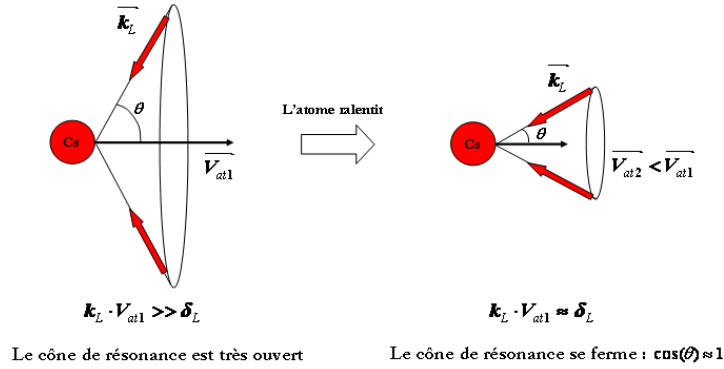


FIG. 2.5 – Cône de résonance en lumière isotrope. A mesure que l'atome ralentit le cône de résonance se ferme.

Cette auto-adaptation de la condition de résonance élargit la condition d'accord en fréquence, grâce à la possibilité d'un accord angulaire. Autrement dit, un photon pourra être à résonance avec des atomes de vitesses différentes pour un désaccord donné des lasers (pour  $v_{at} \geq v_{lim}$ ). En revanche, la force de friction exercée sur l'atome est plus faible en moyenne, puisque l'impulsion de chaque photon absorbé n'est plus nécessairement colinéaire à la vitesse de l'atome.

**Expression de la force de pression de radiation** En lumière collimatée, le paramètre de saturation à résonance  $s_0$  est défini à partir d'un éclairement, c'est à dire une puissance par unité de surface. Cette définition n'est plus valable dans le cas isotrope puisque qu'aucune surface de faisceau n'est existante. Le calcul de la force de friction exercée en *régime isotrope* sur l'atome passe alors par une redéfinition des paramètres de saturations  $s$  et  $s_0$  non plus par unité de surface mais par unité d'angles solides. Il faut aussi tenir compte du recyclage de la lumière par la cavité, et notamment de la lumière de fluorescence qui peut dégrader les processus de refroidissement.

Les détails de ces calculs, qui ne font pas directement l'objet de mon travail de thèse, sont donnés dans [60, 4].

L'expression de la force de pression de radiation dans le cas isotrope s'écrit à partir de la relation 2.2. En coordonnées sphériques et dans la limite des faibles saturations ( $s \ll 1$ ) la force devient donc:

$$F_{iso} = \int_{\Omega} \frac{\Gamma}{2} \hbar k_L \cdot \tilde{s} \cdot \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (2.5)$$

avec  $\Omega$  l'angle solide d'intégration et  $\tilde{s}$  le paramètre de saturation par unité d'angle solide (notation) :

En intégrant sur tout l'angle solide  $\Omega$  on a d'après [4]:

$$F_{iso} = \frac{\Gamma}{2} \hbar k_L \cdot 4\pi \tilde{s}_0 \cdot [f_- - f_+] \quad (2.6)$$

avec :

$$f_{\pm} = \frac{\Gamma^2}{16(k_L v_{at})^2} \cdot \left( \ln(1 + 4\Delta_{\pm}^2) - \frac{4\delta_L}{\Gamma} \arctan(2\Delta_{\pm}) \right) \quad (2.7)$$

et

$$\Delta_{\pm} = \frac{\delta_L \pm k_L v_{at}}{\Gamma}, v_{at} > v_{lim}$$

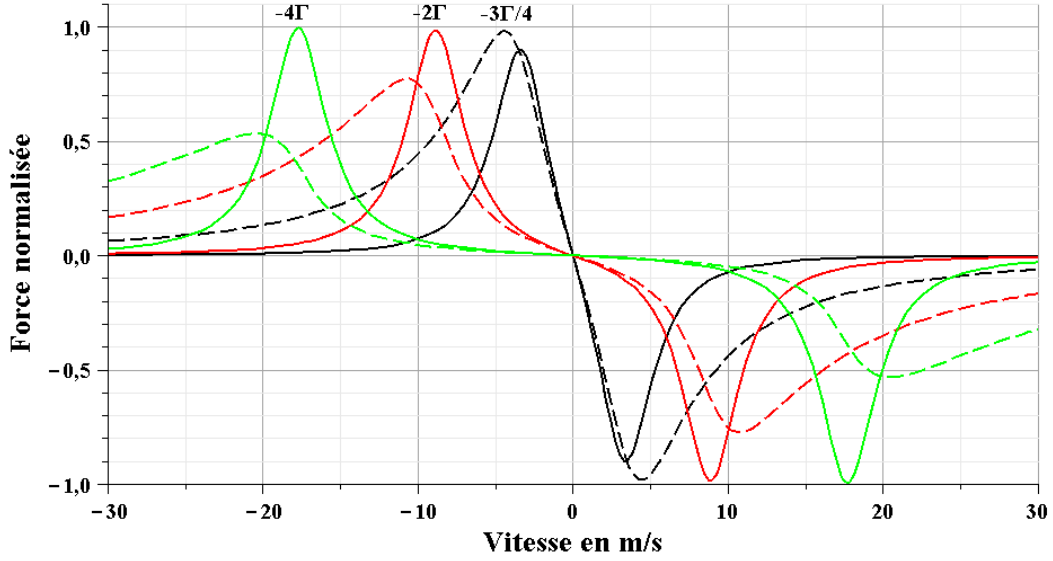


FIG. 2.6 – Comparaison refroidissement standard/isotrope. On représente la force exercée sur un atome en fonction de sa vitesse  $v_{at}$  dans le cas d’une lumière collimatée (ligne continue) et isotrope (tirets). La valeur de la force est normalisée à 1 dans les deux cas. On a tracé la force pour plusieurs désaccords ( $-3\Gamma/4$ ,  $-2\Gamma$ ,  $-4\Gamma$ ).

**Comparaison lumière collimatée/lumière isotrope** On montre dans la cas d’un refroidissement à 1D avec de la lumière collimatée que la force  $F$  s’écrit :

$$F = \frac{\Gamma}{2} \hbar k_L s_0 \cdot \left( \frac{1}{1 + 4\Delta_-^2} - \frac{1}{1 + 4\Delta_+^2} \right) \quad (2.8)$$

La figure 2.6 montre une comparaison des forces exercées sur un atome de vitesse  $v_{at}$  dans les cas collimaté et isotrope. Elle met en évidence plusieurs aspects du refroidissement isotrope qui traduisent l’élargissement de la condition de résonance par l’auto-adaptation angulaire.

**Élargissement du profil en vitesse** C’est une conséquence directe de l’auto-adaptation de la résonance. Pour un désaccord donné, il existe un intervalle de vitesse plus grand vérifiant la condition 2.4. La partie en  $\arctan(2\Delta_{\pm})$  est à l’origine de la pente plus douce de la force pour les grands désaccords. Elle traduit l’élargissement de la condition de résonance. Cet élargissement se produit du côté des plus grandes vitesses car pour les faibles vitesses ( $v_{at}$  proche de  $v_{lim}$ ) les deux types de refroidissement diffèrent très peu.

**Position en vitesse du maximum de force** L’auto-adaptation angulaire de la résonance conduit à un déplacement de la vitesse pour laquelle la force de friction est maximum. A un désaccord donné du laser, la classe de vitesse subissant la plus grande force est toujours plus importante en lumière isotrope qu’en lumière collimatée. La référence [4] montre, à désaccord donné, que le rapport de ces vitesses est compris entre 1 et 1.5.

**Température limite Doppler** La température d’un échantillon d’atomes froids dans le régime de refroidissement Doppler est limité par les processus de diffusion dus à la fluorescence des atomes. La compétition entre ces processus et la force de friction précédemment étudiée permet de déterminer la température limite. Selon [60], quand on néglige le stockage de la lumière de fluorescence par la cavité on retrouve en régime isotrope la température limite

Doppler standard donnée par

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}$$

qui vaut  $125 \mu\text{K}$  pour le césium. Quand la saturation due aux photons de fluorescence est identique à celle créée par les photons de refroidissement alors cette température est accrue jusqu'à  $335 \mu\text{K}$  [4]. Expérimentalement, je n'ai pas observé des températures si élevées au cours de mes travaux de thèse. Même en utilisant des paramètres typiques de refroidissement Doppler (forte intensité, faible désaccord) les températures typiques observées sont plutôt de l'ordre de  $35 \mu\text{K}$ , bien en deçà de la limite Doppler.

**Refroidissement sub-Doppler** Le refroidissement sub-Doppler consiste à refroidir radiativement les atomes à des températures inférieures à  $T_{Doppler}$ . On peut alors espérer atteindre la limite dite "de recul". La vitesse de recul correspond à la variation élémentaire de vitesse lors de l'absorption ou l'émission d'un photon. Par simple conservation de l'impulsion totale lors de ces processus on a :  $v_{recul} = \frac{\hbar k_L}{M_{Cs}} = 3.5 \text{ mm.s}^{-1}$  correspondant à une température limite de  $T_{recul} = \frac{(\hbar k_L)^2}{3M_{Cs}k_B} = 0.8 \mu\text{K}$ . Afin de s'approcher de cette limite, on doit réduire le taux de fluorescence des atomes. Un mécanisme proposé est celui du refroidissement Sisyphes [63] qui consiste à désaccorder fortement les lasers ( $\delta \sim -10\Gamma$ ) et à diminuer leur intensité. Dans des conditions standards (lumière collimatée) on montre que les faisceaux lasers forment, par déplacement lumineux, des collines de potentiel dans lesquelles les atomes se déplacent. On montre par ailleurs que les atomes effectuent préférentiellement la transition optique quand ils sont au sommet d'une de ces collines puis retombent par émission spontanée dans un puit. Tel Sisyphes, les atomes ne font alors que gravir des collines de potentiel et y perdent donc peu à peu leur énergie cinétique. Ce type de mécanisme basé sur les gradients de polarisation induits par les faisceaux lasers a été observé expérimentalement et modélisé par l'équipe de G.Grynberg pour le refroidissement en lumière tavelée. Des températures atomiques de quelques  $\mu\text{K}$  sont effectivement observées sur HORACE avec des paramètres sub-Doppler (faible intensité, grand désaccord) sans pour autant que la polarisation du champ lumineux soit bien définie [61]. Les mécanismes de refroidissement mis en jeu dans HORACE ne sont pas encore totalement compris et semblent très complexes à modéliser. Je n'ai pas investigué ces aspects, l'objectif principal de mes travaux de thèse étant la démonstration du potentiel métrologique d'HORACE.

### 2.2.3 L'interrogation des atomes

#### Généralités

Le fonctionnement temporel d'HORACE permet de réaliser différentes méthodes d'interrogation (Rabi ou Ramsey) et de modifier leurs durées à loisir. Ceci permet notamment d'étudier plus aisément certains effets systématiques qui dépendent beaucoup de la séquence d'interrogation (cavity pulling, transitoires de phase dus au switch micro-onde). La chute du nuage d'atomes froids dans le champ de pesanteur impose une durée maximale à l'interrogation de l'ordre de 50 ms.

On peut réaliser en pratique 2 types d'interrogations<sup>7</sup> :

7. Une contrainte technique importante à noter est celle concernant le switch micro-onde. Il est crucial que celui-ci présente à la fois une forte atténuation (pour éviter des couplages parasites lors d'une séquence de Ramsey) et un faible transitoire de phase. Ces remarques sont d'autant plus valables que les atomes sont toujours dans la cavité micro-onde.

**La méthode de Rabi** C'est la plus simple, elle consiste en une unique impulsion micro-onde  $\pi$  de durée  $\tau$ . La largeur de raie atomique est alors  $\Delta\nu = 0.8/\tau$ . Ce type d'interrogation pose a priori moins de contraintes sur la qualité de l'extinction du signal micro-onde par le switch.

**La méthode Ramsey** Elle consiste en deux impulsions  $\pi/2$  séparées par un temps de libre évolution de durée  $T$ . Dans le cas usuel où  $T \gg \tau$ , on a  $\Delta\nu = 0.5/T$ . Elle permet donc d'obtenir une meilleure stabilité qu'avec la méthode de Rabi, mais pose plus de contraintes sur le switch (transitoires de phase et extinction) durant la phase de libre évolution.

### Influence de l'oscillateur local et Effet Dick

Un des aspects essentiels de la stabilité d'une horloge à fonctionnement cyclique provient de l'influence de l'oscillateur local. En effet, il peut dégrader considérablement les performances du résonateur atomique en augmentant le bruit du signal vu par les atomes. Ce problème est de taille car un résonateur atomique aussi bon soit-il ne pourra exhiber ses performances réelles s'il n'est pas utilisé avec un oscillateur approprié. On citera l'exemple parlant des fontaines atomiques qui, dans la majorité des cas, ont une stabilité de fréquence limitée vers  $10^{-13} \tau^{-1/2}$  lorsqu'elles sont utilisées avec un oscillateur quartz et vers quelques  $10^{-14} \tau^{-1/2}$  avec un oscillateur cryogénique dont le bruit de phase est bien plus faible.

Le problème est similaire pour HORACE mais il est bien sûr hors de question d'utiliser à terme un oscillateur cryogénique bien trop volumineux. L'optimisation des performances de l'horloge HORACE nécessite donc une étude complète et la prise en compte de l'influence de l'oscillateur local.

**Interprétation physique** Dans les horloges dont le fonctionnement n'est pas continu (ions, atomes froids) le temps d'interrogation  $T_{int}$  peut être notablement plus court que le temps de cycle  $T_c$ . Ainsi, au cours d'un cycle, le résonateur atomique de l'horloge ne mesure la fréquence de l'oscillateur que pendant la durée  $T_{int}$ . On réalise donc un échantillonnage temporel du signal de l'oscillateur à la période  $T_c$ . Cet échantillonnage temporel se répercute dans l'espace de Fourier, où le spectre de bruit de l'oscillateur est convolué par un peigne de Dirac dont les raies sont espacées de  $1/T_c$ . Ainsi, des composantes de bruit hautes fréquences sont "repliées" en basse fréquence et dégradent le spectre de bruit effectif vu par les atomes.

**Elements du modèle et limitations** Cette dégradation a été interprétée par G.J.Dick et porte donc le nom "d'effet Dick". On trouvera dans la référence [14] des modélisations rigoureuses de cet effet et des limitations qu'il impose sur la stabilité de fréquence. Cette limitation dépend de deux facteurs. D'une part, du spectre de bruit de fréquence de l'oscillateur  $S_y(f)$  et d'autre part de la séquence d'interrogation dont l'influence est usuellement décrite par la fonction de sensibilité  $g(t)$  [14][13]. Cette fonction traduit la manière dont les atomes (ou plus exactement la probabilité de transition) réagissent à une perturbation de phase lors de l'interrogation<sup>8</sup>. En particulier,  $g(t)$  dépend du type d'interrogation et  $g(t)$  est nulle en dehors de la phase d'interrogation. On montre que le contenu spectral de cette fonction  $g(t)$  aux fréquences multiples de la fréquence de cycle  $f_c = 1/T_c$  pondère le repliement des composantes de bruit haute-fréquence mentionné plus haut.

Ainsi, la limitation apportée par l'oscillateur local s'écrit en terme d'écart-type comme :

8. Cette perturbation pouvant provenir d'un effet agissant directement sur les atomes (champ magnétique, light shift, etc..) ou bien d'une perturbation directe de la fréquence du champ micro-onde d'interrogation.

$$\sigma_y^{Dick} = \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n^2}{g_0^2} S_y(n f_c) \right)^{1/2} \cdot \tau^{-1/2} \quad (2.9)$$

avec les  $g_n$  coefficients de Fourier de la fonction  $g(t)$  aux fréquences harmoniques de  $f_c$

$$g_n = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(t) e^{i2\pi n f_c t} dt \quad (2.10)$$

On remarque que l'expression 2.9 est indépendante du nombre d'atomes détectés; elle peut donc constituer une véritable limitation à la stabilité de l'horloge.

### Pour une interrogation de Rabi

On montre que pour une interrogation de Rabi de durée  $\tau$  débutant à l'instant  $t = 0$ ,  $g_{Rabi}(t)$  vaut [60]:

$$g_{Rabi}(t) = \begin{cases} \frac{-b^2 \delta}{\Omega^3} [(1 - \cos(\Omega t)) \sin(\Omega(\tau - t)) + (1 - \cos(\Omega(\tau - t))) \sin(\Omega t)] & \text{pour } 0 < t < \tau \\ 0 & \text{pour } \tau < t < T_c \end{cases} \quad (2.11)$$

On a représenté la fonction  $g_{Rabi}(t)$  sur la figure 2.7 avec  $T_c = 80$  ms,  $\tau = 30$  ms,  $b\tau = \pi$  et  $\delta\tau = 2.51$  (maximisant la sensibilité en fréquence). C'est une arche de sinus pendant l'interrogation et est nulle pendant le reste du cycle.

Les coefficients de Fourier pour une telle fonction sont donnés par:

$$g_{Rabi}^n = \begin{cases} \frac{2b^2 \delta}{\Omega^4 T_c} (1 - \cos(\Omega \tau) - \frac{\Omega \tau}{2} \sin(\Omega \tau)) & \text{pour } n = 0 \\ \frac{-4b^2 \delta}{\Omega^3} \frac{\Omega T_c}{(\Omega T_c)^2 - (2\pi n)^2} \left( \sin^2\left(\frac{\Omega \tau}{2}\right) \cos\left(\frac{2\pi n \tau}{T_c}\right) - \frac{\Omega T_c}{4\pi n} \sin(\Omega \tau) \sin\left(\frac{n\pi \tau}{T_c}\right) \right) & \text{pour } n \geq 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

La figure 2.8 représente  $\left(\frac{g_{Rabi}^n}{g_0}\right)^2$  en fonction de l'indice  $n$  avec les paramètres utilisés plus haut. La décroissance se fait avec une pente de -40dB/décade.

### Pour une interrogation de Ramsey

De manière similaire on considère une interrogation de Ramsey de durée  $\tau + T + \tau$  débutant à l'instant  $t = 0$ . On considère de plus que la pulsation de Rabi  $b$  est la même pour les deux impulsions et que  $b \gg \delta$ ,  $T \gg \tau$ . On a alors [60] [14]:

$$g_{Ramsey}(t) = \begin{cases} -\sin(\delta T) \sin(b\tau) \sin(bt) & \text{pour } 0 \leq t \leq \tau \\ -\sin(\delta T) \sin(b\tau) \sin(b\tau) & \text{pour } \tau \leq t \leq T + \tau \\ -\sin(\delta T) \sin(b\tau) \sin(b(T + 2\tau - t)) & \text{pour } T + \tau \leq t \leq T + 2\tau \\ 0 & \text{pour } T + 2\tau \leq t \leq T_c \end{cases} \quad (2.13)$$

On a représenté la fonction  $g_{Ramsey}(t)$  sur la figure 2.7 avec  $T_c = 80$  ms,  $\tau = 2.5$  ms,  $T = 25$  ms,  $b\tau = \pi/2$  et  $\delta T = \pi/2$  (maximisant la sensibilité en fréquence). C'est une demi-arche de sinus pendant les interactions micro-ondes, constante et égale à 1 entre les impulsions puis elle est nulle pendant le reste du cycle.

Les coefficients de Fourier pour une telle fonction et avec ces valeurs particulières sont donnés par:

$$g^{n_{Ramsey}} = \begin{cases} \frac{2}{T_c} \left( \frac{T}{2} + \frac{2\tau}{\pi} \right) & \text{pour } n = 0 \\ \frac{T_c}{T_c^2 - (4n\tau)^2} \left( \frac{4\tau}{\pi} \cos(n\pi(T + 2\tau)) + \frac{T_c}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi T}{T_c}\right) \right) & \text{pour } n \geq 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

La figure 2.8 représente  $\left( \frac{g^{n_{Ramsey}}}{g^{0_{Ramsey}}} \right)^2$  en fonction de l'indice n avec les paramètres utilisée plus haut. La décroissance se fait avec une pente de -20dB/décade pour les 10 premières harmoniques puis de -40dB/décade.

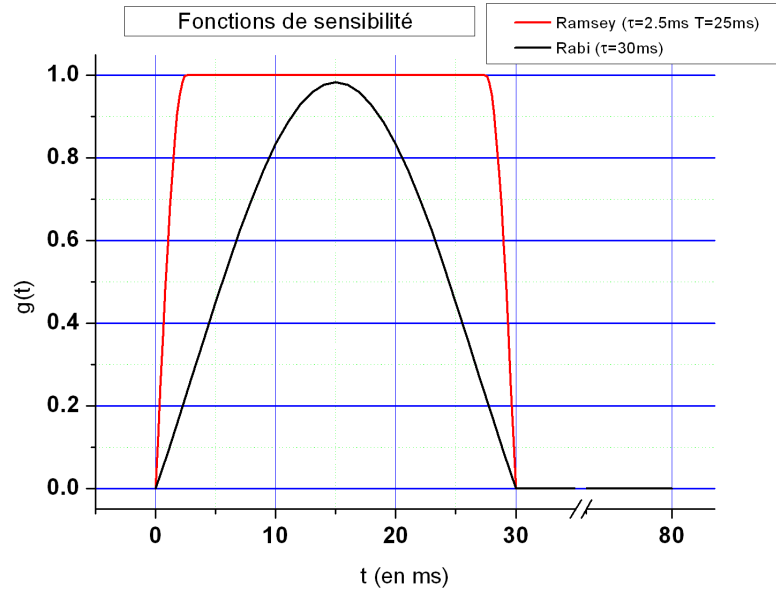


FIG. 2.7 – Fonction de sensibilité pour des interrogations de Rabi et de Ramsey. Pour Rabi (noir) on a choisi  $T_c = 80$  ms,  $\tau = 30$  ms  $b\tau = \pi$  et  $\delta\tau = 2.51$ . Pour Ramsey(rouge) on a choisi  $T_c = 80$  ms,  $\tau = 2.5$  ms,  $T = 25$  ms,  $b\tau = \pi/2$  et  $\delta T = \pi/2$ .

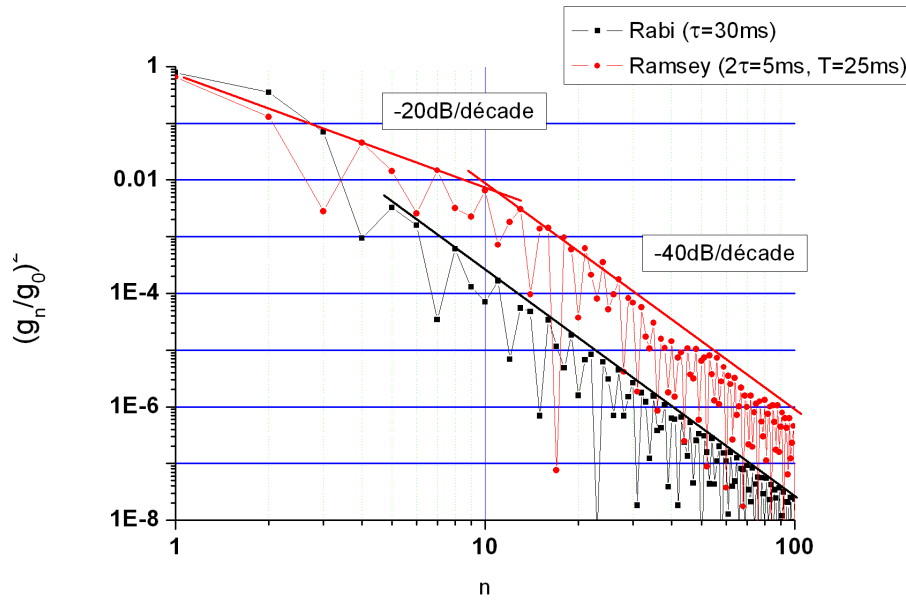


FIG. 2.8 – Coefficients de Fourier normalisés des fonctions de sensibilité pour des interrogations de Rabi (■) et de Ramsey (●). Pour Rabi on a choisi  $T_c = 80$  ms,  $\tau = 30$  ms  $b\tau = \pi$  et  $\delta\tau = 2.51$ . Pour Ramsey(rouge) on a choisi  $T_c = 80$  ms,  $\tau = 2.5$  ms,  $T = 25$  ms,  $b\tau = \pi/2$  et  $\delta T = \pi/2$ .



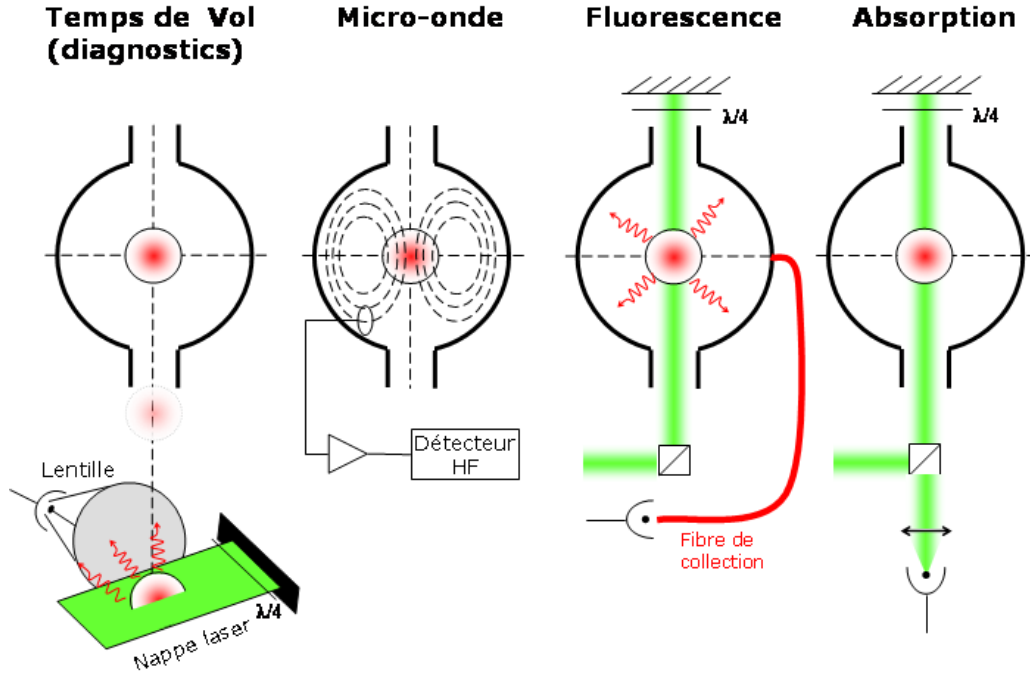


FIG. 2.9 – Différentes méthodes de détection du signal d'horloge. Seules les détection micro-onde, par fluorescence ou par absorption sont utilisables pour le signal d'horloge. La détection par temps de vol est utilisée pour les diagnostics sur la température atomique.

#### 2.2.4 La détection *in situ*

La géométrie particulière d'HORACE ainsi que son utilisation potentielle dans un environnement en micro-gravité impose une détection *in-situ*<sup>9</sup>, directement dans la cavité micro-onde. Plusieurs méthodes *a priori* possibles sont représentées sur la figure 2.9.

**Détection micro-onde** Comme il a été souligné précédemment, la géométrie d'HORACE permet une détection de la puissance micro-onde rayonnée par les atomes placés dans une superposition cohérente des états d'horloge. Cette méthode, bien que "non destructive" pour le nuage d'atomes froids, est analogue à celle pratiquée dans un maser nécessite une cavité de grande surtension ainsi qu'un nombre très important d'atomes ( $N_{at} > 10^8$ ) afin d'obtenir un rapport signal à bruit suffisant. L'étude complète de cette détection micro-onde est faite dans [4]. Compte tenu du nombre d'atomes actuellement détectables (qq  $10^6$ ) nous nous sommes orientés vers une détection optique.

**Détection de la fluorescence** On peut envisager de détecter la fluorescence du nuage d'atomes froids. Pour cela, on doit disposer d'un faisceau optique rétro-réfléchi permettant d'exciter la transition cyclante  $4 \rightarrow 5'$  sans détruire le nuage d'atomes. Cette fonction peut être réalisée par le faisceau sonde vertical. On doit aussi disposer d'un système de collection de la lumière efficace. Ce point est plus problématique car l'accès optique dans la cavité est très limité. Plusieurs solutions ont été proposées dans [4] notamment basées sur des

9. La méthode par "temps de vol" est bien entendu inenvisageable pour la détection du signal d'horloge mais est utilisée pour les diagnostics.

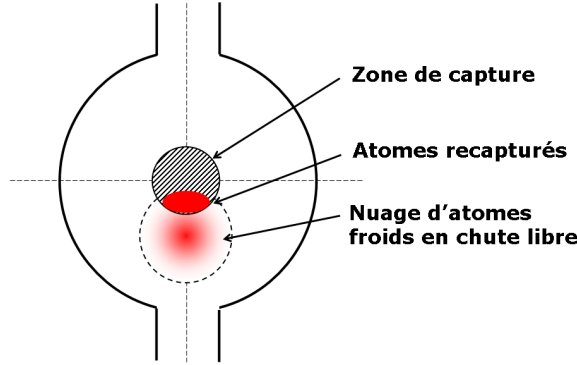


FIG. 2.10 – Schéma de principe de la recapture. La zone de capture correspond expérimentalement à la taille du nuage d'atomes une fois la mélasse complètement chargée soit 4 mm à  $e^{-1/2}$ .

fibres optiques de grande ouverture mais toutes conduisent à des efficacités de collection de l'ordre de quelques  $10^{-3}$  incompatibles avec les performances recherchées.

**Détection par absorption linéaire** La méthode la plus appropriée à la géométrie originale d'HORACE est la détection de l'absorption d'un faisceau optique résonant par le nuage d'atomes froids. Ce faisceau sonde est vertical et passe par les deux principaux trous de la cavité; son diamètre est de l'ordre de 8 mm. Pour un faisceau sonde d'intensité  $I_{laser}$  l'intensité transmise s'écrit  $I_{transmis} = I_{laser} T \exp(-N_{at} \sigma / S_{laser})$  où  $T$  traduit l'absorption due à la vapeur de Cs (typ.  $T=0.8-0.9$ ),  $\sigma$  est la section efficace d'absorption des atomes et  $S_{laser}$  la surface du faisceau sonde. Cette méthode nécessite là aussi une onde stationnaire pour ne pas accélérer le nuage d'atomes. Nous y reviendrons en détails dans le chapitre 5 page 141. Pour donner ici quelques ordres de grandeurs, dans la limite des faibles saturations ( $I_{laser} \ll I_{sat}$ ) et pour un faisceau à résonance l'absorption du faisceau sonde est de 3% pour  $2 \cdot 10^6$  atomes détectés.

### 2.2.5 Recapture des atomes froids

Une spécificité importante du fonctionnement d'HORACE est la possibilité de recapturer les atomes froids d'un cycle à l'autre. Si les phases d'interrogation et de détection sont suffisamment courtes (*ie*: si le déplacement et la température du nuage d'atomes sont faibles) alors une partie non-négligeable des atomes froids créés sont encore dans la zone de capture et peuvent donc être recapturés au cycle suivant. On peut alors espérer réduire considérablement le temps de chargement de la mélasse et donc améliorer le rapport cyclique. Cette spécificité a été mise en évidence expérimentalement lors de la thèse de S.Trémine (mon prédécesseur) et a été mise à profit pendant ma thèse lors du fonctionnement réel de l'horloge [64]. Nous y reviendrons quantitativement au chapitre 5 page 127. Le schéma de principe est représenté sur la Fig.2.10.

### 2.2.6 Une séquence type

La figure 2.11 schématise les différentes étapes d'un cycle d'horloge typique<sup>10</sup>. Il se compose des 5 phases suivantes qui seront décrites spécifiquement et en profondeur au chapitre 5 :

<sup>10</sup>. Ce cycle résulte d'un long travail d'optimisation de la séquence afin de trouver un bon compromis entre simplicité et efficacité. Le chapitre 5 détaille ce processus d'optimisation.

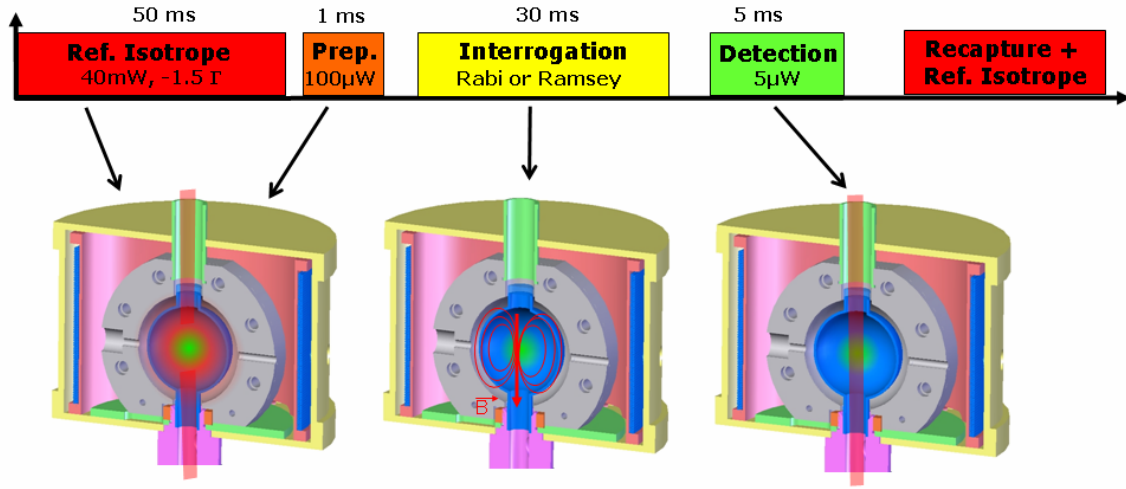


FIG. 2.11 – Un cycle d'horloge d'HORACE.

**Refroidissement laser** Environ  $10^8$  atomes de Cs sont capturés en 50 ms à partir d'une vapeur thermique. Grâce à une mélasse optique "isotrope" ces atomes sont refroidis jusqu'à une température comprise en 5 et 35  $\mu$ K (phase sub-Doppler ou non). Une fois les faisceaux refroidisseurs éteints, les atomes chutent dans le champ de pesanteur.

**Préparation atomique** Les atomes sont ensuite pompés optiquement dans le niveau hyperfin  $|F = 3\rangle$  en 1 ms grâce à un faisceau dit pomppeur accordé sur la transition  $4 \rightarrow 4'$ . A ce stade tous les sous-niveaux Zeeman  $|F = 3, m_F = -3..3\rangle$  sont peuplés. Environ 20% des atomes initialement refroidis peuplent le niveau  $|F = 3, m_F = 0\rangle$ .

**Interrogation** Le nuage d'atomes est soumis à une interrogation micro-onde de quelques 10 ms pouvant être de type Rabi ou Ramsey. Une fois l'interrogation terminée les deux états d'horloges  $|3, 0\rangle$  et  $|4, 0\rangle$  sont couplés et les populations presque identiques.

**Détection par absorption** La probabilité de transition est évaluée en mesurant la fraction d'atomes peuplant le niveau  $|F = 4\rangle$ . Cette mesure est réalisée par absorption grâce à un faisceau résonant avec la transition cyclante  $4 \rightarrow 5'$ . Cette phase dure environ 5 ms. Environ  $10^6$  atomes sont détectés avec un rapport signal à bruit proche de 1000.

**Recapture** Pour des temps d'interrogation assez courts, une fraction non négligeable des atomes froids créés se trouvent encore dans la zone de capture de la mélasse optique après la détection. Ceci permet de raccourcir le temps de chargement de la mélasse. Il faut noter ici que ce sont les atomes des niveaux  $|F = 3, m_F \neq 0\rangle$  qui contribuent majoritairement à ce processus de recapture puisqu'ils représentent près de 80% des atomes froids présents (la phase de refroidissement permet de redistribuer les atomes selon tous les  $m_F$ ).

## 2.3 Vers la conception d'un prototype métrologique

### 2.3.1 Conclusions techniques des études menées sur les anciens prototypes.

Les principales conclusions techniques des études menées précédemment sont données ci-après. Elles constituent le point de départ de la conception du prototype métrologique sur lequel j'ai mené toutes les expériences et mesures décrites dans ce manuscrit.

- La géométrie de cavité retenue proposant le meilleur compromis pour le refroidissement d'atomes en lumière isotrope et pour l'interrogation micro-onde est la géométrie sphérique.
- La solution choisie pour générer la lumière isotrope est donc de polir l'intérieur de la cavité en cuivre afin de réaliser une surface réfléchissante (réflexion spéculaire).
- Les atomes de césium ne sont pas directement en contact avec la cavité en cuivre car le coefficient de réflexion du cuivre diminue rapidement au contact du césium. La vapeur de césium est isolé par un ballon de quartz.
- La détection est réalisée par absorption à l'aide d'un faisceau laser vertical de bonne qualité optique (profil d'intensité et polarisation contrôlée). De plus le fait de disposer le faisceau de détection verticalement dans le sens de chute libre des atomes permet de ne pas figer la séquence temporelle de l'horloge car les atomes restent dans le faisceau de détection pendant toute leur chute (ce qui n'est pas le cas avec un faisceau horizontal).
- La mesure par temps de vol est très utile pour optimiser le refroidissement des atomes. Le nouveau dispositif intégrera la possibilité de faire cette mesure.

### 2.3.2 Bref historique du projet HORACE et statut à l'été 2005

Le projet HORACE est née au LHA en 1996 grâce à la démonstration des potentialités du refroidissement en lumière isotrope (thèse de E. Aucouturier (1997)). Ces études ont été menées en utilisant des matériaux diffusants tels que le Spectralon qui s'est révélé impropre à une utilisation métrologique (instabilité dimensionnelle). Les thèses de E. Guillot (2000)[60] et de P.E. Potté (2003)[4] ont permis d'affiner les choix technologiques (cavité sphérique en cuivre poli), d'avancer expérimentalement dans la compréhension du refroidissement isotrope et de dégager les potentialités métrologiques du véritable concept d'horloge compacte à atomes froids HORACE. Ces études ont été menées sur un prototype dédié à l'étude du refroidissement mais n'intégrant pas les contraintes métrologiques notamment au niveau de la méthode de détection. Ces études n'ont donc jamais validé le niveau de stabilité de fréquence accessible avec HORACE. Mon arrivée au SYRTE en stage (Avril 2005) puis en thèse (Octobre 2005) s'est faite au moment où un prototype à visée métrologique était en conception/réalisation/montage. Une bonne partie des pièces mécaniques de l'enceinte à vide étaient réalisées mais non assemblées. Le banc optique était quant à lui complètement nu. J'ai donc pris part au cours de ma thèse à toutes les étapes de montage de l'expérience. (Réalisation de pièces mécaniques, montage de l'enceinte, pompage et étuvage, montage du banc optique et des électroniques associées, implémentation du pilotage informatique). Par ailleurs, mon prédécesseur s'étant focalisé sur sa rédaction de thèse à partir d'octobre 2005, j'ai été l'unique doctorant sur l'expérience jusqu'à juin 2008.



## Chapitre 3

# Description du dispositif expérimental.

Ce chapitre décrit entièrement le dispositif expérimental que j’ai utilisé durant ma thèse. Les principaux aspects liés à sa conception, sa réalisation, son montage et sa caractérisation y sont reportés.

### 3.1 Enceinte à vide

Cette partie a pour but de décrire les différentes parties de l’enceinte à vide dans laquelle sont stockés les atomes de césium. Celle-ci doit permettre d’obtenir un environnement ultravide, d’autoriser un accès optique pour le refroidissement et la détection et d’assurer un contrôle de la pression de Cs. Nous y donnerons donc les raisons des choix de conception qui ont été faits ainsi que les détails de réalisation et de montage.

#### 3.1.1 La zone d’interaction : le ballon de quartz

Dans notre dispositif, les atomes ne sont pas directement en contact avec les parois de la cavité micro-onde car des mesures annexes ont montré que le césium a tendance à réagir avec le cuivre et à notablement faire chuter son coefficient de réflexion, ce qui serait problématique pour le refroidissement en lumière isotrope. Il est donc nécessaire d’isoler le césium de la cavité en cuivre. Par ailleurs il semblait plus aisé de ne pas placer la cavité (et les fibres optiques) sous vide. Nous avons donc choisi d’isoler la cavité physiquement (plutôt que de réaliser un dépôt protecteur sur la cavité) en utilisant une cellule (ou ballon) qui elle est sous vide (voir Fig. 3.1). Le refroidissement isotrope nous contraint à une transparence à 852 nm sur un angle solide proche de  $4\pi$  stéradians. Parmi les verres courants, le pyrex est trop absorbant à 9.2 GHz pour assurer un bon coefficient de surtension. Le quartz quant à lui est transparent à 852 nm et à 9.2 GHz, et est stable dimensionnellement.

Le ballon de quartz a été réalisé sur demande en trois exemplaires (afin d’anticiper une éventuelle casse...qui a eu lieu!!). Les dimensions de ce ballon sont fixées par la cavité micro-onde. Il fait 34 mm de diamètre extérieur et ses parois font 1 mm d’épaisseur. Les ballons sont réalisés par soufflage à partir d’un tube, leurs dimensions sont garanties à 2/10ème de millimètre environ pour le rayon. Cependant la forme et la position du ballon dans la cavité micro-onde ont une telle influence sur la valeur de la fréquence de résonance de la cavité (décalage de plusieurs 100 MHz) qu’il est impossible de garantir un comportement micro-onde reproductible d’un ballon à l’autre.

La détection optique nécessite deux accès de bonne qualité optique en haut et en bas de l'enceinte, suivant l'axe vertical du dispositif. Ces accès sont procurés par des hublots en verre BK7 (verre standard): l'un est bridé en bas à l'aide d'un joint indium sur l'enceinte en titane et l'autre collé en haut sur le ballon de quartz. Le diamètre maximal du faisceau de détection est limité par les rétrécissements du ballon de quartz et vaut 8 mm.

### 3.1.2 L'enceinte en titane

Nous aurions pu opter pour une géométrie d'enceinte complètement fermée (type cellule) mais cela interdit le contrôle de la pression de césium ainsi qu'une zone de temps de vol. Nous avons donc choisi de coller le ballon de quartz sur une enceinte métallique.

On se reportera à la figure 3.2 pour avoir un aperçu de l'enceinte à vide.

### Géométrie globale de l'enceinte en titane

La géométrie de l'enceinte à vide a évidemment été largement guidée par un souci de compacité qui a conduit à utiliser des techniques particulières de soudure laser et de collages encore inconnues au laboratoire. Cette enceinte permet de raccorder le système de pompage, la réserve de Cs ainsi que la zone de temps de vol.

Le système de pompage est assez éloigné du ballon pour des questions de poids et de magnétisme. La réserve de césium est placée juste sous la zone de refroidissement laser grâce à un piquage soudé au laser. La vanne papillon commerciale utilisée étant magnétique, un raccord en titane de 130 mm de long permet d'éloigner cette vanne pour qu'elle se retrouve finalement en dehors des blindages magnétiques. La mesure de la température atomique par temps de vol est effectuée dans une zone placée 110 mm sous la zone de refroidissement laser. Afin de ne pas perdre trop d'atomes durant la chute, on doit y maintenir une pression de césium aussi basse que possible imposant la mise en place de graphites et/ou de points froids. De plus, cette zone doit permettre un bon accès optique pour un système de collection de la lumière émise par fluorescence.

### Choix des matériaux

On aurait pu imaginer une enceinte entièrement en verre avec un raccord verre/métal pour la bride mais, pour des questions de robustesse générale, nous avons préféré une enceinte à vide à dominante métallique. Un magnétisme résiduel nous empêche d'utiliser de l'acier inoxydable (même dans sa version dite "amagnétique 316L") et les alliages d'aluminium (Dural ou Fortal) sont trop mous pour permettre une étanchéité par joint cuivre. Nous avons donc réalisé l'enceinte à vide en titane TA6V. Ce métal présente l'avantage de se souder facilement au laser, ce qui permet de concevoir des enceintes complexes et compactes, et les techniques de fixation de hublots par joint indium sur enceinte en titane sont bien maîtrisées au laboratoire.

### 3.1.3 Contrôle de la pression de césium

Idéalement la zone d'utilisation du césium (en l'occurrence la zone de refroidissement laser) doit être située entre le réservoir de césium et le pompage. Mais la fragilité du ballon de quartz interdit cette configuration. La solution trouvée est donc de relier la réserve de césium grâce à un piquage en biais de 130 mm soudé juste sous la zone de refroidissement laser permettant d'optimiser la conduction de la réserve de césium vers la zone de refroidissement laser et de diminuer la conduction vers le système de pompage (voir Fig.3.3). Il existe une



FIG. 3.1 – Photo du ballon de quartz monté sur l'enceinte à vide

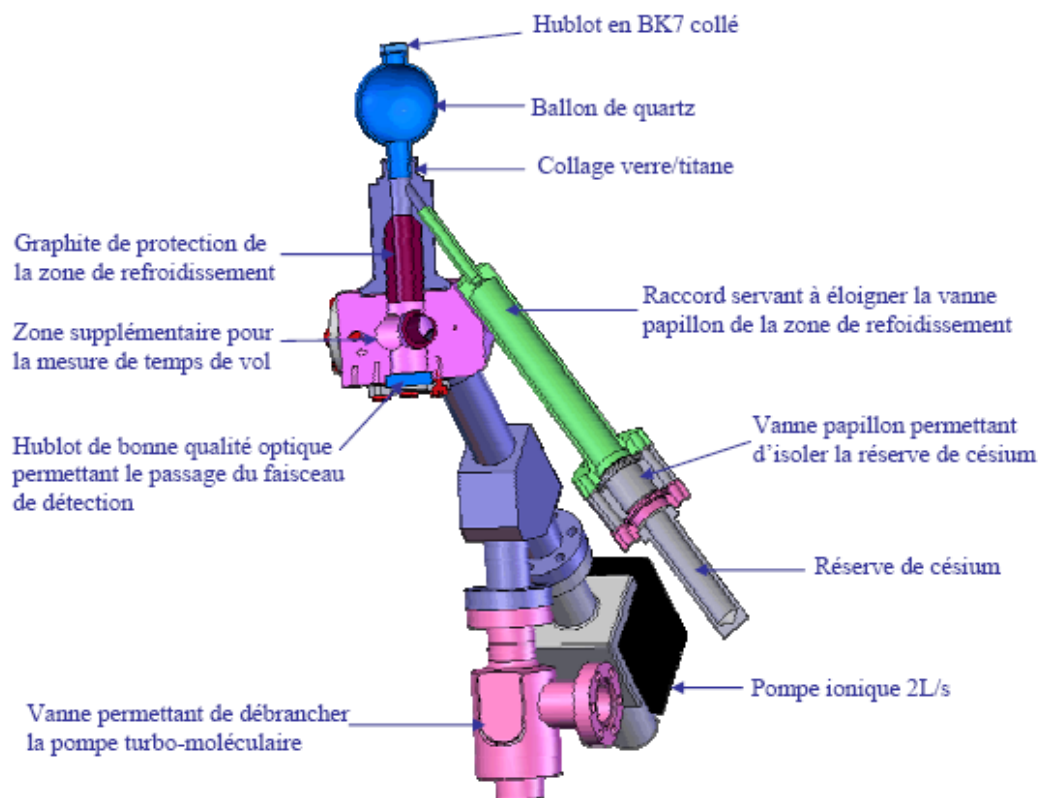


FIG. 3.2 – Dessin de l'enceinte à vide avec le ballon de quartz et le hublot (en haut), la partie en titane avec la réserve de césium au bout de sa rallonge, et le système de pompage avec la pompe ionique 2L/s.



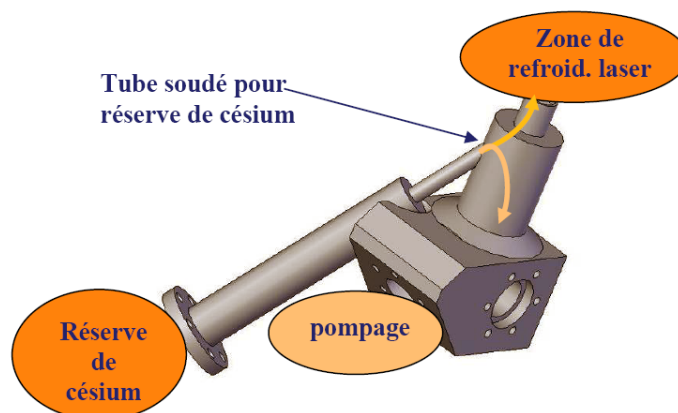


FIG. 3.3 – Dessin de la partie basse de l'enceinte à vide. On voit le piquage soudé en biais pour raccorder l'enceinte à la réserve de césium. La conductance vers la zone de refroidissement (en haut) est bien meilleure que celle vers le pompage (en bas)

vanne permettant d'isoler la réserve du reste de l'enceinte. Cette vanne permet de contrôler le flux d'atomes chauds sortant de la réserve. Du fait de la très faible conduction dans le sens enceinte-réserve, les atomes de césium présent dans l'enceinte ne peuvent quasiment pas revenir vers la réserve. Aussi, le pompage du césium excédentaire est réalisé par des graphites disposés sous la zone de refroidissement laser et à l'entrée de la pompe ionique afin d'éviter la saturation de la pompe due au césium.

Cette pression de césium est mesurée grâce à l'absorption qu'elle produit sur le faisceau de détection verticale accordé à résonance sur la transition  $4 \rightarrow 5'$  de la raie D2. On garde une pression de césium correspondant à une absorption comprise entre 10 et 20% sur le faisceau de détection verticale soit environ  $10^{-8}$  mBar .

### 3.1.4 Environnement ultra-vide

Bien que certains dispositifs scellés et ne contenant pas de pompage actif arrivent à maintenir des pressions inférieures à quelques  $10^{-9}$  hPa, nous nous sommes orientés vers une enceinte à vide reliée en permanence à un système de pompage actif, en l'occurrence une pompe ionique. Les systèmes de pompage passifs, type getter, n'ont pas encore été pleinement validés au laboratoire, et leur procédure d'activation nécessite des températures très élevées (entre 450 et 700°C) ainsi qu'un système de pompage actif temporaire. Les pompes ioniques commerciales sont interfacées avec des brides inox au standard CF (joint cuivre).

Le pré-pompage grâce à une pompe turbo-moléculaire permet de démarrer à pression ambiante ( $10^3$  hPa) et de diminuer la pression jusqu'à environ  $10^{-8}$  hPa. Des procédures d'étuvage de l'enceinte à vide sont nécessaires pour atteindre ces niveaux de vide. La température d'étuvage dépend des matériaux utilisés pour l'enceinte à vide. Elle vaut typiquement 450°C en théorie pour les parties en titane et en inox et descend autour de 130°C proche des joints indium (température de fusion de l'indium : 156°C) et des collages. Cet étuvage dure plusieurs jours.

Cependant nous sommes limités en pratique par les collages du ballon de quartz et par les joints indium des hublots qui imposent une température d'étuvage basse (130°C) sur toute l'enceinte. Les températures sont mesurées en 3 endroits de l'enceinte notamment autour du ballon de quartz. Nous avons veillé à une montée en température très progressive et homogène

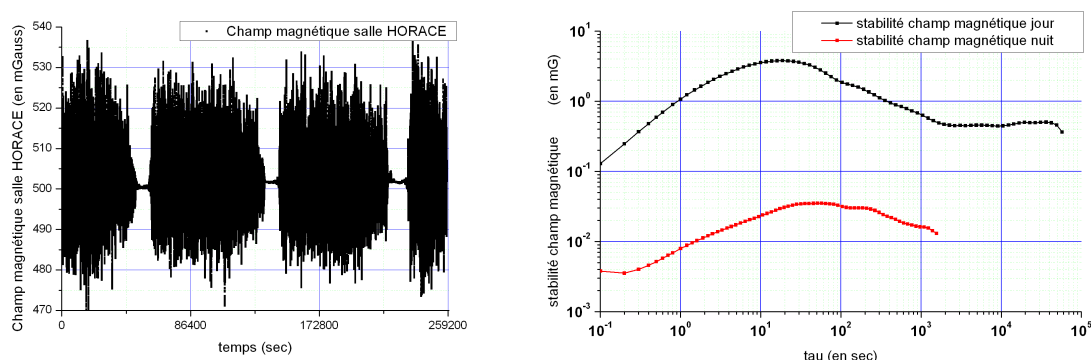


FIG. 3.4 – Fluctuations magnétiques dans la salle HORACE sur une durée de 3 jours. La mesure est faite au niveau du banc optique grâce à une sonde magnétique. Le champ moyen dans la direction verticale est de 500 mG. On remarque l'influence notable de l'arrêt du métro entre 01h et 05h du matin. Les fluctuations sont pendant cette période 40 à 100 fois plus faibles que pendant la journée.

sur toute l'expérience pour ne pas créer de gradients thermiques trop importants dûs à la mauvaise conductivité thermique du titane. Ces gradients thermiques peuvent provoquer des distorsions mécaniques et créer des fuites voire des casses des éléments en verre. Une fois la température d'étuvage atteinte, nous avons créé volontairement un léger gradient thermique (10-20°C) entre le ballon et le reste de l'enceinte afin d'inciter les gaz résiduels à migrer vers les zones plus froides.

Une pompe ionique 2 L/s, qui a l'avantage de ne pas générer de vibrations mécaniques (contrairement aux pompes turbo-moléculaires) prend alors le relais pour atteindre des niveaux de  $2-3 \cdot 10^{-9}$  hPa. Une vanne ultravide permet de débrancher la pompe turbo-moléculaire de l'enceinte à vide sans casser le vide. A la première mise sous vide la pression est descendue correctement vers  $10^{-9}$  hPa avec la pompe ionique 2 L/s. Puis l'expérience a été mise à l'air accidentellement (casse du ballon de quartz), les graphites ont été pollués et n'ont pu être réélevés correctement (idéalement 800°C pendant 3 jours). Pour retrouver une pression de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-9}$  hPa (au niveau de la pompe) nous avons donc été obligé de rajouter une pompe ionique 25 L/s. Plus de deux ans après cet incident, la pompe 25 L/s est encore totalement indispensable à l'obtention d'atomes froids dans le ballon. La très rapide chute du nombre d'atome froids lorsque la pompe est soudainement éteinte (10 sec après l'extinction de la pompe il est impossible de créer des atomes froids) suggère que le vide au niveau du ballon n'est pas bon.

### 3.1.5 Environnement magnétique

Le magnétisme est un ennemi omniprésent en métrologie car il induit des déplacements de fréquences considérables. On distingue les contributions statiques provenant du magnétisme résiduel de certaines parties entourant l'enceinte (vis, vannes, pompe, etc...) et les contributions fluctuantes provenant du champ terrestre et des appareils électriques installés dans la salle (alimentation, PC) ou proche de celle-ci (ascenseur, cuisine). On se souviendra aussi et surtout de la proche présence des lignes de métro 4 et 6 et du RER-B passant non loin du bâtiment (voir Fig. 3.4) à qui on peut attribuer l'essentiel des fluctuations magnétiques environnantes. Pour toutes ces raisons l'environnement magnétique des atomes doit être très bien contrôlé.

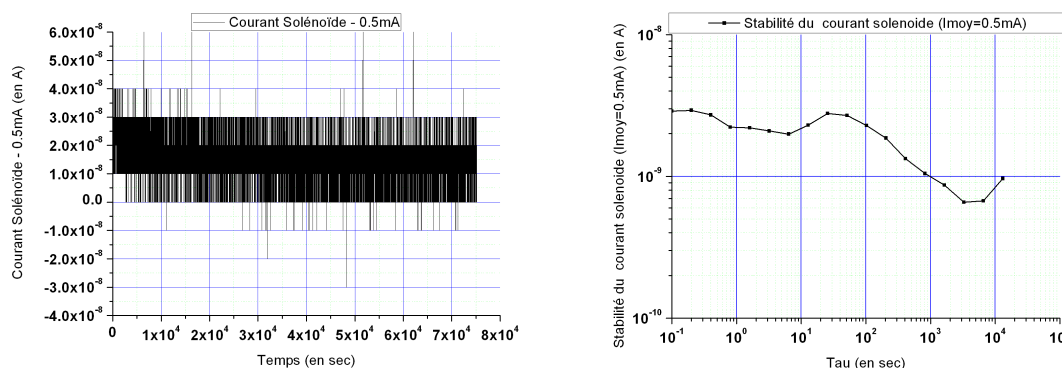


FIG. 3.5 – Mesure des fluctuations de courant de l'alimentation stabilisée de champ magnétique. A gauche: série temporelle de 20 heures. Le bruit de la mesure est totalement dominé par la résolution du multimètre (10 nA). A droite: Ecart type d'Allan correspondant.

### Conception d'une enceinte amagnétique

La première considération a été de réaliser l'enceinte à vide en matériaux totalement amagnétiques. Les composants commerciaux (pompes ioniques, vannes) sont généralement en acier inoxydable. Tous ces composants ont donc été éloignés de la zone où se trouvent les atomes afin de pouvoir intercaler des blindages magnétiques entre ces zones critiques et les composants magnétiques indispensables. Durant le montage, tous les éléments (vis, bague, brides) sont testés au magnétomètre pour vérifier leur amagnétisme.

### Les blindages magnétiques

Afin de protéger le dispositif contre le champ magnétique terrestre et contre les fluctuations des champs magnétiques présents dans le laboratoire, deux blindages magnétiques en  $\mu$ -métal de 2.5 mm d'épaisseur ont été disposés autour des zones sensibles (voir Fig3.6). L'objectif de ces deux blindages est de fournir une atténuation du champ magnétique environnant d'au moins 5000.

Après leur démagnétisation, l'atténuation de ces deux blindages a été mesurée pour la configuration dans laquelle ils seront sur le dispositif. La valeur trouvée pour l'atténuation de champ magnétique basse fréquence est de l'ordre de 6000.

Précisons qu'au moment du montage, le chapeau du bas du blindage intérieur et sa bague de serrage doivent être mis en position avant de coller le ballon de quartz sur l'enceinte à vide. Ce chapeau ne peut donc plus être démonté et il convient donc de faire extrêmement attention à ne pas le choquer ou le magnétiser car il ne peut plus être retraité thermiquement sans démonter toute l'enceinte à vide. Les deux blindages sont isolés électriquement de l'enceinte à vide afin d'éviter les boucles de courant qui pourraient circuler et générer des champs magnétiques parasites.

### Le solénoïde et la source de courant

Lors des phases d'interaction entre le signal micro-onde et les atomes, la dégénérescence des sous niveaux Zeeman des atomes de césium doit être levée par un champ magnétique statique. Un champ de l'ordre de 10-20 mG est créé grâce à un solénoïde (cf Fig3.7) dans lequel circule un courant électrique issu d'une alimentation stabilisée en courant. Ce champ magnétique entraîne

une levée de dégénérescence de 10 kHz environ (700.84 Hz/mG).

Ce solénoïde a un diamètre de 90 mm pour une longueur de 70 mm. Il n'est donc pas "infini" et le champ qu'il génère seul n'est pas homogène sur la taille de la cavité micro-onde. La solution pour homogénéiser le champ statique consiste à plaquer le solénoïde sur le petit blindage magnétique. Celui-ci permet grâce à un "effet miroir" de générer un champ bien homogène.

La qualité de l'alimentation en courant du solénoïde est prépondérante afin de ne pas perturber la transition d'horloge. Nous utilisons une alimentation stabilisée commerciale dont la stabilité relative en courant est spécifiée à  $3 \cdot 10^{-4}$ /an. Elle a été mesurée pour un courant typique de 0.5 mA soit un champ de 18.5 mG grâce à un multimètre bas-bruit de résolution 10 nA. La mesure est présentée sur la figure 3.5. Le bruit de la mesure est dominé par la résolution du multimètre, on a donc ici seulement un majorant de la situation réelle. Cependant, l'écart type d'Allan ne dépasse jamais  $3 \cdot 10^{-8}$  A correspondant à une contribution au bruit relatif de fréquence de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-16}$ . L'alimentation n'est donc absolument pas limitante pour nos objectifs.

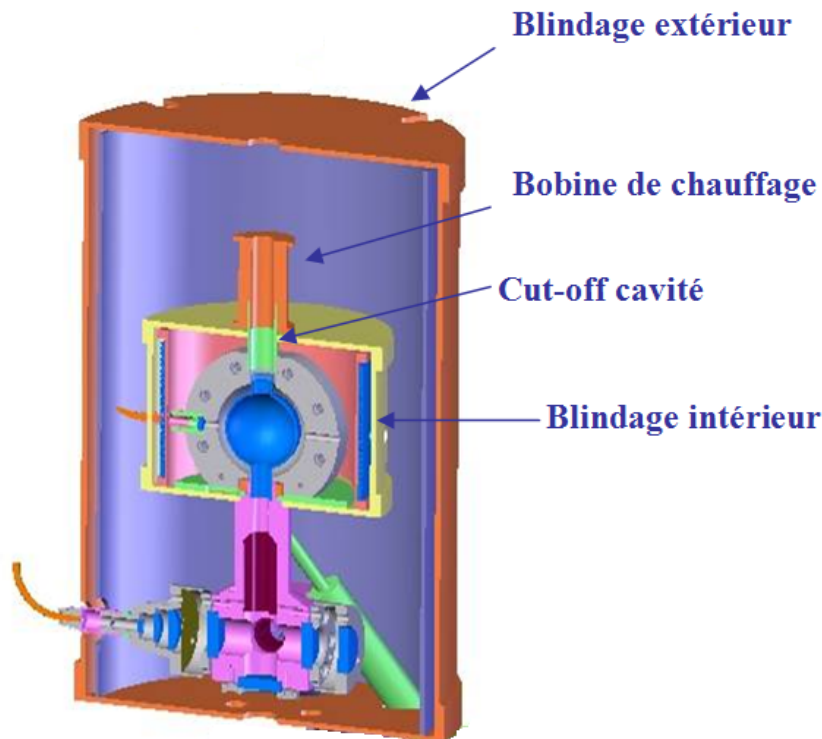


FIG. 3.6 – Dessin de l'enceinte à vide avec les blindages magnétiques.

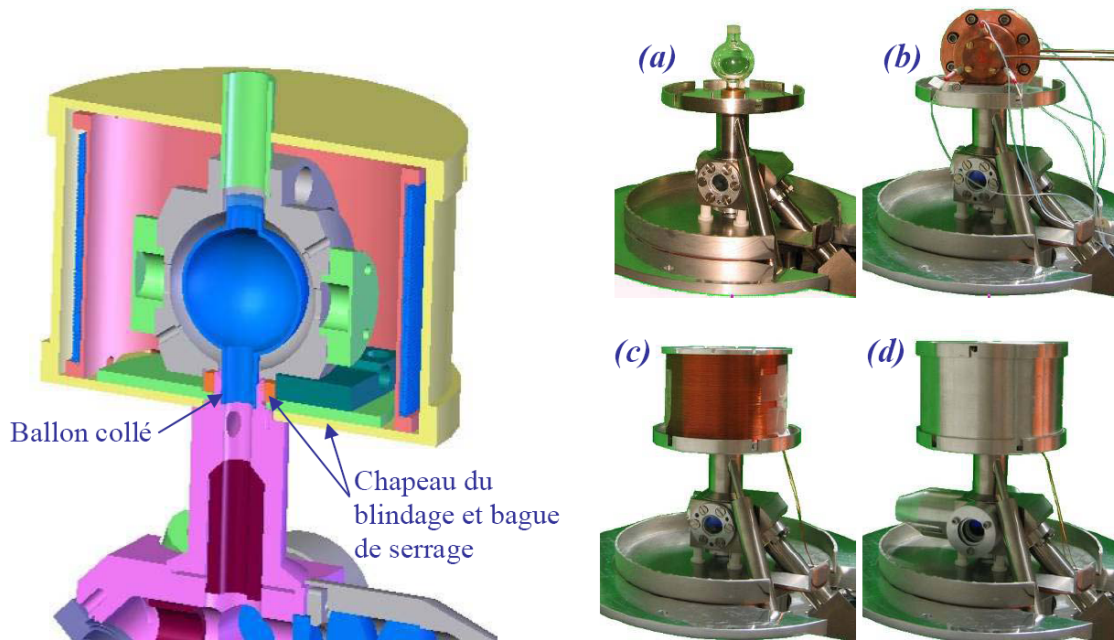


FIG. 3.7 – À gauche : Coupe tranverse de la partie supérieure de l'enceinte. À droite: Photographie de l'enceinte à vide à différents stades de montage. (a) : enceinte à vide nu. On retrouve le ballon de quartz en haut. Le chapeau du bas du blindage intérieur est mis en place avant le collage du ballon de quartz. (b) : avec la cavité micro-onde. (c) : avec le solénoïde de champ statique. (d) : avec le blindage intérieur

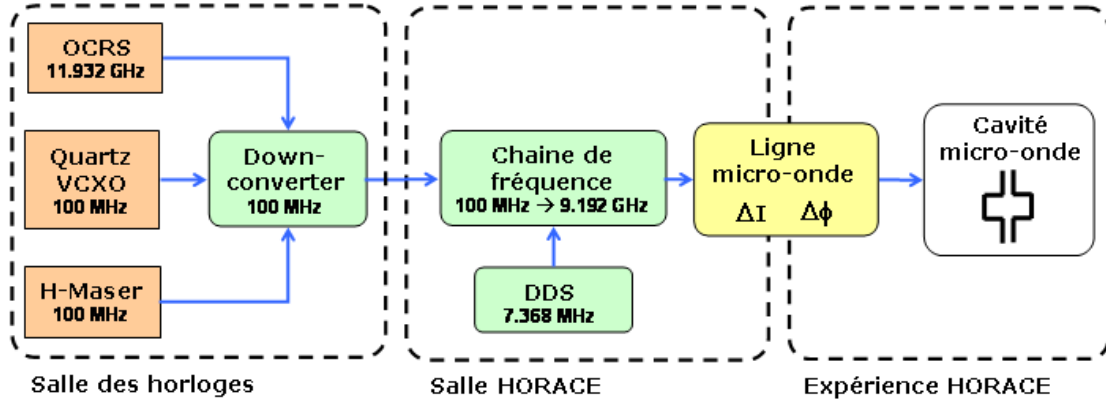


FIG. 3.8 – Schéma de la chaîne micro-onde complète

## 3.2 Micro-onde

Nous décrivons dans cette partie l'ensemble de la chaîne micro-onde utilisée sur l'expérience HORACE au SYRTE. Nous passerons en revue les oscillateurs micro-ondes utilisés pour l'étude métrologique au laboratoire, la chaîne de synthèse de fréquence, le circuit menant jusqu'à la cavité micro-onde de l'horloge et enfin la cavité elle-même.

### 3.2.1 Description des sources de fréquences utilisées au laboratoire

Afin d'évaluer les performances métrologiques d'HORACE nous utilisons comme oscillateur local un signal ultra-stable à 100 MHz disséminé dans le laboratoire. Développée dans le cadre de l'étude des fontaines atomiques du laboratoire, cette référence de fréquence d'une extrême pureté spectrale permet, par delà sa disponibilité, de s'affranchir intégralement d'une limitation des performances de l'horloge due au bruit de phase de l'oscillateur local (effet Dick). Ce signal complexe est synthétisé en combinant plusieurs types d'oscillateurs afin d'obtenir les meilleures caractéristiques possibles en terme de bruit de phase. Nous décrivons par la suite le schéma de principe d'asservissement de ces oscillateurs entre eux.

#### L'Oscillateur Cryogénique à Résonateur de Saphir

Le laboratoire dispose depuis 2000 d'un oscillateur cryogénique à résonateur de saphir (OCSR ou SCO en anglais) développé par une équipe de l'University of Western Australia (UWA). Cet oscillateur permet de profiter au mieux des performances des fontaines atomiques du laboratoire en rendant négligeable la contribution de l'effet Dick sur le bilan de bruit de la mesure de la probabilité de transition<sup>1</sup>.

L'OCSR constitue une expérience en soi, il a notamment servi à des tests d'invariance de Lorentz [65]. On trouvera dans l'article de revue [66] les détails techniques sur ce type d'oscillateur. La description de l'utilisation qui en est faite au SYRTE est décrite dans [2, 40].

L'oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (OCSR) utilise un mode de galerie ( $H_{14,1,1}$ )

1. L'utilisation d'un maser à hydrogène comme oscillateur local limite les fontaines vers  $10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Avec l'OCSR, elles sont limitées par le bruit de projection quantique vers  $2 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$

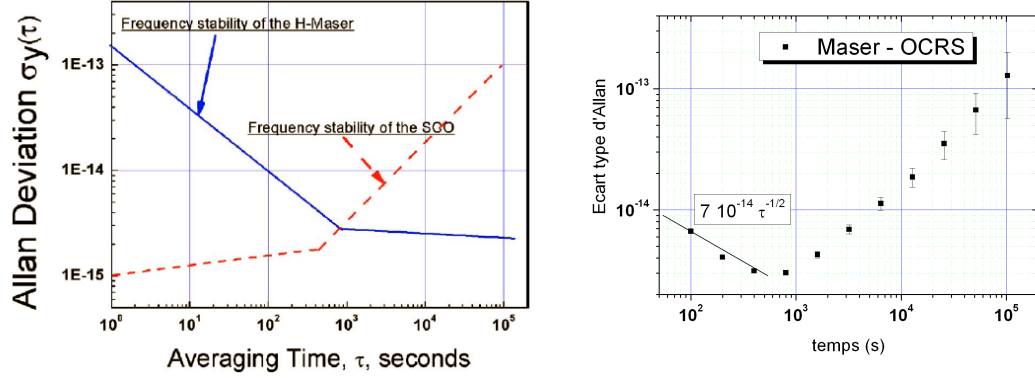


FIG. 3.9 – Comparaison du maser à hydrogène avec l’OCRS (mesure de janvier 2004 tirée de [10]). Jusqu’à 800 s la stabilité de fréquence correspond au , puisque la stabilité de l’OCRS est nettement meilleure sur ces temps d’intégration. Après 1000 s, on observe la dérive de l’OCRS de  $\sim 10^{-13}$ /jour

du champ électromagnétique, de fréquence 11.932 GHz, confiné dans un barreau de saphir monocristallin. A des températures de quelques kelvins, ce mode possède un facteur de qualité  $Q \approx 4 \times 10^9$  extrêmement élevé du fait des très faibles pertes du matériau. La fréquence de résonance présente un point d’inversion en température autour de 6 K autour duquel le résonateur est stabilisé. Pour atteindre de telles températures, il est nécessaire d’immerger le résonateur et la cavité résonante qui l’entoure dans un cryostat remplie d’hélium 4 liquide à 4 K. Ce cryostat contient 250 litres et nécessite un remplissage tous les  $\sim 25$  jours. Les oscillations sont entretenues par un système d’amplification stabilisé activement en phase, en amplitude et en température. L’ensemble de ce dispositif avec l’électronique de commande représente un volume de plusieurs  $\text{m}^3$ .

La stabilité de fréquence de l’OCRS utilisé ici est estimée<sup>2</sup> à  $\sigma_y(\tau) = 10^{-15}$  entre 1 et 1000 s avec une dérive de  $\sim 10^{-13}$  par jour.

### Le maser à hydrogène

Plusieurs masers actifs à hydrogène sont utilisés au laboratoire pour construire les échelles de temps. L’un d’eux contribue au signal à 100 MHz qui sert de référence pour les différentes expériences. L’intérêt des masers réside surtout dans leur très bon comportement à moyen et long terme, sur le court terme l’OCRS présente une bien meilleure stabilité.

### Comparaison OCRS / H-Maser

La comparaison entre ces deux oscillateurs est faite en permanence. Un exemple d’écart-type d’Allan de cette mesure est présenté sur la figure 3.9. Jusqu’à 800 s, le bruit de la mesure s’intègre comme  $\sim 7 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$  et est totalement dominé par le Maser. Après 1000 s, on observe la dérive de l’OCRS. Celle-ci vaut  $\sim 10^{-13}$ /jour en valeur relative. Il est alors légitime de chercher à combiner les performances à court terme de l’OCRS et celles à long terme du maser, et générer à partir de là un signal de distribution ultra-stable. Pour cela on doit verrouiller en

2. Il est impossible de mesurer directement la stabilité ou le bruit de phase de l’OCRS car il n’existe pas encore au SYRTE d’oscillateur présentant une stabilité meilleure ou équivalente. Le développement de lasers ultra-stable pour les horloges optiques devrait permettre cette comparaison à court-terme.



phase le signal de l'OCRS sur celui du Maser. D'après la comparaison maser-OCRS (Fig. 3.9), on trouve la constante de temps idéale pour cet asservissement :  $\sim 1000$  s. L'asservissement en phase de l'OCRS sur le maser est assuré par un "*down-converter*". permettant la génération des signaux de distribution ultra-stable à 100 MHz pour les différentes expériences du laboratoire [67].

### Le "down-converter" 100 MHz

Le but poursuivi est de convertir le signal micro-onde ultra-stable de l'OCRS à 11.932 GHz en un signal à 100 MHz sans dégradation significative<sup>3</sup> de son bruit de phase. D'autre part, on souhaite que ce nouveau signal de référence soit cohérent en phase avec le signal délivré par le maser à hydrogène pour des questions de stabilité de fréquence à long terme. On utilise alors un oscillateur à quartz commandable en tension (VCXO) que l'on asservi sur l'OCRS avec une bande passante de 400 Hz et sur le maser avec une bande passante de 1 mHz. On combine alors les qualités de tous ces oscillateurs dans un même signal. Le bruit de phase résiduel du dispositif mesuré à 100 MHz est de  $-125$  dBrad<sup>2</sup>/Hz à 1 Hz de la porteuse avec un palier de bruit blanc à  $-163$  dBrad<sup>2</sup>/Hz correspondant au palier de bruit du quartz VCXO. Il est important de noter ici que ce bruit de phase correspond au bruit propre de la conversion des signaux des oscillateurs vers un signal à 100 MHz, il ne représente pas en théorie le bruit de phase absolu du signal à 100 MHz délivré. Toutefois, dans la mesure où le bruit de phase absolu du signal cryogénique est extrêmement faible, de l'ordre de  $-100$  dBrad<sup>2</sup>/Hz à 1 Hz d'une porteuse à 11.932 GHz [68] soit  $-142$  dBrad<sup>2</sup>/Hz à 1 Hz une fois ramené à 100 MHz, le bruit de phase absolu du signal à 100 MHz est complètement dominé par l'opération de conversion.

---

3. On entend ici par significative que la contribution du bruit de l'oscillateur local au bilan de bruit court-terme des horloges reste négligeable.



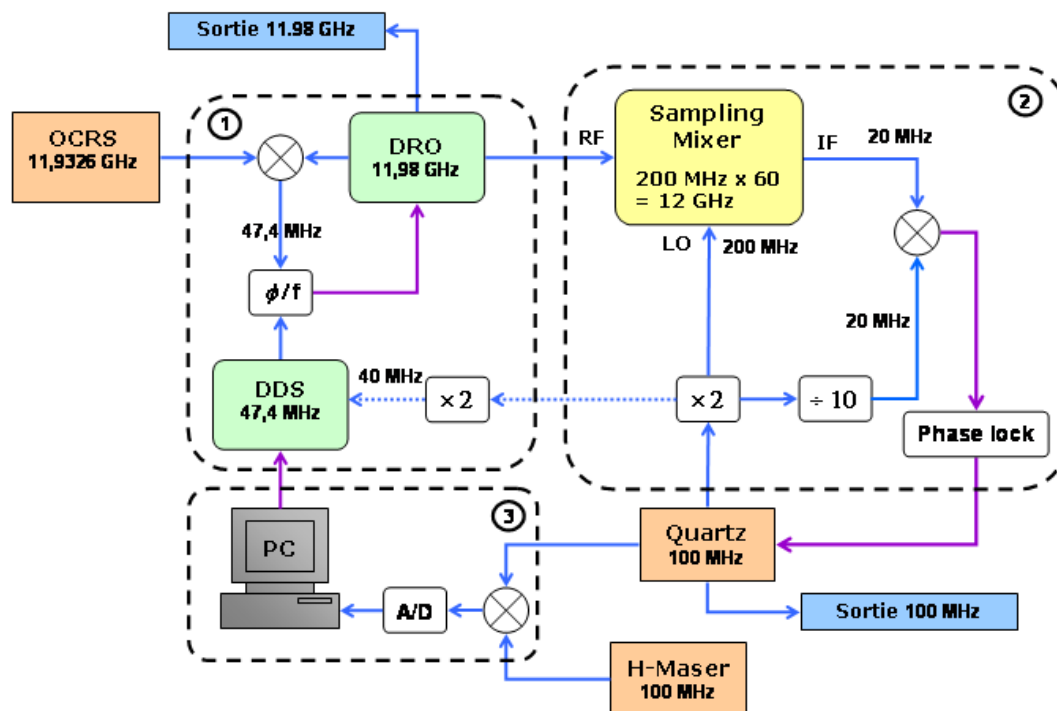


FIG. 3.10 – Schéma de principe du down-converter à 100 MHz. ① La première étape est de transposer le signal à 11.9326 GHz issu de l'OCRS libre en un signal cohérent à 11.98 GHz afin de disposer d'une référence de fréquence "ronde" plus aisée à manipuler. Ce signal est produit en asservissant en phase un oscillateur DRO (Dielectric Resonator Oscillator) par l'intermédiaire d'une DDS (Direct Digital Synthesis) elle-même référencée. Cette DDS permet de compenser la dérive de fréquence de l'OCRS. ② La seconde étape consiste à transférer la pureté spectrale du signal à 11.98 GHz au signal à 100 MHz délivré par l'oscillateur à quartz VCXO. Un mélangeur-échantillonneur (Sampling-mixer) permet de relier ces deux fréquences. Ce composant permet de générer un peigne de fréquences harmoniques de la fréquence d'entrée LO (ici 200 MHz provenant du quartz). Le mélange de la 60<sup>ème</sup> harmonique ( $60 \times 200 \text{ MHz} = 12 \text{ GHz}$ ) avec le signal à 11.98 GHz sur le port RF produit un signal à 20 MHz sur le port IF. Le battement de ce signal avec un autre 20 MHz issu du quartz est utilisé afin de verrouiller en phase ce dernier sur le signal à 11.98 GHz. La bande passante de cet asservissement en phase est de l'ordre de 400 Hz et permet d'obtenir un signal à 100 MHz reproduisant les performances de l'OCRS sans dégradation notable de son bruit de phase. ③ La dernière étape a pour but d'asservir en phase ce signal à 100 MHz, qui présente d'excellentes propriétés à court-terme ( $\tau < 1000 \text{ sec}$ ), sur le signal délivré par le H-Maser très stable à long terme. Le signal de l'oscillateur quartz est battu avec le 100 MHz du maser pour assurer, *via* un PC, une boucle à verrouillage de phase lente (avec une constante de temps de  $\sim 1000 \text{ s}$ ) contrôlant la fréquence de la DDS.

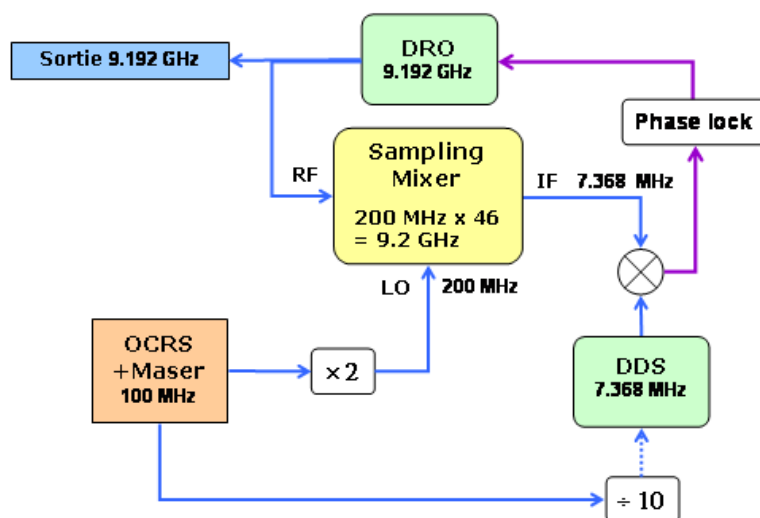


FIG. 3.11 – Chaîne de synthèse de fréquence HORACE. Le signal à 100 MHz provenant du maser est doublé avant d'attaquer un Sampling-Mixer. La 46<sup>ème</sup> harmonique (9.2 GHz) est mélangé au signal à 9.192 GHz provenant d'un DRO donnant lieu à un signal à 7.368 MHz sur le port IF. Le batttement de ce signal avec un autre 7.368 MHz issu de la DDS est utilisé afin de verrouiller en phase le DRO sur le signal à 100 MHz. La bande passante de cet asservissement est typiquement de 200 kHz

### 3.2.2 Chaîne de fréquence micro-onde HORACE

#### Description

La chaîne de synthèse de fréquence a pour vocation de convertir le signal de référence à 100 MHz en un signal ultra-stable autour de 9.192 GHz, fréquence de résonance du césium. L'architecture de la chaîne utilisée pour le moment sur HORACE est très simple et n'utilise pas de quartz de filtrage. Son schéma et son principe de fonctionnement sont présentés sur la figure 3.11.

#### Mesure du bruit de phase résiduel

Il est essentiel de caractériser l'influence de la chaîne de fréquence sur le bruit de phase du signal micro-onde envoyé aux atomes *in fine*. Il s'agit d'évaluer si l'opération de multiplication du signal à 100 MHz jusqu'à 9.2 GHz dégrade ou non le bruit de phase de la source utilisée. Idéalement le bruit résiduel de la chaîne de synthèse de fréquence est négligeable devant le bruit propre de la source.

J'ai réalisé, aidé par R. Barillet, des mesures de ce type sur la chaîne de fréquence utilisée initialement sur HORACE, qui servait auparavant à l'évaluation d'horloges à jets thermiques. Cependant, nous avons dû changer de chaîne au cours de ma thèse car elle devenait limitante. Les mesures de bruit de phase de cette nouvelle chaîne, avec laquelle j'ai réalisé la majeure partie des mesures présentées dans ce manuscrit, ont été réalisées par R.Boudot lors de la construction de nouvelles synthèses au laboratoire [69].

L'évaluation du bruit de phase résiduel d'une chaîne de fréquence nécessite de la comparer à une autre afin de mesurer le bruit de leur batttement. Les deux chaînes recevant le même signal d'entrée, le bruit de la source est réjecté dans cette mesure. Toutefois, le bruit mesuré au

final est la somme des bruits de phase résiduels des deux chaînes. Pour évaluer correctement le bruit de la chaîne qui nous intéresse on peut:

- Comparer avec une chaîne déjà caractérisée ou dont le bruit est négligeable.
- Comparer deux chaînes identiques et supposer qu'elles contribuent de même manière au bruit final. On peut dans ce cas soustraire  $3 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  à la densité spectrale de puissance de bruit de phase mesurée.
- Réaliser une comparaison entre 3 chaînes différentes. Une combinaison des 3 spectres de bruit mesurés permet alors de remonter au bruit propre de chaque chaîne. C'est cette méthode qui a été choisie.

Chaque chaîne de fréquence comprend une DDS délivrant un signal de l'ordre de 7.368 MHz. Ces DDS sont référencés sur le signal ultra-stable à 100 MHz alimentant les synthèses. Le bruit de phase de ces DDS contribue aussi au bruit de phase final cependant il est en pratique totalement négligeable devant le bruit de phase absolu du signal à 9.2 GHz ramené par mélange autour de 7.368 MHz. De même, on doit s'assurer que le mélangeur final permettant de détecter le battement ne contribue pas significativement au bruit mesuré<sup>4</sup>. Les mélangeurs utilisés vers 10 GHz présentent des bruit de phases de l'ordre de  $-130 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  à 1 Hz avec un palier à  $-160 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  complètement négligeable pour nos applications.

On réalise en pratique deux types de mesure afin de quantifier le bruit de phase et de fréquence sur la plus grande plage de fréquences possible (voir Fig. 3.12 et Fig. 3.13).

**Pour les "hautes fréquences"** comprises entre 1 Hz et  $10^5$  Hz on mesure directement la densité spectrale de puissance de bruit de phase  $S_\varphi(f)$ . Pour cela, on règle les deux chaînes à la même fréquence en jouant sur leurs DDS respectives et on règle le déphaseur afin de placer les deux ondes en quadrature. Ainsi, le battement se fait à fréquence moyenne nulle et à amplitude nulle. On mesure alors à l'aide d'un analyseur à transformée de Fourier (FFT) la densité spectrale de puissance de bruit de tension  $S_{V_\varphi}$  issue du détecteur (mélangeur). Il suffit de diviser le résultat par le  $K_\varphi^2$  pour accéder au bruit de phase,  $K_\varphi$  étant la sensibilité en V/rad du mélangeur. Le bruit mesuré à 9.192 GHz correspond à un niveau flicker de  $-81 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  à 1 Hz de la porteuse et un palier de bruit blanc de phase à  $-112 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$ .

**Pour les "basses fréquences"** comprises entre  $10^{-5}$  Hz et 1 Hz, on mesure plutôt l'écart type relatif d'Allan fréquentiel. On décale alors la fréquence d'une des DDS pour que le battement s'effectue à fréquence non-nulle (typ. 100 kHz). On mesure alors directement la fréquence du signal sortant du détecteur à l'aide d'un compteur de fréquence référencé. On peut alors déterminer l'écart type d'Allan pour des temps très longs. La mesure montre un bruit blanc de fréquence<sup>5</sup> se moyennant comme  $7.5 \cdot 10^{-15} \tau^{-1/2}$  jusqu'à  $\tau \sim 10^5$  sec. L'excès de bruit à 1000 sec correspond à l'oscillation de la climatisation de la pièce.

4. Le mélangeur effectue une multiplication des deux signaux d'entrée  $s_1(t) = A \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$  et  $s_2(t) = A \sin(\omega_2 t + \varphi_1 + \varphi_{DUT}(t) + \Delta\phi)$  où  $\varphi_{DUT}(t)$  et  $\Delta\phi$  sont les déphasages introduits respectivement par l'élément à mesurer et par le déphaseur. Le signal en sortie correspond aux sommes et différences des phases des deux signaux. La composante somme est usuellement filtrée. Ainsi, le signal de sortie est de la forme  $V_\varphi = K_\varphi \cos(\varphi_{DUT}(t) + \Delta\phi)$  où  $K_\varphi$  est un coefficient de sensibilité propre au mélangeur. Afin de détecter correctement le bruit de phase  $\varphi_{DUT}(t)$  on remarque qu'on doit avoir  $\Delta\phi = \pi/2$ . Ainsi,  $V_\varphi = K_\varphi \sin(\varphi_{DUT}(t)) \approx K_\varphi \varphi_{DUT}(t)$ .

5. Le comportement en bruit blanc de fréquence est ici anormal. Une telle mesure exhibe habituellement un bruit flicker de phase et s'intègre donc en  $\tau^{-1}$ . Cette anomalie a été attribuée a posteriori à une utilisation non optimale (mauvais rapport cyclique) du compteur de fréquence lors de la mesure. La stabilité de fréquence des synthèses est donc a priori meilleure que celle présentée ici.

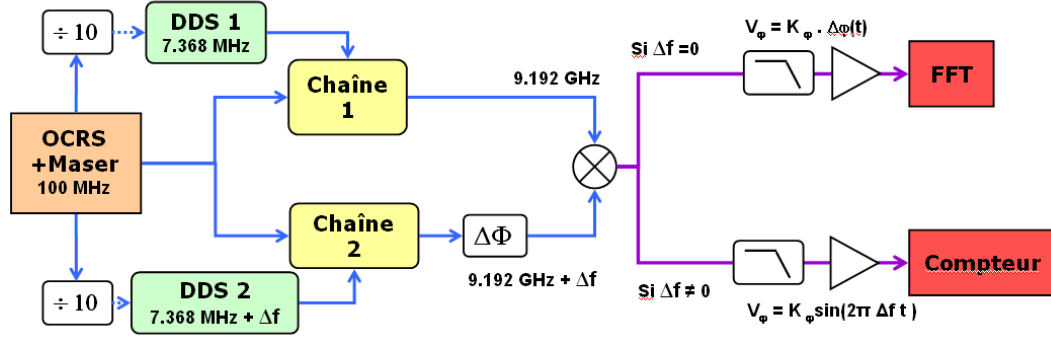


FIG. 3.12 – Schémas de mesure de bruit de phase et de fréquence de la chaîne de fréquence. Pour les mesures de bruit de phase (fréquences de Fourier  $\geq 1$  Hz) on règle le battement à fréquence nulle ( $\Delta f = 0$ ) et on utilise un FFT afin de déterminer le spectre de bruit. Pour les mesures de bruit de fréquence (fréquences de Fourier  $\leq 1$  Hz), le battement se fait à fréquence non nulle ( $\Delta f \neq 0$ ) et on utilise un compteur de fréquence.

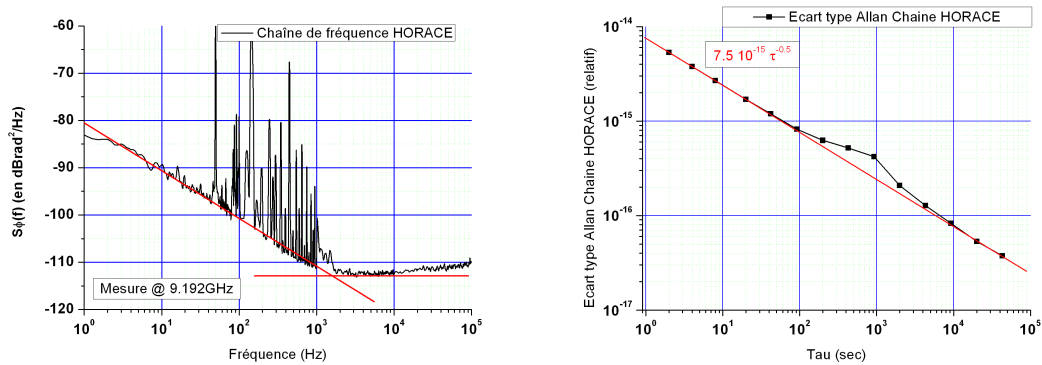


FIG. 3.13 – Mesure de bruit de phase de la chaîne de fréquence HORACE. A gauche: Densité spectrale de puissance de bruit de phase. L'excès de bruit aux hautes fréquences est due à l'asservissement du DRO de bande passante 180 kHz. A droite : écart-type relatif d'Allan du battement réalisé à 100 kHz. La bosse à 1000 sec est d'origine thermique. La décroissance en  $\tau^{-1/2}$  plutôt qu'en  $\tau^{-1}$  provient d'une utilisation non optimale du compteur de fréquence.

	$S_{\varphi_{-1}}$	$S_{\varphi_0}$
Unité	dBrad <sup>2</sup> /Hz @ 9.2 GHz	dBrad <sup>2</sup> /Hz @ 9.2 GHz
<b>Oscillateurs</b>		
OCRS	-103	//
VCXO	//	-124
<b>Conversions de fréquence</b>		
11.932 GHz → 11.98 GHz	-102	-122
11.98 GHz → 100 MHz	-86	-124
100 MHz → 9.192 GHz	-81	-112
<b>TOTAL</b>	<b>-80</b>	<b>-112</b>

TAB. 3.1 – Bruit de phase du signal d’interrogation à 9.2 GHz. La contribution des diverses sources a été systématiquement ramenée à 9.2 GHz. Le bruit du signal est limité par la chaîne micro-onde.

### Bruit de phase absolu du signal à 9.192 GHz

Comme mentionné précédemment, le bruit de phase absolu du signal micro-onde à 9.192 GHz est la somme de plusieurs contributions provenant des oscillateurs (OCRS, VCXO, Maser) et des divers dispositifs de conversion de fréquence. Elles sont résumées dans le tableau 3.1. On y donne les contributions en bruit flicker de phase ( $f^{-1}$ ) et en bruit blanc de phase ( $f^0$ ) ramené à 9.2 GHz.

On a donc  $S_{\varphi}(f)_{@9.2 \text{ GHz}} = S_{\varphi_{-1}} f^{-1} + S_{\varphi_0}$  exprimé en dBrad<sup>2</sup>/Hz

On accède à la densité spectrale de puissance de bruit de fréquence  $S_y(f)$ , indépendante de la fréquence de mesure  $\nu_{mes}$ , par la relation:

$$S_y(f) = \frac{f^2}{\nu_{mes}^2} S_{\varphi}(f)_{@ \nu_{mes}} \quad (3.1)$$

Ainsi, le bruit de fréquence du signal d’interrogation de l’horloge HORACE à la fréquence de résonance atomique  $\nu_{at} \approx 9.2 \text{ GHz}$  s’écrit <sup>6</sup> :

$$\begin{aligned}
 S_y(f) &= \frac{f^2}{\nu_{at}^2} \cdot S_{\varphi}(f)_{@ \nu_{at}} \\
 &= \frac{f^2}{\nu_{at}^2} \cdot (10^{-8} f^{-1} + 10^{-11.2} f^0) \\
 &= 1.2 \cdot 10^{-28} f^1 + 7.5 \cdot 10^{-32} f^2
 \end{aligned} \quad (3.2)$$

### 3.2.3 La ligne micro-onde

On désigne par ligne micro-onde tous les composants, actifs ou passifs, placés entre la sortie de la chaîne de fréquence et la cavité micro-onde. Son schéma est représenté sur la figure 3.14. Cette ligne permet d’ajuster la puissance micro-onde couplée à la cavité par le biais de divers atténuateurs et d’un déphaseur (nécessaire pour une alimentation symétrique). Elle assure aussi la fonction d’interrupteur micro-onde.

6. Il existe en pratique des contributions de bruit flicker de fréquence ou blanc de fréquence mais elles sont rejetées par la mesure différentielle présentée.

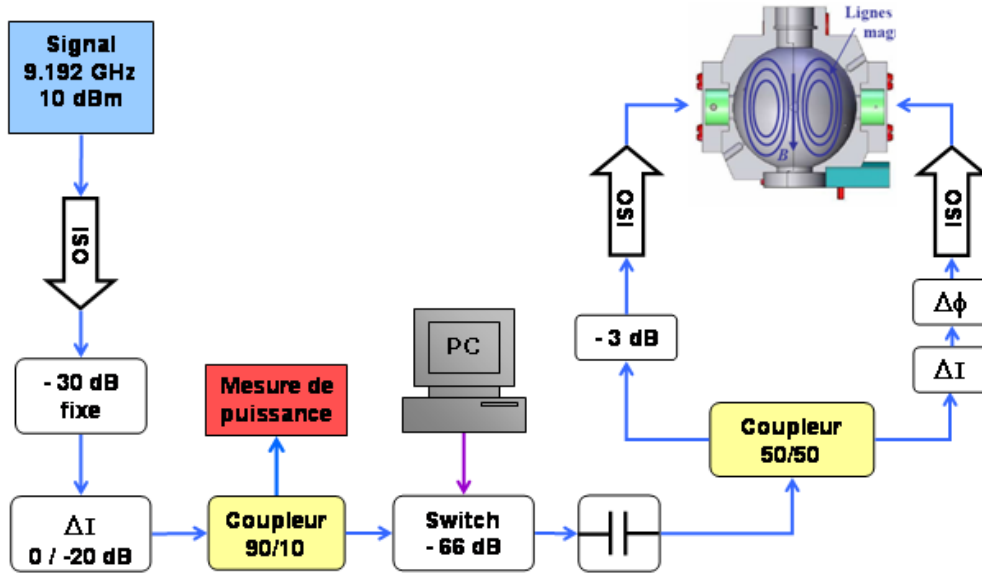


FIG. 3.14 – Ligne Micro-onde utilisée sur HORACE.

### Le switch micro-onde

Nous utilisons un interrupteur micro-onde coupant directement le signal résonant à 9.192 GHz. Le modèle utilisé est de marque GENERAL MICROWAVE modèle G9120. Son atténuation est spécifiée à 60 dB en puissance et a été mesurée à 66 dB. Ce composant est actif et devient passant quand il est traversé par un courant de polarisation de 100 mA. Ce composant est très pratique car compact et robuste. Cependant il présente plusieurs défauts. Tout d'abord, l'atténuation de 66 dB n'est pas forcément suffisante lorsque l'on souhaite pratiquer une interrogation de Ramsey où il est nécessaire de laisser évoluer librement les atomes sans aucun couplage micro-onde. Ensuite, du fait du large courant traversant l'interrupteur, il se produit un déphasage de l'onde micro-onde d'origine thermique de la forme  $\Delta\phi(t) = \Delta\phi_{max}(1 - e^{-t/\tau})$  où  $\tau \approx 100$  ms lors de l'ouverture et de la fermeture du switch. Ces deux effets entraînent des déplacements de fréquences qui ont été décrits brièvement au chapitre 1 (cf. page 24).

Je n'ai malheureusement pas pu mesurer directement l'amplitude de ce déphasage transitoire faute de temps et de disponibilité de l'analyseur de switch du laboratoire. Cependant ces effets ont été investigués sur des interrupteurs RF dans le cadre des fontaines atomiques dans la référence [16]. Elle présente aussi une architecture de switch interférométrique à très faible transitoires de phase ( $\Delta\phi \leq 1\mu\text{rad}$ ) qui pourra être avantageusement mise en place sur HORACE à l'avenir.

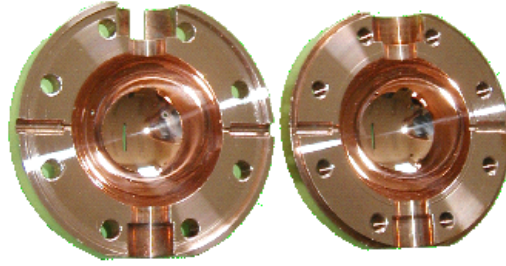


FIG. 3.15 – Photo de la cavité micro-onde. Le diamètre intérieur est de l'ordre de 40 mm. Le poli optique est de l'ordre de  $\lambda/10$

### 3.2.4 Cavité micro-onde

#### Conception de la cavité sphérique

La géométrie de la cavité micro-onde résulte des conclusions apportées par le prototype précédent, à savoir que le meilleur compromis refroidissement d'atomes / interrogation micro-onde est la géométrie sphérique (voir Fig.3.16). Le choix s'est porté sur une cavité métallique dont les parois internes ont été polies optiquement afin d'avoir un très bon coefficient de réflexion. Le coefficient de réflexion mesuré pour les parois internes est de 96% (voir Fig. 3.15).

Le plan de coupe de la cavité donnant les deux hémisphères est un plan vertical afin de pouvoir installer la cavité autour du ballon une fois l'enceinte à vide montée, et surtout afin de pouvoir retirer la cavité sans avoir à démonter l'enceinte à vide. Cette géométrie n'est pas très favorable au niveau des lignes de courant (voir Fig.3.17). En effet, ces lignes de courant sont des cercles horizontaux et sont donc toutes coupées au niveau du plan de jonction entre les deux hémisphères. Un très bon contact électrique doit donc être assuré à cette jonction ce qui est réalisé par 8 vis M6 en titane. Le couplage de la cavité est réalisé par une antenne horizontale de 3 mm de longueur en câble coaxial amagnétique. Cette antenne excite une boîte de couplage qui communique avec la cavité par une fente rectangulaire verticale. Les dimensions de l'antenne et de la fente de couplage ont été déterminées pour optimiser la transmission du signal.

Cette cavité sphérique est percée d'un certain nombre d'ouvertures, nécessaires au fonctionnement de l'horloge. La surface de ces ouvertures doit être minimisée afin d'assurer un bon stockage de la lumière dans la cavité, et pour minimiser les gradients de phase. Au final la surface des ouvertures rapportée à celle de la sphère vaut 5%.

Ces ouvertures sont :

- 2 ouvertures circulaires  $\phi = 12$  mm en haut et en bas pour laisser passer le faisceau de détection vertical, les atomes et les tubes de raccordement du ballon de quartz soit une surface équivalente de  $S = 226$  mm<sup>2</sup>
- 6 ouvertures circulaires  $\phi = 1$  mm suivant un trièdre rectangle pour laisser passer les faisceaux issus des fibres optiques soit  $S = 4,7$  mm<sup>2</sup>
- 2 ouvertures circulaires  $\phi = 3$  mm dans un plan horizontal pour laisser passer le faisceau de diagnostic horizontal permettant de caractériser le refroidissement soit  $S = 14$  mm<sup>2</sup>.
- 2 ouvertures rectangulaires  $1 \times 8$  mm à gauche et à droite pour le couplage micro-onde par antenne soit  $S = 16$  mm<sup>2</sup>.

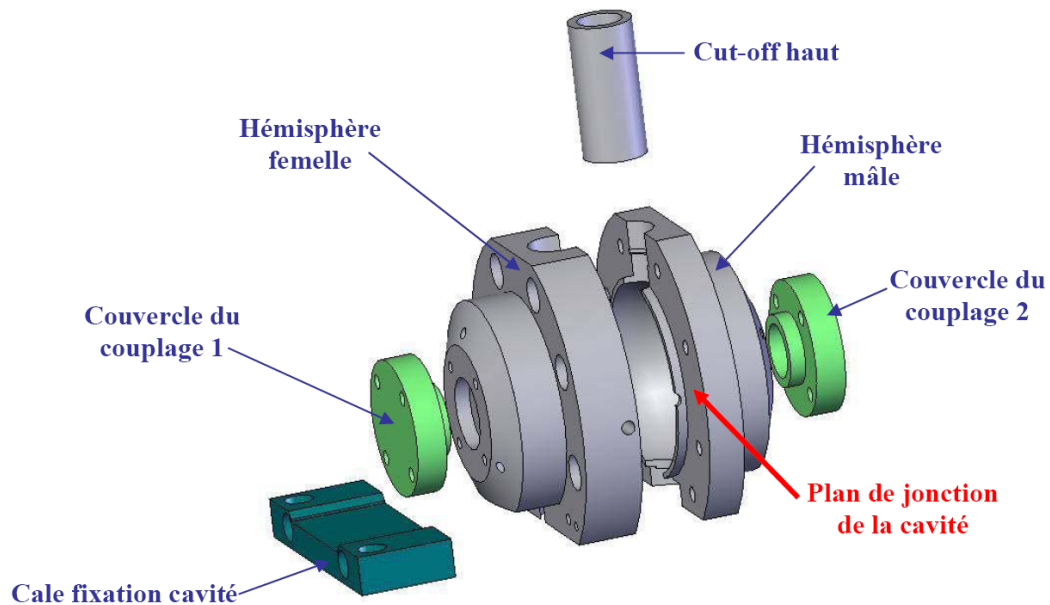


FIG. 3.16 – Dessin de la cavité micro-onde sphérique. Elle est constituée de deux hémisphères (mâle et femelle) permettant de la positionner autour du ballon de quartz. Un guide à la coupure (cut-off) en haut permet d'éviter les fuites micro-ondes par le trou de passage du faisceau de détection vertical. En bas le cut-off est assuré par l'enceinte à vide en titane. On voit également les couvercles des boîtes de couplages dans lesquelles se trouvent les antennes amenant le signal micro-onde. Une cale de fixation spécifique permet de repositionner très précisément la cavité par rapport au ballon de quartz.

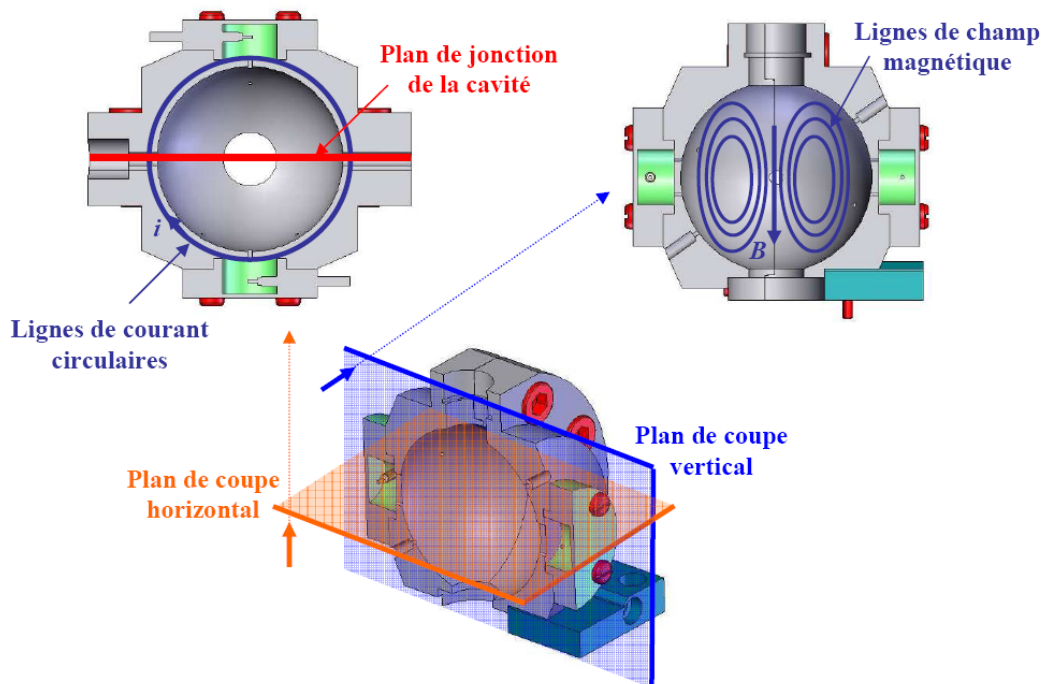


FIG. 3.17 – Dessins de la cavité micro-onde sphérique. On voit à gauche les lignes de courant qui traversent le plan de jonction de la cavité. A droite, les lignes de champ magnétique.



### Description du mode résonant

Nous donnons ici quelques relations décrivant les modes de résonance transverses électriques TE d'une cavité électromagnétique sphérique de rayon  $R_{cav}$  faite d'un matériau conducteur de perméabilité magnétique  $\mu$  et de constante diélectrique  $\varepsilon$ . On se reportera aux références [60, 70] pour une démonstration de ces résultats.

La résolution des équations de Maxwell en géométrie sphérique (coordonnées  $(r, \theta, \phi)$ )<sup>7</sup> donne lieu pour un mode TE au système d'équations suivant vérifié par  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$ .

$$\begin{cases} H_r &= \frac{n(n+1)}{r^2} \sqrt{kr} J_{n+1/2}(kr) P_n^m(\cos(\theta)) \begin{pmatrix} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{pmatrix} \\ H_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\sqrt{kr} J_{n+1/2}(kr)] \frac{\partial}{\partial \theta} P_n^m(\cos(\theta)) \begin{pmatrix} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{pmatrix} \\ H_\phi &= \frac{m}{r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial r} [\sqrt{kr} J_{n+1/2}(kr)] P_n^m(\cos(\theta)) \begin{pmatrix} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{pmatrix} \\ E_r &= 0 \\ E_\theta &= -i \frac{mk}{r \sin(\theta)} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \sqrt{kr} J_{n+1/2}(kr) P_n^m(\cos(\theta)) \begin{pmatrix} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{pmatrix} \\ E_\phi &= i \frac{k}{r} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \sqrt{kr} J_{n+1/2}(kr) \frac{\partial}{\partial \theta} P_n^m(\cos(\theta)) \begin{pmatrix} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{pmatrix} \end{cases}$$

Où  $n$  et  $m$  sont des entiers ( $n = 1, 2, 3, \dots$  et  $m = 0, 1, 2, \dots, n$ ),  $k$  est le module du vecteur d'onde de la radiation considérée,  $J_n$  désigne les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre  $n$ ,  $P_n^m$  désigne les fonctions de Legendre associées de première espèce<sup>8</sup>. Plusieurs modes de même structure mais orthogonaux entre eux peuvent être résonant à la même fréquence, ce qui explique l'existence des  $\begin{pmatrix} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{pmatrix}$ . L'indice  $m$  donne la dégénérescence du mode.

Les conditions aux limites sont déterminées par l'annulation de la composante tangentielle du champ électrique à la surface du conducteur. Cette condition doit être vérifiée en  $r = R_{cav}$  et s'écrit  $E_\theta(R_{cav}, \theta, \phi) = E_\phi(R_{cav}, \theta, \phi) = 0$ .

On doit alors avoir:

$$J_{n+1/2}(kR_{cav}) = 0 \quad (3.3)$$

L'équation 3.3 admet comme solutions pour  $kR_{cav}$  une série de valeurs notées  $\alpha_{np}$  où  $p=1,2,3,\dots$  désigne la  $p$ -ième racine de la fonction de Bessel  $J_{n+1/2}$  d'ordre  $n+1/2$ .

Les fréquence de résonance  $\nu_{cav_{np}}$  des modes TE de la cavité de rayon donné  $R_{cav}$  s'écrivent donc :

$$\boxed{\nu_{cav_{np}} = \frac{\alpha_{np} c}{2\pi R_{cav}}} \quad (3.4)$$

En choisissant  $n = 1$  et  $p = 1$  ( $\alpha_{11} \sim 4.4934$ ), la cavité est résonante à la fréquence de 9.192 GHz pour un rayon de  $R_{cav} = 23.3$  mm. Les modes de résonance de la cavité sont usuellement notés  $TE_{mnp}$ . Pour une géométrie parfaitement sphérique, on excite donc ici trois

7. Les conventions de coordonnées sphériques sont les suivantes : Pour un point  $M(x, y, z)$  de l'espace, on a :  $x = r \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \phi$ ,  $z = r \cos \theta$

8. Ces polynômes sont définis à partir des polynômes de Legendre de première espèce  $P_n$  par :

$$P_n^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) = \frac{(-1)^m}{2^n n!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{m+n}}{dx^{m+n}} (x^2-1)^n$$

modes :  $TE_{011}$ ,  $TE_{111}$  avec  $\cos(\phi)$  et  $TE_{111}$  avec  $\sin(\phi)$  d'après les équations 3.2.4, présentant tous la même structure mais orthogonaux entre eux. Aussi, seul le mode  $TE_{011}$ , présentant une symétrie de révolution d'axe vertical et un maximum de champ magnétique au centre de la cavité nous intéresse. La dégénérescence des autres modes est levée grâce aux cut-off de la cavité (voir Fig.3.16) qui rompent la symétrie sphérique et aux fentes de couplages qui assurent la polarisation de l'onde. Ainsi les modes  $TE_{111}$  se trouvent d'après les simulations aux alentours de 10 GHz.

Les équations du système se simplifient donc pour le mode  $TE_{011}$  en :

$$\begin{cases} H_r &= \frac{2}{r^2} \sqrt{kr} J_{3/2}(kr) \cos(\theta) \\ H_\theta &= \frac{-1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [\sqrt{kr} J_{3/2}(kr)] \sin(\theta) \\ H_\phi &= 0 \\ E_r &= 0 \\ E_\theta &= 0 \\ E_\phi &= -i \frac{k}{r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sqrt{kr} J_{3/2}(kr) \sin(\theta) \end{cases}$$

Le mode présente une symétrie de révolution autour de l'axe vertical (invariance selon  $\phi$ ) et est de forme torique. L'amplitude du champ est maximale au centre de la cavité. On représente sur la figure 3.18 les lignes de champ du mode  $TE_{011}$  dans un plan vertical.

Le champ magnétique suivant l'axe vertical est donné, pour le mode  $TE_{011}$ , par la relation :

$$H_r(r, 0) = \frac{2\sqrt{kr}}{r^2} J_{3/2}(kr) \quad (3.5)$$

On a représenté sur la figure 3.19 les profils d'amplitude du champ suivant les axes verticaux et horizontaux. Lors d'une interrogation de Ramsey la chute des atomes rend les deux interactions asymétriques. Pour une chute de 40 ms, soit 8 mm, l'amplitude du champ est à 75% de sa valeur au centre. On doit donc réaliser un second pulse plus long afin de symétriser l'interaction<sup>9</sup>.

---

9. On pourrait aussi changer l'amplitude mais les atténuateurs commandables peuvent introduire des déphasages transitoires identiques à ceux rencontrés avec le switch

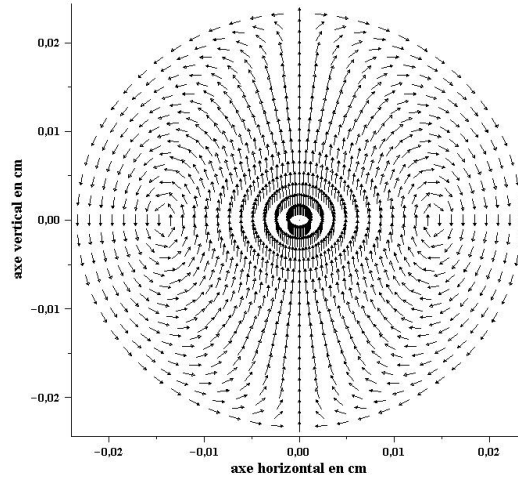


FIG. 3.18 – Lignes de champ du mode micro-onde. La taille des flèches n'est pas représentative de l'amplitude du champ

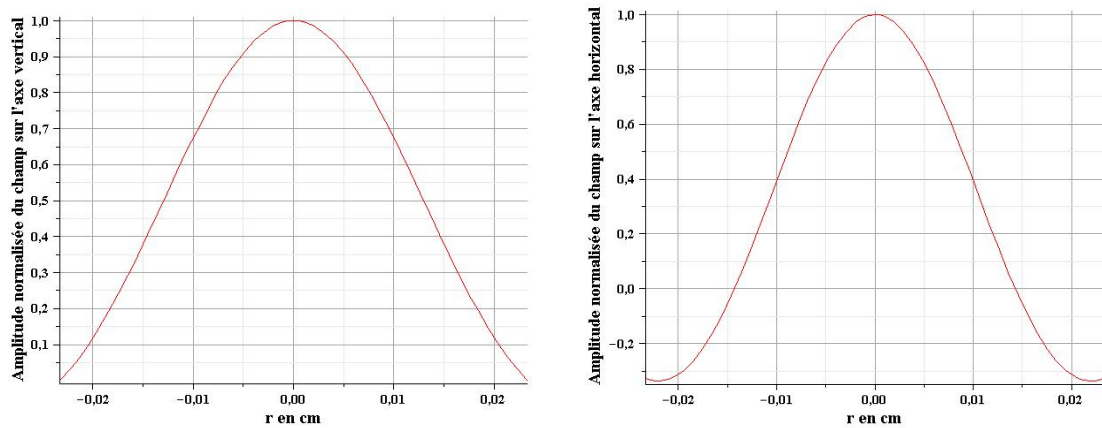


FIG. 3.19 – Amplitude normalisée de la composante verticale du champ magnétique. **A gauche** : le long de l'axe vertical pour  $r$  variant de  $-23,3$  mm à  $+23,3$  mm, soit d'un bord à l'autre de la cavité. On retrouve un champ maximum au centre et qui décroît doucement vers les bords. **A droite** : Dans le plan horizontal. Le changement de signe vers  $\pm 14$  mm traduit le déphasage de  $\pi$  au noeud du champ.

### Simulations des gradients de phase

Bien que le cuivre soit un très bon conducteur, il existe toujours des pertes résiduelles pour le champ micro-onde dues aux couplages et aux diverses ouvertures. Ces pertes sont à l'origine du facteur de surtension fini observé. L'onde créée au sein de la cavité n'est donc pas rigoureusement stationnaire et il existe des résidus d'ondes progressives qui perturbent le profil de phase. Ces ondes progressives donnent lieu à un déplacement de fréquence par effet Doppler résiduel du premier ordre nommé "gradients de phase" qui a été décrit au chapitre 1 [1.3.2](#). La géométrie réelle de la phase intra-cavité est un élément très délicat à déterminer expérimentalement et il existe encore peu de modèles analytiques. On trouvera dans les références [\[40\]](#) et [\[71\]](#) une étude complète sur ce sujet comparant modèle et expérience.

Afin d'avoir une estimation des gradients de phase pour notre géométrie de cavité, nous avons fait réaliser des simulations par éléments finis à l'IRCOM (Institut de Recherche sur les Communications Optique et Micro-onde), désormais intégré à l'institut XLIM, par Michel Aubourg en 2005. Les résultats sont présentés ci-dessous. Les gradients de phase du champ magnétique dans une zone proche de l'axe de chute ont été calculés. Les simulations prennent en compte un couplage symétrique et une cavité sans ballon de quartz. L'axe X sur les figures correspond à l'axe joignant les deux fentes de couplages.

La variation de phase le long de l'axe de chute reste inférieure à  $100 \mu\text{rad}$  pour des temps de chute inférieurs à  $T = 45 \text{ ms}$  ([Fig.3.20](#)). De telles variations conduisent quand même à un décalage de fréquence de l'ordre de  $\frac{\Delta\nu}{\nu_{at}} = \frac{\Delta\phi}{2\pi T} = 5 \cdot 10^{-14}$ . Par ailleurs, dans un plan donné et pour des surface proche de celle du faisceau de détection (diamètre 8 mm) les variations de phases maximales (crête-crête) autour de l'axe sont de l'ordre de  $300 \mu\text{rad}$  ([Fig.3.21](#)). Cependant la forme en selle de cheval du profil de phase tend à moyenner ces variations .

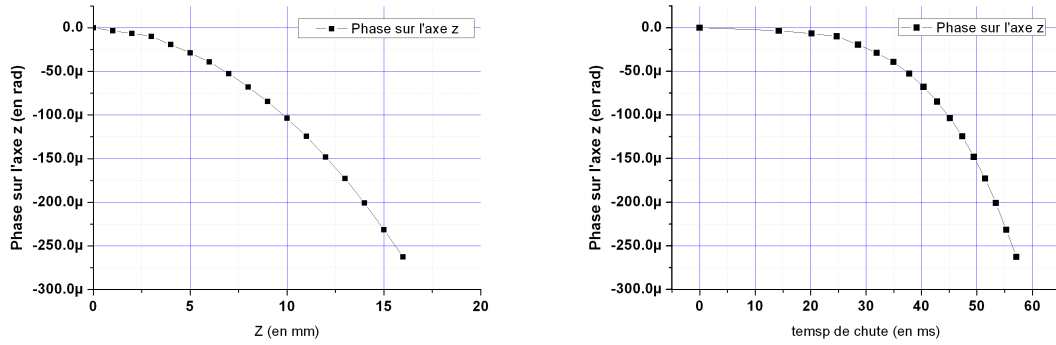


FIG. 3.20 – Profil de phase sur l’axe vertical de la cavité sphérique. A gauche : Profil en fonction de la distance au centre de la cavité. A droite: Même profil mais reporté sur une échelle temporelle correspondant à la chute des atomes. Pour des temps de chute inférieur à 45 ms le long de l’axe, la phase ne varie pas de plus de 100  $\mu$ rad dans la cavité.

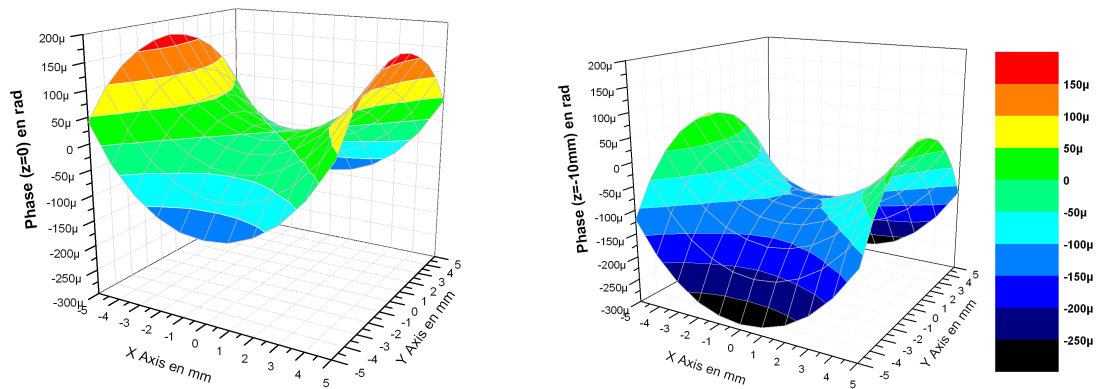


FIG. 3.21 – Cartes de phase dans le plan horizontal. A gauche : Pour  $z=0$  mm. A droite: Pour  $z=10$  mm soit un temps de chute de 45 ms. Le zéro de phase est pris au centre de la cavité. On trouve un profil de phase type ”selle de cheval”. La variation maximale de phase sur une surface de  $5 \times 5 \text{ mm}^2$  est de l’ordre de 300  $\mu$ rad.

### Utilisation d'un ballon de quartz

Le ballon de quartz contribue de manière importante à la valeur de la fréquence de résonance de l'ensemble. En effet, la même cavité vide ou chargée avec le ballon présente une fréquence de résonance différente de  $\approx 500$  MHz. La position de la cavité par rapport au ballon de quartz est donc extrêmement critique et doit être contrôlée de façon reproductible. Un support spécifique, solidaire de l'enceinte à vide (et donc du ballon de quartz) permet grâce à des pions, de repositionner la cavité micro-onde avec une tolérance de l'ordre de  $10\ \mu\text{m}$ . Le rayon de la cavité donnant le mode  $TE_{011}$  à 9.192 GHz ne peut plus être calculé de façon simple et comme on le verra au paragraphe suivant, la solution a été de réaliser la cavité de façon itérative pour extrapoler la bonne valeur du rayon de cavité avec le ballon de quartz.

Une autre conséquence de l'utilisation des ballons de quartz et surtout de l'impossibilité d'obtenir des ballons de dimensions parfaitement reproductibles est qu'il devient nécessaire de réaliser une cavité micro-onde spécifique à chaque ballon.

### Réalisation de la cavité et procédure d'accord en fréquence

**Usinage** La cavité micro-onde a été réalisée sur fraiseuse à commande numérique. La mise aux cotes du rayon intérieur de la sphère est faite en notre présence par étapes successives. La fréquence de résonance de la cavité avec le ballon de quartz est mesurée 5 fois au fur et à mesure que le rayon de la sphère augmente. Par extrapolation on en déduit la valeur du rayon qui réalise l'accord de la fréquence de résonance au MHz près. La valeur de ce rayon final prend en compte les quelques  $\mu\text{m}$  qui seront encore perdus au moment du polissage de l'intérieur de la cavité.

**Polissage** Le polissage réalisé est nécessaire afin d'obtenir un bon coefficient de réflexion optique à 852 nm. Cependant, il a une incidence sur la fréquence de résonance de la cavité. Il augmente le rayon intérieur de la sphère de quelques  $\mu\text{m}$ . Ce polissage est réalisé manuellement à l'aide d'une poix abrasive. La rugosité typique obtenue par ce genre de techniques est de  $80\ \text{nm}$ . Néanmoins la sphéricité n'est assurée que par l'expertise du polisseur. Là encore, on mesure régulièrement la fréquence de résonance de la cavité afin d'arrêter le polissage à quelques centaines de kHz au dessus de la fréquence du césium.

**Fréquence de résonance et accord de la cavité** La fréquence du signal micro-onde envoyé dans la cavité est balayée à l'aide d'un générateur hyperfréquence. On détermine ainsi la valeur de la fréquence de résonance ainsi que le facteur de surtension. Le facteur de surtension  $Q_{cav}$  a été mesuré à 15000 pour la cavité vide, et chute vers 5000-10000 selon le ballon de quartz. L'orientation du ballon et sa hauteur dans la cavité permettent d'ajuster "à la main" la fréquence à 300 kHz près environ. La température de la cavité permet alors de gagner ces dernières centaines de kHz et d'ajuster la fréquence de résonance de la cavité à la fréquence d'horloge.

**Système d'accord avec la température** L'accord final sur la fréquence du césium est réalisé en chauffant la cavité afin d'augmenter son rayon légèrement. Comme il est techniquement plus aisé de chauffer que de refroidir pour asservir la cavité en température et donc en fréquence, on s'assure que la cavité polie est résonante, à température ambiante, pour une fréquence légèrement supérieure à celle du césium. La mesure de la fréquence de résonance avec la température donne une sensibilité de  $-164\ \text{kHz/K}$ .

La solution retenue initialement sur HORACE est de chauffer la cavité indirectement. Un câble coaxial résistif<sup>10</sup> est enroulé sur une petite bobine qui est elle même vissée sur le cut-off supérieur de la cavité (voir Fig.3.6). Cette bobine est donc en dehors du petit blindage magnétique. Une bonne conduction thermique entre ces différents éléments doit assurer le chauffage de la cavité. Toutefois, cette solution s'est avérée impossible à utiliser car la bobine, beaucoup plus chaude que la cavité, génère d'importantes fluctuations d'indice dans l'air sur le trajet du faisceau de détection, se traduisant par des variations de l'intensité détectée jusqu'à 10% à cause d'effets Fabry-Pérot parasites.

J'ai donc provisoirement opté pour un chauffage direct de la cavité en enroulant le fil chauffant sur un des hémisphères. Bien que la régulation en température soit plus performante je me suis heurté aux perturbations magnétiques transitoires engendrées par le système d'asservissement. Ces fluctuations sont de l'ordre de  $40 \mu\text{G}$  soit  $2 \cdot 10^{-14}$ . Ce niveau étant bien trop élevé pour cette solution de chauffage soit retenue.

J'ai donc finalement fait le choix de laisser la température de la cavité libre puisque ce paramètre n'est pas critique dans le cadre de l'étude de la stabilité court-terme, principal sujet d'étude de ma thèse. Il est toutefois clair que le contrôle de ce paramètre est crucial dans l'étude d'effets systématiques comme le cavity pulling.

Un système satisfaisant pourrait consister à synchroniser la régulation de température avec la séquence temporelle de l'horloge afin que le courant ne circule que pendant la phase de refroidissement laser. Il faudrait veiller cependant à ce qu'un tel système n'induisse pas de perturbations de phase synchrone.

**Problème mécanique de l'accord de la cavité** Nous avons eu quelques problèmes vis à vis de l'accord en fréquence de la cavité pour des raisons mécaniques. Il se trouve que la plaque-support sur laquelle repose la cavité et servant à solidariser la cavité au reste de l'enceinte à vide a présenté une légère instabilité due aux montages et remontages successifs. Lors de la mise en place des différents éléments autour de la cavité (cf Fig.3.7) il est nécessaire d'exercer une pression sur cette plaque afin de bien plaquer le solénoïde et le petit blindage. Cette pression produit un léger tilt sur la plaque et change donc légèrement l'orientation de la cavité par rapport au ballon de quartz entraînant un décalage très important de la fréquence de résonance ( $\sim 1 \text{ MHz}$ ). Dépendant de la pression exercée et de la relaxation mécanique des matériaux, il est très délicat d'affirmer que la cavité reste accordée sur des durées longues. Il n'a malheureusement pas été possible de remédier à ce problème durant ma thèse puisqu'il aurait fallu revoir la conception même de l'enceinte à vide. Aussi pour la totalité des mesures présentées dans ce manuscrit la fréquence de résonance de la cavité micro-onde n'est pas connue avec précision. Ce point est bien sûr problématique dans la mesure où cela entraîne des fluctuations de certains effets systématiques tels que le cavity pulling et des variations de la puissance micro-onde injectée.

La figure 3.22 présente les variations en fonction du temps du désaccord fréquentiel de la cavité par rapport à la résonance atomique (sans régulation). Cette mesure a été réalisée alors que la cavité micro-onde n'avait pas été manipulée depuis plusieurs mois, on peut donc

---

10. La régulation de température (chauffage) est réalisée en faisant traverser un courant électrique dans ce câble résistif. Afin de minimiser le champ magnétique créé on utilise un câble coaxial sur lequel on relie l'âme à la masse. Ainsi, le courant parcourt le fil dans les deux sens et permet en théorie de générer un champ magnétique nul. En pratique ce n'est bien sûr pas totalement le cas et de grandes précautions doivent être prise afin d'éloigner le plus possible des atomes l'extrémité du câble où se fait le raccord âme-masse.

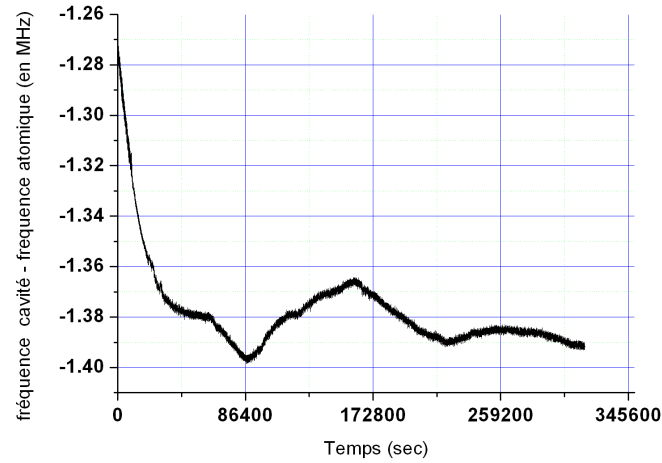


FIG. 3.22 – Fréquence de résonance de la cavité micro-onde suivie pendant 4 jours. Le comportement rapide au début de la série correspond à la thermalisation de l'expérience une fois celle-ci isolée par une boîte en plexi-glass recouvrant toute l'enceinte et le banc optique. La pleine largeur à mi-hauteur de la cavité vaut 1 MHz. La mesure de la température de la cavité durant la même période donne une sensibilité thermique de -166 KHz/K. Le décalage important entre la fréquence de résonance atomique et celle de la cavité conduit à un couplage de la puissance micro-onde de 10-15% par rapport au couplage d'une cavité à résonance.

considérer que les contraintes mécaniques décrites plus haut s'étaient relaxées. On observe donc le seul comportement thermique. La cavité est décalée initialement de -1.28 MHz (le signe du désaccord ne permet pas de le compenser par chauffage). L'isolation thermique réalisée par une boîte en plexi-glass recouvrant l'ensemble de l'expérience et du banc optique entraîne un léger chauffage de la cavité responsable de la rapide variation pendant les 40000 premières secondes. Une fois thermalisée, la cavité est décalée de -1.39 MHz environ. Ce décalage considérable conduit à une transmission de la puissance micro-onde de l'ordre de 10% par rapport à une cavité résonante.



### 3.3 Génération des fréquences optiques

#### 3.3.1 Les besoins

L’horloge HORACE étant développée pour des applications embarquées requérant une grande autonomie, il est clair que le banc optique nécessaire au refroidissement laser et à la détection optique est un frein au développement industriel. Le projet HORACE permet grâce au refroidissement en lumière isotrope de grandement simplifier ce point. Aussi, il est crucial d’étudier le compromis entre performance globale de l’horloge et simplicité du banc optique. Cette étude requiert donc une très grande versatilité du banc optique pour caractériser les performances métrologiques de l’horloge dans différents régimes. Le chapitre 4 de ce manuscrit consacré à l’optimisation de la stabilité court-terme de l’horloge précisera quelles contraintes peuvent être relâchées ou non.

Le tableau 3.2 résume les différentes spécifications et fonctionnalités prises en compte *a priori* lors de la conception du banc optique du nouveau prototype d’HORACE. Ces différentes spécifications sont indépendantes de l’architecture finale du banc et peuvent être obtenues de diverses manières. L’architecture finale a résulté d’un compromis entre fiabilité, versatilité et moyens disponibles à ce moment là.

#### Configuration optique nécessaire au refroidissement et à la préparation

Les fréquences laser nécessaires pour assurer le refroidissement en lumière isotrope ainsi que la préparation des atomes sont analogues à celles utilisées pour une mélasse optique traditionnelle (voir Fig.3.23 et tableau 3.2).

#### Configuration optique nécessaire à la détection

Un des changements majeurs du nouveau prototype HORACE est l’ajout d’un faisceau de détection vertical permettant de sonder l’absorption du nuage d’atome. Sa puissance maximale est de l’ordre de 1 mW, éventuellement contrôlée dynamiquement et éteinte en un temps n’excédant pas 100  $\mu$ s et avec une atténuation d’au moins 90 dB. Le désaccord doit pouvoir varier entre 0 et  $-\Gamma$  environ afin d’étudier le compromis entre intensité du signal d’absorption et réchauffement des atomes par la détection. Sa largeur de raie doit être plus petite que  $\Gamma/10$ .

La séquence de détection prévue initialement permet de faire une normalisation de la mesure de la probabilité de transition afin de s’affranchir des fluctuations du nombre d’atomes froids d’un cycle à l’autre. Cette séquence implique pour cela des impulsions du faisceau de détection, des faisceaux isotropes et une impulsion micro-onde. Relativement complexe, la séquence de détection sera explicitée et discutée au chapitre 4.

#### 3.3.2 Les lasers

##### Le laser maître à cavité étendue (LCE)

**Description du laser maître** La fiabilité de fonctionnement des lasers est un critère important lorsqu’on veut caractériser l’horloge sur des durées longues. En effet, les lasers doivent rester asservis plusieurs dizaines d’heures, voire plusieurs jours. Le laser maître du faisceau refroidisseur était initialement une cavité étendue de type Littmann. Cette cavité était relativement sensible aux vibrations et aux variations de température, ne permettant pas un asservissement de plus de quelques heures.

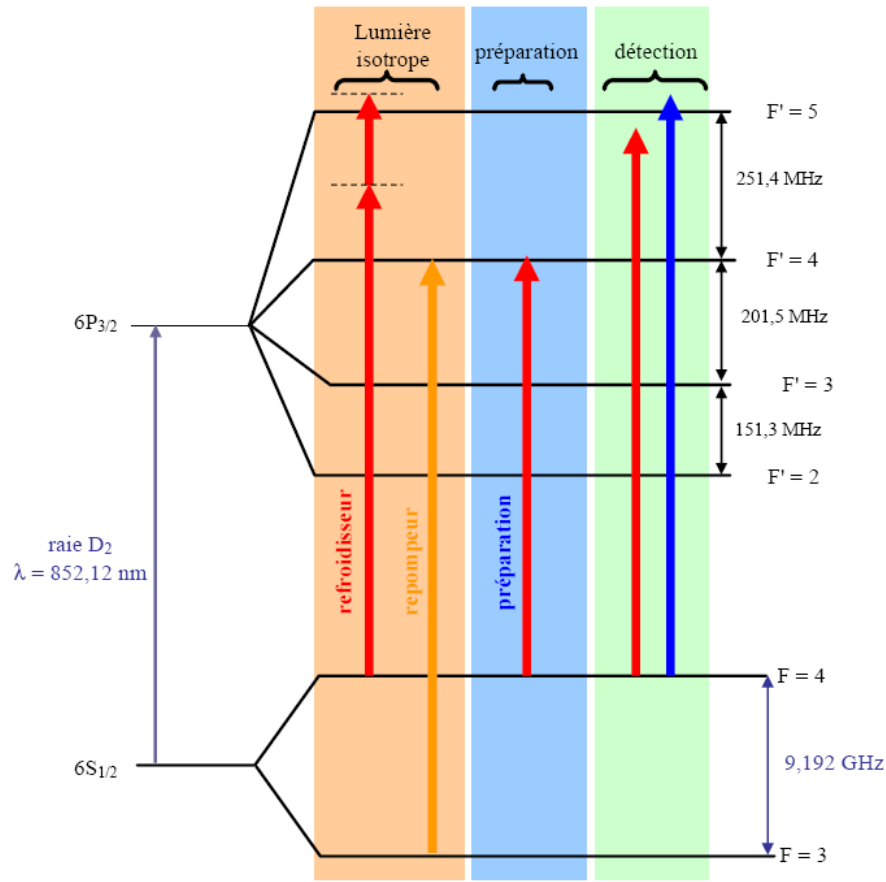


FIG. 3.23 – Diagramme d'énergie de la raie D2 du césium. Les différentes fréquences nécessaires pour le refroidissement, la préparation et la détection sont indiquées.

	Refroidisseur	Repompeur	Dépompeur	Détection vert
<b>Fréquence</b>				
Transition	$4 \rightarrow 5'$	$3 \rightarrow 4'$	$4 \rightarrow 4'$	$4 \rightarrow 5'$
Largeur de raie	$< \Gamma$	$\sim \Gamma$	$< \Gamma$	$< \Gamma/10$
Désaccord	$+2\Gamma / -10\Gamma$	0	0	0
Contrôle désaccord	Rampe - Saut	/	/	/
<b>Puissance</b>				
Puissance MAX	40 mW	5 mW	500 $\mu$ W	500 $\mu$ W
Contrôle puissance	Rampe - Saut	/	/	/
Extinction	$>90$ dB	$>90$ dB	$>90$ dB	$>90$ dB
Temps d'ouverture	$\sim 100\mu$ s	$\sim 100\mu$ s	$\sim 100\mu$ s	$\sim 100\mu$ s
<b>Autres</b>				
Mode spatial	isotrope	isotrope	isotrope	collimaté $\phi \leq 8$ mm
Polarisation	/	/	/	lin $\perp$ lin et $\sigma$

TAB. 3.2 – Description fonctionnelle du banc optique HORACE

Ce laser a donc été remplacé par une cavité étendue beaucoup plus stable avec filtre interférentiel. Cette nouvelle géométrie, développée au LNE-SYRTE [72] s’est rapidement imposée comme la configuration la plus stable de laser en cavité étendue, essentiellement lié au fait que l’œil de chat procure un auto-alignement dans les 2 directions transverses.

L’utilisation d’un filtre étalon dans la cavité permet d’optimiser indépendamment la réflexion dans la diode (qui dépend du trajet géométrique des faisceaux dans la cavité) et la sélection en fréquence (qui ne dépend alors que de l’orientation du filtre). Cependant, outre sa relative fragilité (lame de verre de  $30\ \mu\text{m}$  d’épaisseur) un étalon classique à lame d’air est sensible aux variations de pression et de température de l’air ambiant qui génèrent des fluctuations d’indice dans l’étalon et déplacent donc sa courbe de transmission.

L’intérêt des lasers développés au LNE-SYRTE réside donc dans l’utilisation d’un étalon basé sur un traitement multicouches fixés sur un substrat de silice de 1 mm. Le composant est donc relativement robuste et devient insensible aux fluctuations ambiantes.

Ces filtres interférentiels ont été largement caractérisés au SYRTE. La transmission maximale est de 90% pour une polarisation linéaire parallèle au filtre. La bande passante est de 0.3 nm soit 120 GHz environ à 852 nm. Ils sont conçus pour que cette courbe de transmission soit centrée sur la fréquence de la raie D2 pour un angle d’incidence du filtre de  $6^\circ$  afin de prévenir toute réflexion parasite sur les faces du filtre et minimiser l’influence géométrique d’un dérèglement éventuel. On trouvera dans la thèse de X. Baillard [73] et dans [72] une discussion complète et quantitative des avantages d’une telle géométrie de laser.

La largeur de raie du nouveau laser en cavité étendue a été caractérisée au laboratoire et vaut typiquement 150 kHz avec un fit gaussien (limite des bruits thermo-mécaniques en basses fréquences) et 15 kHz avec un fit lorentzien (limite due à l’émission spontanée et aux fluctuations de densité de porteurs à haute fréquence), ce qui est parfaitement compatible avec les besoins exprimés pour le refroidissement et pour la détection de atomes.

La puissance sortant de ce laser, après l’isolateur optique, **est typiquement de 30 mW pour un courant de diode de 100 mA**, ce qui est largement suffisant pour asservir le laser, extraire les faisceaux de détection et de pompage optique. Cependant cette puissance n’est pas suffisante pour alimenter directement la phase de refroidissement laser. Il est donc nécessaire de recourir à un laser esclave qui joue le rôle d’un amplificateur optique pour assurer la puissance voulue. Environ 5 mW sont prélevés du faisceau maître afin d’injecter ce laser esclave.

**Asservissement en fréquence du laser maître** Un soin particulier a été apporté au schéma d’asservissement en fréquence du laser maître puisque sa pureté spectrale intervient directement dans le bilan de bruit de l’horloge. Si la phase de refroidissement laser ne pose pas d’exigence particulière, la phase de détection est plus contraignante sur la qualité de l’asservissement et sera discutée au chapitre 5. L’asservissement du laser maître sur la raie D2 du césium repose sur une technique de type pompe-sonde d’absorption saturée. Cette technique étant relativement standard, son principe ne sera pas décrit ici. L’asservissement sur la raie atomique nécessite de moduler la fréquence du laser autour de celle-ci. Afin de ne pas moduler directement le courant de la diode, qui induirait une modulation d’intensité à la fréquence de modulation, on utilise dans le montage d’absorption saturée un modulateur acousto-optique qui réalise cette modulation de fréquence directement sur le faisceau pompe. La puissance de la pompe est ajustée afin de trouver le compromis entre un fort signal d’absorption saturée et un élargissement par saturation minimal. Le faisceau sonde reste ainsi à fréquence fixe et seule l’absorption atomique est modulée ce qui permet d’obtenir un signal d’erreur sur fond plat. Le schéma de principe de cet asservissement est décrit sur la figure 3.26.

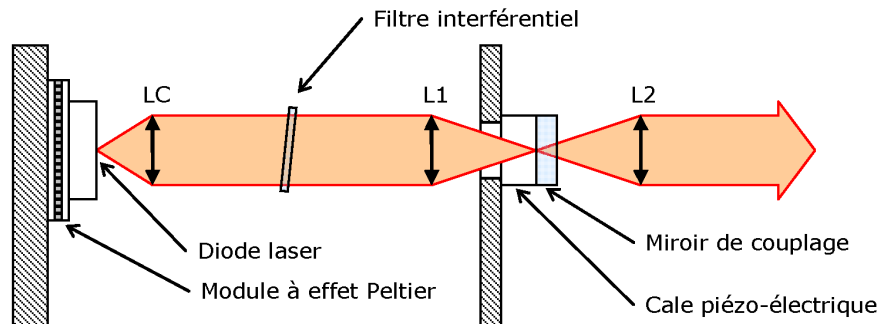


FIG. 3.24 – Schéma d'une diode laser montée en cavité étendue avec un filtre interférentiel comme élément sélectif en longueur d'onde. La configuration optique avec oeil de chat (lame  $R=20\%$ ) placée au foyer de la lentille L2 garantit une excellente robustesse aux désalignements grâce à un auto-alignement dans les deux directions transverses.

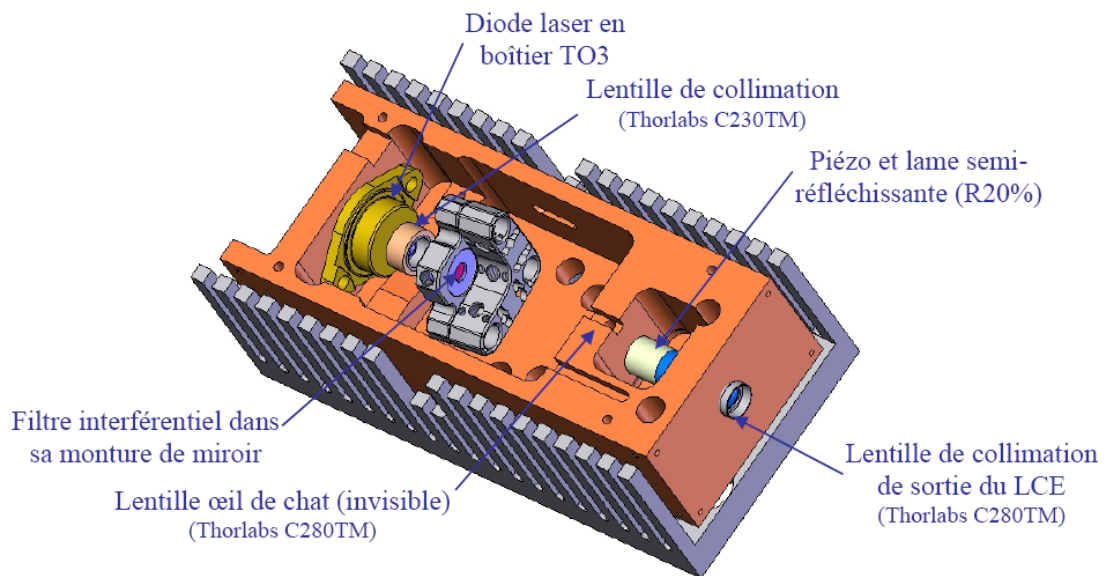


FIG. 3.25 – Dessin de la diode montée en cavité étendue. On peut voir la diode laser en boîtier TO3 (avec module Peltier intégré), la lentille de collimation, le filtre interférentiel monté dans une monture de miroir afin de faire l'accord fin en longueur d'onde, la lentille œil de chat (invisible sur le dessin), puis la cale piézo-électrique supportant le miroir et enfin la lentille de sortie qui recollimate le faisceau.

**Evaluation du bruit de fréquence du laser maître** Lorsque l'on ferme la boucle d'asservissement, on observe une nette diminution des fluctuations de fréquences du laser. Pour quantifier la qualité de cet asservissement on observe le spectre de bruit du signal d'erreur à l'aide d'un analyseur de spectre FFT. La pente du signal d'erreur autour du point d'asservissement permet de convertir le bruit électrique en bruit de fréquence. Pour le laser maître cette sensibilité est de  $-6 \cdot 10^{-8}$  V/Hz. La figure 3.27 montre la densité spectrale de puissance de bruit de fréquence  $S_{\nu_{laser}}$  exprimée en  $\text{Hz}^2/\text{Hz}$  du laser maître asservi ou libre. On réduit de près de 70 dB les fluctuations dans la bande 1 Hz-100 Hz. La bande passante de l'asservissement se traduit par un excès de bruit vers 10 kHz. Les différents paramètres intervenant dans la boucle d'asservissement (gains, filtrage, puissance laser, amplitude de modulation) sont directement optimisés sur ce signal.

### Le laser esclave

**Description du laser esclave** Le laser esclave est une diode laser simple (modele SDL 5422,  $\Delta\nu = 30$  MHz) dont le spectre d'émission libre se situe à plusieurs nm de la raie D2. On force ce spectre d'émission en injectant dans la structure semi-conductrice un faisceau provenant d'une autre source, en l'occurrence le laser maître. Le laser esclave reproduit donc le spectre du laser maître tout en émettant une grande puissance ( $\sim 80$  mW). On parle de régime de couplage "faible" à la différence d'un laser LCE qui fonctionne dans un régime de couplage "fort".

**Injection du laser esclave** L'injection est réalisée géométriquement en utilisant le port de sortie secondaire de l'isolateur optique placé devant le laser esclave. La puissance injectée dans l'isolateur est de qq 100  $\mu\text{W}$ , mais il est difficile de dire quelle puissance est effectivement couplée dans la diode laser compte tenu du profil du faisceau injecté. Usuellement une puissance correspondant à 0,1% - 1% de la puissance de sortie de la diode permet une injection maître-esclave fonctionnelle. Dans ce régime de couplage faible, l'injection maître-esclave ne peut fonctionner que pour certains couples (courant, température) de la diode esclave. Cependant, expérimentalement ces plages de fonctionnement sont assez larges (qq mA) et stables, elles n'amènent pas de difficultés expérimentales particulières. La qualité de l'injection est surveillée grâce à un module compact d'absorption saturée.

### Le laser repompeur

**Description du laser repompeur** Le laser repompeur est une diode DBR (Distributed Bragg Reflector). Elle exhibe selon les spécifications une largeur de raie de 5 MHz bien suffisante pour l'application voulue. En fonctionnement typique on se place à 80 mA soit 20 mW en sortie de diode. Un isolateur double étage est utilisé afin de prévenir les rétroréflexions auxquelles les diodes DBR sont très sensibles.

**Asservissement du laser repompeur** Le schéma d'asservissement du laser repompeur est plus simple que celui mis en place pour le laser maître. Compte tenu du peu de contraintes posées sur la pureté spectrale de ce laser, nous avons opté pour une modulation directe du courant de la diode. Le schéma d'asservissement est représenté sur la figure 3.29. La correction de fréquence est faite via un unique circuit intégrateur. Le bruit de fréquence du repompeur est évalué par analyse spectrale du signal d'erreur. La sensibilité fréquentielle de l'asservissement est de  $7.5 \cdot 10^{-8}$  V/Hz. Le spectre de bruit de fréquence est représenté sur la figure 3.30.

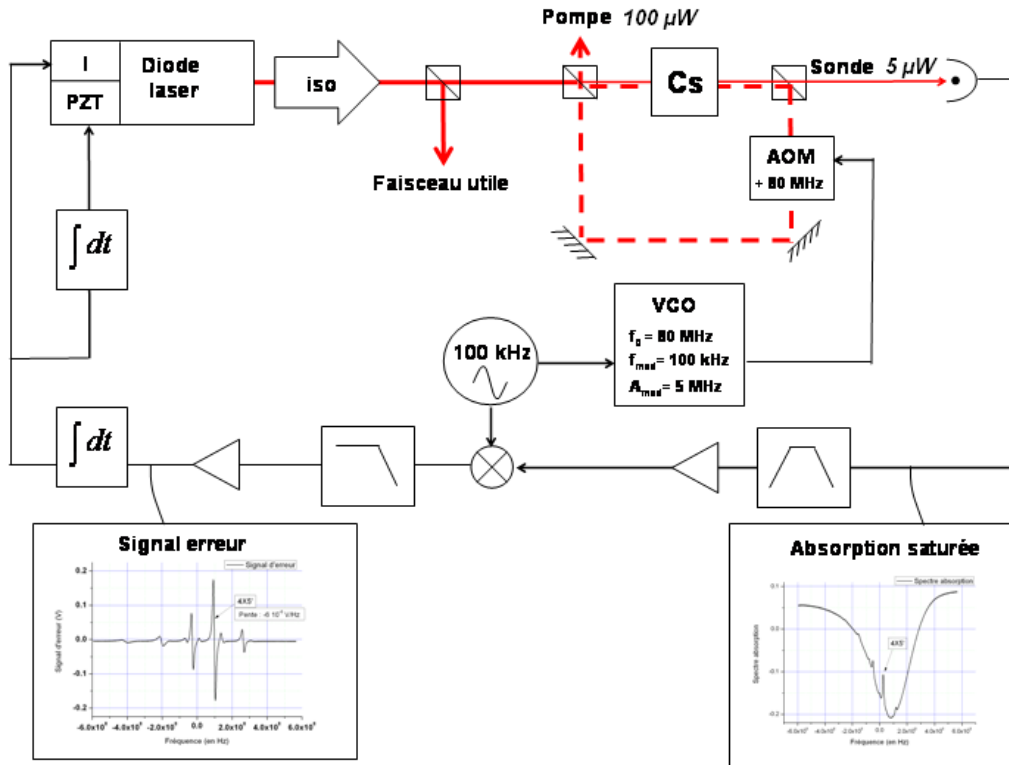


FIG. 3.26 – Schéma de l'asservissement en fréquence du Laser maître LCE.

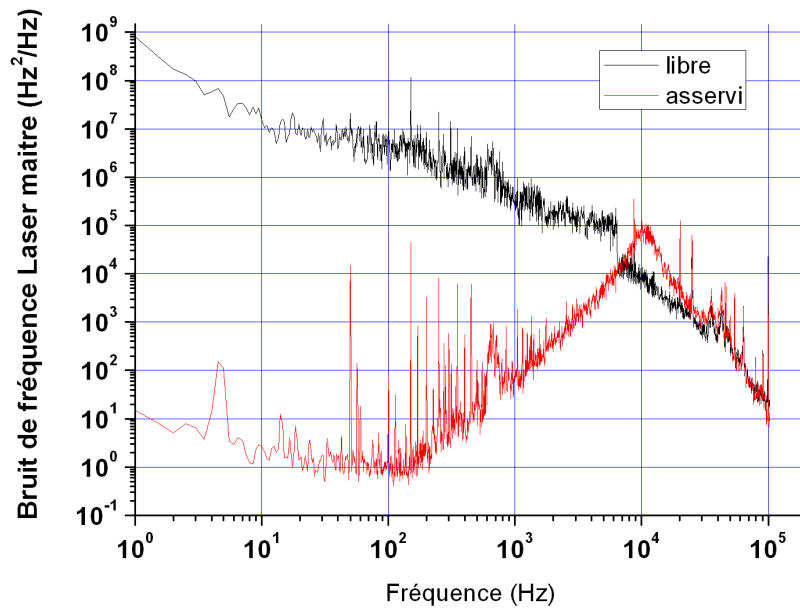


FIG. 3.27 – Bruit de fréquence du laser maître dans le cas libre et asservi. La remontée de bruit vers 10 kHz correspond à la bande passante de l'asservissement.

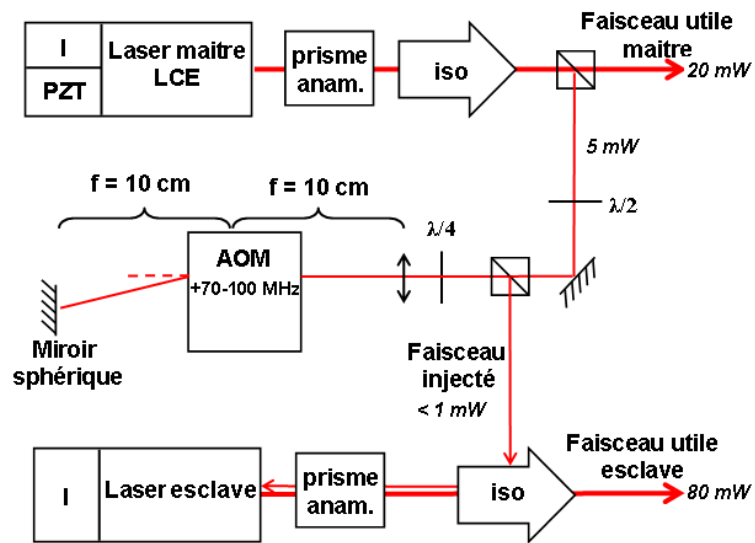


FIG. 3.28 – Schéma d'une injection maître esclave. La fréquence du faisceau injecté dans le laser esclave est déterminée par un MAO dont la fréquence varie pendant le cycle d'horloge. Afin de garantir une injection pérenne, la puissance injectée doit rester relativement constante sur la plage de fréquence utilisée (60-100 MHz). On utilise pour cela une lentille convergente placée devant le MAO. Celle ci permet d'obtenir un front d'onde convergent et donc de nombreuses composantes en vecteur d'onde. Chaque composante vérifiant la condition de diffraction dans le MAO pour une fréquence donnée, on peut diffracter une puissance constante sur une large bande de fréquence.

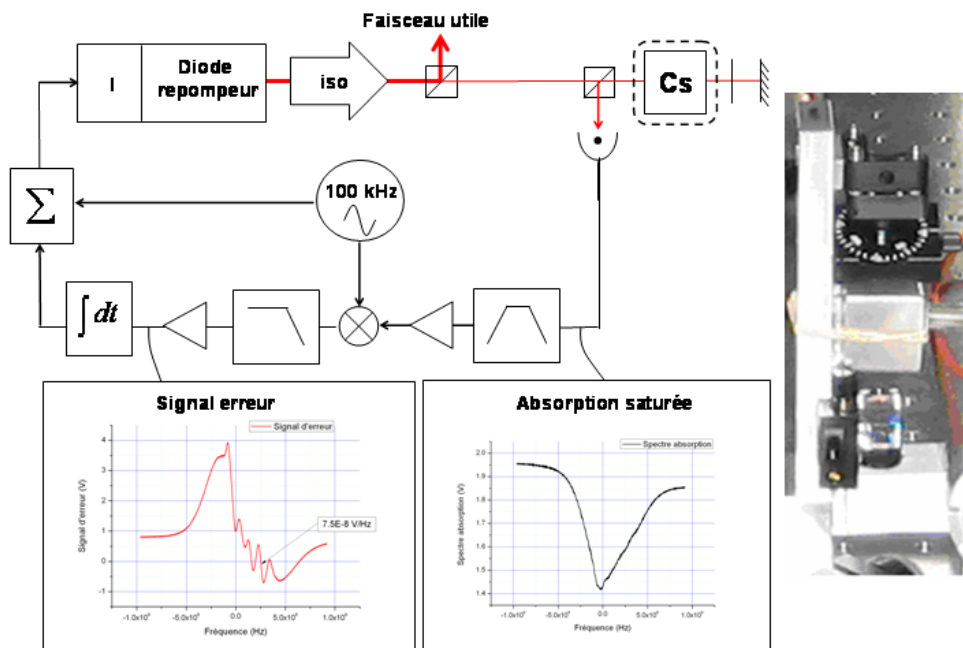


FIG. 3.29 – Schéma de l'asservissement en fréquence du laser repompeur. Sur le graphe du signal d'absorption saturée on ne distingue pas les pics à cause de la forte modulation fréquentielle appliquée. L'asservissement se fait sur le croisement de niveaux 3'x4'. A droite : Photo du montage d'absorption saturée vertical. Il comprend le cube séparateur de polarisation sur un support orientable, une cellule de césium et son blindage magnétique, une lame quart d'onde orientable, un miroir et la photodiode.

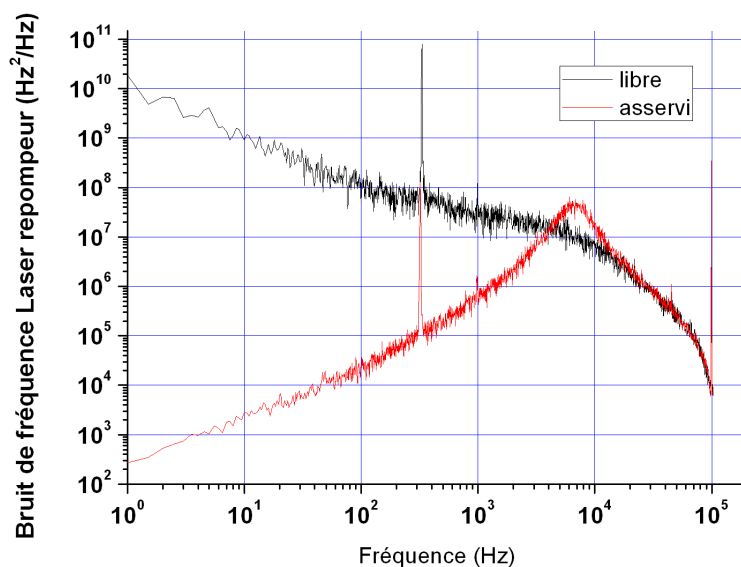


FIG. 3.30 – Bruit de fréquence du laser repompeur dans le cas libre et asservi. La remontée de bruit vers 7 kHz correspond à la bande passante de l'asservissement. Le pic parasite autour de 330 Hz provient d'un battement parasite entre les deux sources à 100 kHz nécessaires à l'asservissement des lasers.



## 3.4 Le banc optique

Le banc optique permet de contrôler finement tous les paramètres des faisceaux optiques. La flexibilité de son fonctionnement est un atout majeur dans l'optimisation d'un dispositif à atomes froids. Le choix de composants de grande dynamique permet généralement d'explorer des régimes de fonctionnement plus larges. L'architecture globale du banc fixe généralement la stabilité et la fiabilité générale. Le schéma du banc utilisé actuellement pour l'horloge HORACE est représenté sur la figure 3.31.

Le banc optique assure plusieurs rôles critiques comme :

- Le contrôle fin et dynamique des fréquences optiques (saut, rampe de fréquence)
- Le contrôle fin et dynamique des intensités laser (saut, rampe, extinction)
- Le transport des faisceaux jusqu'à l'enceinte à vide contenant les atomes (fibres optiques)
- La mise en forme des faisceaux (profil d'intensité, polarisation)

### 3.4.1 Contrôle des fréquences

La fréquence des faisceaux est un paramètre critique pour une horloge à atomes froids. Aussi, un contrôle absolu et reproductible des fréquences optiques est requis pour assurer un fonctionnement long terme de l'horloge.

La fréquence des faisceaux refroidisseurs influe sur le nombre d'atomes mais aussi sur leur température, deux paramètres dont dépendent de nombreux effets systématiques. La fréquence du faisceau de détection est un paramètre critique pour la stabilité court terme de l'horloge. En effet, un bruit de fréquence se traduit directement par un bruit sur le signal d'absorption.

Nous utilisons pour contrôler les fréquences des faisceaux des modulateurs acousto-optiques (MAO) pilotés par des oscillateurs contrôlés en tension (VCO ou Voltage Controlled Oscillator).

#### Les oscillateurs contrôlés en tension ou VCO

Ces composants sont de simples cristaux dont la fréquence de résonance dépend de la tension qui leur est appliquée. Le service électronique du laboratoire a développé des boîtiers compacts intégrant ce type de composant et permettant de les piloter aisément (voir Fig. 3.32).

Nous utilisons usuellement les modèles POS-100 de la marque Mini-circuits® qui permettent une excursion entre 50 et 100 MHz et fournissent une puissance de 7 dBm environ. La réponse en tension est très linéaire et est représentée sur la figure 3.32. Par ailleurs, la fréquence de sortie est relativement stable dans le temps. Sur une période de plus de deux jours, les fluctuations de fréquence restent inférieures à 1 kHz ce qui est largement suffisant pour les applications voulues (Fig. 3.33). Les fluctuations de fréquence sont largement dominées par la température ambiante. On extrait de ces données une sensibilité à la température de l'ordre de 1 kHz/K.

### 3.4.2 Contrôle des intensités lasers

#### Les atténuateurs variables

Les MAO permettent aussi de moduler finement la puissance des faisceaux en jouant sur l'efficacité de diffraction dans le cristal. Cette efficacité dépend linéairement de la puissance de l'onde incidente. Nous modulons l'intensité de nos faisceaux en atténuant la puissance RF sortant des VCO. Nous utilisons pour cela des atténuateurs commandables en courant. Ces composants assurent une atténuation de 45 dB à courant nul et sont totalement passants (aux

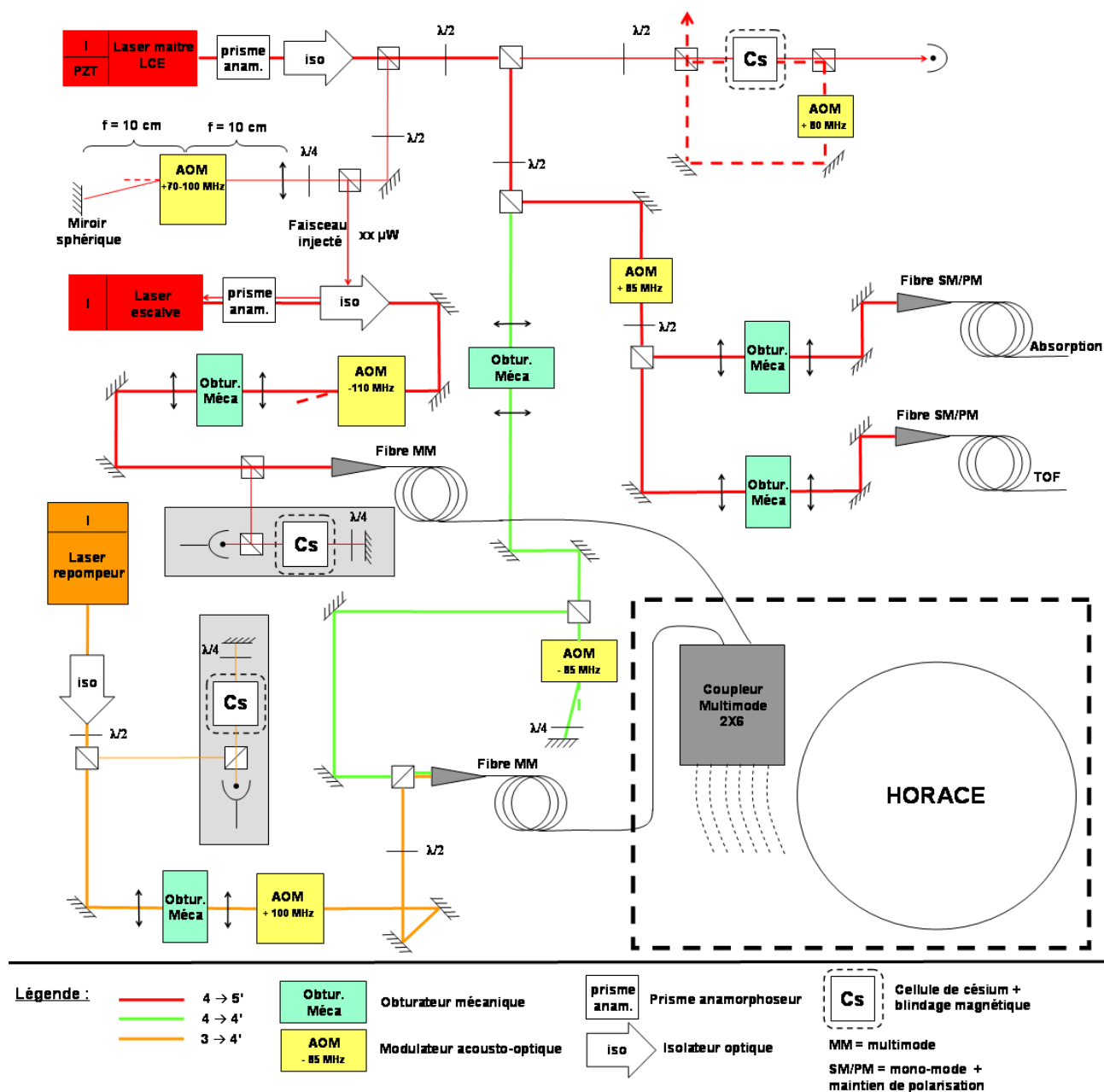


FIG. 3.31 – Schéma du banc optique. La table optique mesure 90 cm x 90 cm.

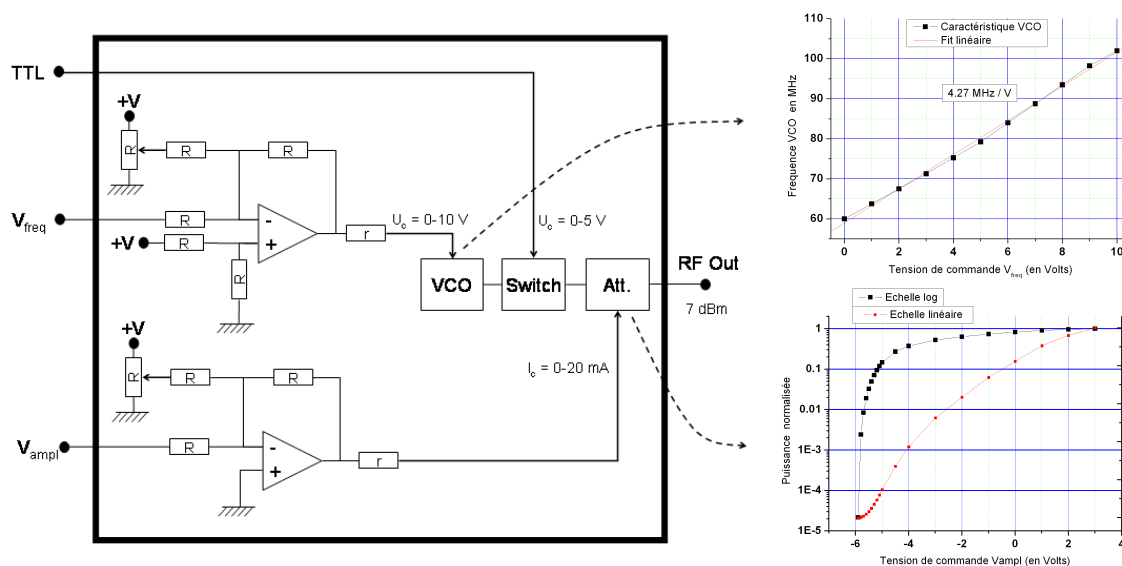


FIG. 3.32 – A gauche : Schéma d'un boîtier de contrôle de MAO. Le schéma est très simplifié par rapport au schéma réel mais présente les principale fonctionnalités. A droite : Caractéristique en fréquence et puissance RF du boîtier de commande en fonction des tensions de commande.

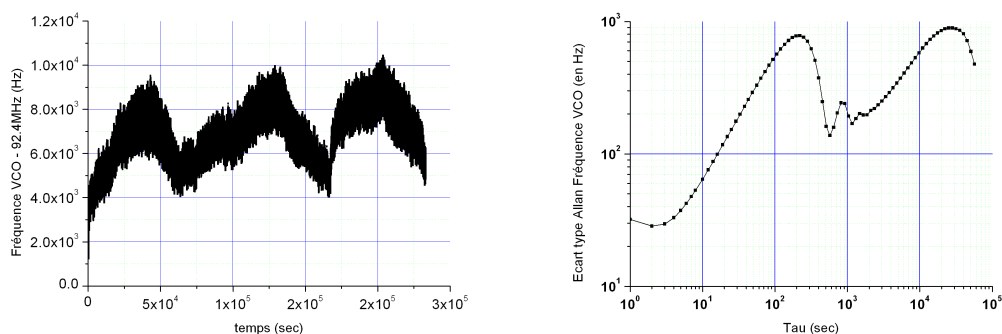


FIG. 3.33 – Fréquence de sortie d'un VCO libre. A gauche: série temporelle mesurée grâce à un compteur RF référencé sur un 10 MHz ultra-stable. A droite: Ecart type d'Allan pour une fréquence moyenne de 92.4 MHz. Les excès de bruit à 200s et 30000s correspondent à la climatisation de la salle et aux variations journalières.

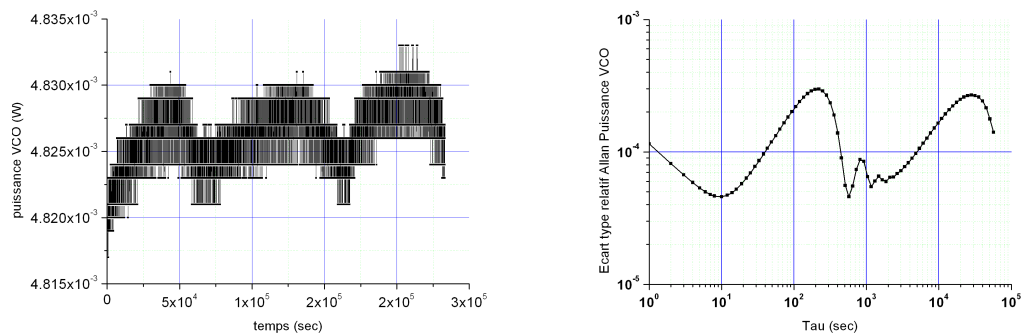


FIG. 3.34 – Puissance de sortie d'un VCO libre suivi d'un atténuateur commandable. A gauche: série temporelle. A droite: Ecart type relatif d'Allan pour une puissance moyenne de 4.84 mW soit 6.8 dBm (PMAX). Les excès de bruit à 200s et 30000s correspondent à la climatisation de la salle et aux variations journalières.

perles d'insertion près) pour un courant de 20 mA. Au laboratoire, ces composants sont directement intégrés dans les boîtiers VCO (voir Fig. 3.32). Ces boîtiers permettent de commander dynamiquement le courant traversant l'atténuateur et donc la puissance RF. Une entrée "TTL" permet de commuter rapidement entre puissance nominale et puissance nulle grâce à un interrupteur "switch" placé en sortie du VCO. En reliant les trois entrées de commande fréquence, puissance et switch du VCO au pilotage informatique, on peut ainsi contrôler parfaitement la fréquence et la puissance du faisceau laser qui passe à travers le MAO.

### Extinction des faisceaux

**Besoins et généralités** Afin de s'affranchir d'effets systématiques dus à l'effet Stark dynamique ou "light shift", il est nécessaire d'atténuer les faisceaux lasers avec de grands taux d'extinction pendant l'interrogation. On trouvera dans la thèse d'E. Guillot [60] un calcul adapté au cas de l'horloge HORACE prenant notamment en compte le stockage de l'énergie lumineuse par la cavité micro-onde. Pour des paramètres typiques de l'horloge, le modèle pessimiste proposé conduit à une atténuation nécessaire de 80 dB pour un déplacement relatif de fréquence de  $10^{-15}$ .

La qualité des dispositifs utilisés pour obturer les lasers sur un banc optique est régie par trois paramètres : le taux d'extinction, le temps de coupure et le délai de cette coupure. De nombreuses propositions ont été faites pour atténuer les faisceaux laser.

**Les MAO** qui sont couramment utilisés en raison de leur temps de coupure très faible (de l'ordre de 100 ns). Il suffit d'éteindre le signal RF qui alimente le MAO. Cependant, même non alimenté il reste toujours un peu de lumière diffusée. Les taux d'extinction obtenus, de l'ordre de 60 dB ne sont pas compatibles avec le fonctionnement propre de l'horloge (sensibilité extrême durant la phase de vol libre de l'interrogation).

**Les modulateurs de polarisation** ou cellules de Pockels font tourner la polarisation du faisceau. Placé entre deux polariseurs, on peut atténuer le faisceau jusqu'à 50 dB limité par la qualité d'extinction des polariseurs (Prisme de Glan thomson 50 dB ou polarcor 40 dB) et par la diffusion dans le cristal.

**Découpler l'atome du rayonnement** On peut aussi choisir de découpler l'atome du rayonnement en décalant la fréquence des faisceaux considérablement. Une proposition dans ce sens a été faite au JPL afin de s'affranchir d'obturateur mécanique pour les projets spatiaux. Dans une configuration maître-esclave, il suffit de couper l'injection pour que l'esclave lase sur son propre mode, qui peut être choisi à plusieurs nm de la résonance atomique. En combinant cette technique à une atténuation par AOM, la référence [74] montre un fonctionnement de leur fontaine atomique avec un light shift non mesurable au niveau de  $0.8 \cdot 10^{-15}$ .

**Les obturateurs mécaniques** qui coupent physiquement le faisceau par déplacement mécanique d'une pièce. Les plus utilisés sont les 'clic-clac' utilisant un électro-aimant mais il existe d'autre type d'obturateurs reposant sur des actionneurs piézo [75] ou sur des têtes de lecture de disque dur [76]. Ces obturateurs offrent un taux d'extinction quasi-infini et des temps de coupure relativement bon ( $\leq 1$ ms) mais le délai dépasse souvent plusieurs ms. On peut toujours s'accommoder de ces dispositifs (c'est d'ailleurs le cas sur la plupart des expériences où l'on couple MAO et obturateur mécanique!!) mais dans le cas d'HORACE où les cycles durent typiquement 100 ms ce n'est pas acceptable. Par ailleurs, on doit être capable de générer des impulsions de l'ordre de 1 ms ce qui reste incompatible avec les performances des obturateurs mécaniques standards.

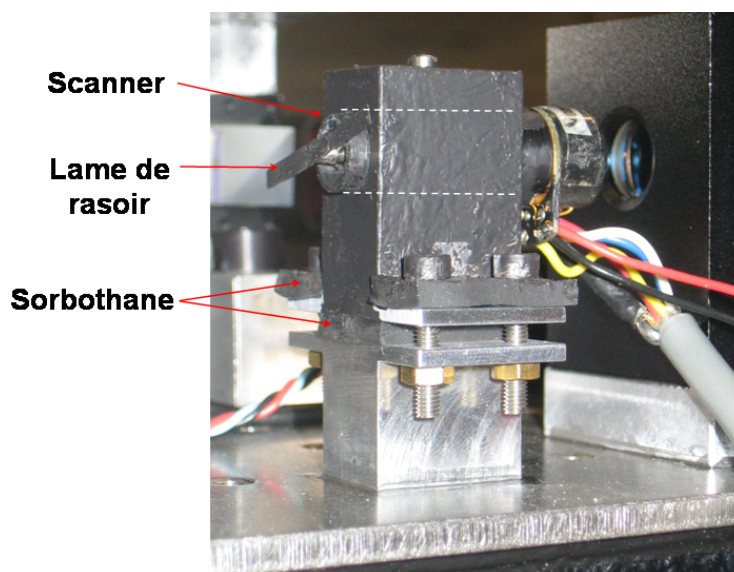


FIG. 3.35 – Photo d’un scanner optique. La hauteur totale est de 5 cm.

**Description des scanners utilisés sur HORACE** La solution retenue pour que le compromis taux d’extinction/rapidité soit le plus acceptable possible a été d’utiliser un petit scanner galvanométrique initialement conçu pour orienter un miroir et défléchir les faisceaux laser (pour les show laser notamment). Nous retirons ce petit miroir et collons à la place une bande métallique qui peut être un morceau de clinquant ou de lame de rasoir (solution retenue) comme le montre la figure 3.35. Ces scanners mesurent 6cm pour un rayon de 1cm. Chaque scanner est accompagné d’une carte électronique qui contrôle les différents paramètres du scanner comme l’excursion angulaire, la position au repos et bien sûr l’asservissement pour le temps de réponse que nous détaillerons plus tard. Elle reçoit de plus la tension de commande issue du pilotage informatique (TTL ou analogique).

La procédure de réglage est simple, le but consiste évidemment à obtenir un temps de réponse aussi faible que possible tout en assurant un comportement stable (mal réglé le scanner émet un son strident et débite près d’1A !!) et sans sur-oscillations mécaniques. Cette procédure de réglage est suivie sur l’oscilloscope, le scanner délivrant une tension proportionnelle à sa position angulaire.

La procédure consiste successivement à :

- Diminuer le temps de réponse, c’est-à-dire obtenir une pente aussi raide que possible.
- Éliminer les sur-oscillations mécaniques.
- Assurer un comportement stable

Après 3 ou 4 itérations on arrive au réglage optimal

La figure 3.36 montre la réponse mécanique du scanner pour une excursion angulaire de  $10^\circ$  environ. On observe donc un temps de coupure  $\tau_{10-90}$  de l’ordre de  $500\mu s$ . Ce temps peut descendre à  $400\mu s$  en jouant sur la taille de la lame et en poussant les réglages ‘à fond’. Néanmoins de tels réglages se sont révélés trop instables et surtout dangereux pour la survie des scanners.

Une fois le réglage fait, on peut observer la réponse optique (figure 3.36) à l’aide d’une photodiode de bande passante adéquate. Pour minimiser le temps de coupure optique (effec-

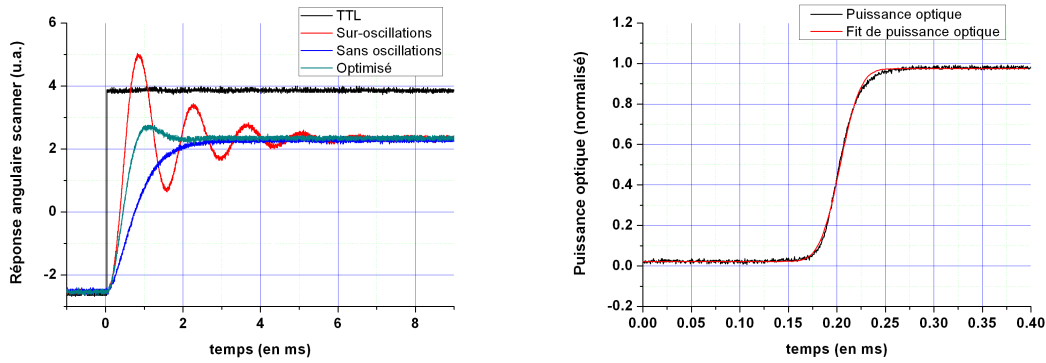


FIG. 3.36 – A gauche : Réglage du scanner. On observe la réponse mécanique du scanner pour des paramètres non réglés (rouge), non-optimisés(bleu) et optimisés (cyan). A droite : Réponse optique réalisée en plaçant le scanner au waist ( $40\mu\text{m}$ ) du faisceau. Le temps de coupure est de l'ordre de  $80\mu\text{s}$ .

tivement vu par les atomes) nous plaçons le scanner au waist du faisceau à l'aide de deux lentilles. Le profil d'éclairement du faisceau gaussien s'écrit  $E(x, y) = \frac{2P_0}{\pi w^2} e^{-2(x^2+y^2)/w^2}$ . Aussi, la puissance optique mesurée pendant l'obturation par le scanner peut être modélisée grâce à l'intégrale double de cette gaussienne en fonction de la position  $X_{scan}$  de la lame du scanner.

Ainsi, la puissance  $P(X_{scan})$  mesurée lors de l'ouverture du scanner s'écrit à l'aide de la fonction erreur  $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x'^2} dx'$ :

$$\begin{aligned} P(X_{scan}) &= \int_{-\infty}^{X_{scan}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x, y) dy dx \\ &= \frac{P_0}{2} \left( 1 + \text{erf}\left(\frac{\sqrt{2}X_{scan}}{w}\right) \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

La figure 3.36 présente un ajustement de la réponse optique obtenue par une fonction de la forme Eq. 3.6.

Le gain obtenu en coupant le faisceau au point focal (waist de  $40\mu\text{m}$  environ) est très significatif. On obtient des temps de coupure de l'ordre de  $80 \pm 1\mu\text{s}$  ce qui est tout à fait remarquable. Le retard par rapport au signal TTL est de  $300 - 500\mu\text{s} \pm 2\mu\text{s}$  environ. La séquence est donc très bien contrôlée et connue quelle que soit la durée de l'impulsion de commande, c'est là le point fort de ce type de dispositif.

Il a été remarqué que les obturateurs mécaniques induisaient à chaque mouvement de petites vibrations qui se propageaient dans le banc optique et perturbaient le fonctionnement du laser maître. J'ai donc conçu pour pallier ce problème un support mécanique qui permet d'absorber partiellement ces vibrations parasites. J'ai utilisé pour cela un matériau spécifiquement conçu pour l'isolation acoustique appelé Sorbothane<sup>11</sup>. Le support mécanique conçu se résume donc à deux pièces en dural qui 'sandwichent' une couche de sorbothane comme le montre la figure 3.35. Pour une atténuation optimale des vibrations le sorbothane doit être légèrement comprimé (typ. 10%). Des mesures réalisées à l'aide d'un accéléromètre placé sur la banc optique montre une atténuation de l'amplitude des vibrations de l'ordre de 200.

11. [www.sorbothane.com](http://www.sorbothane.com)

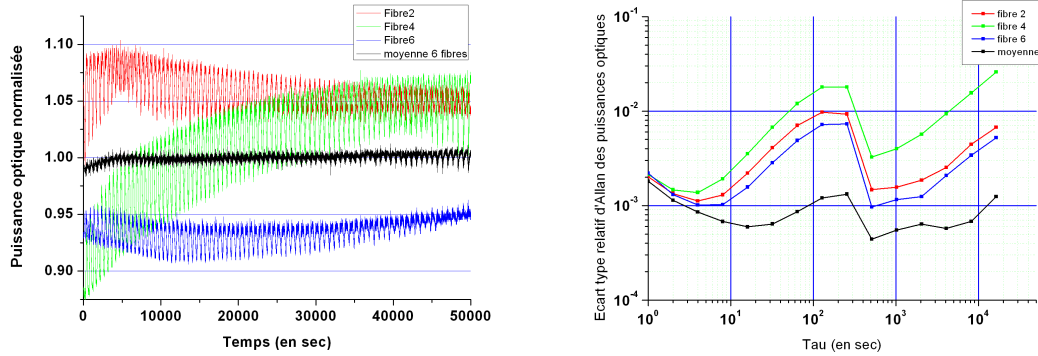


FIG. 3.37 – Fluctuations de puissance (normalisées) du coupleur de fibres multimode sans protection thermique particulière. . A gauche: série temporelle de la puissance sortant de 3 des 6 fibres. On donne aussi la puissance totale moyenne normalisée à 1. On note l'influence prépondérante de la climatisation de la pièce responsable de l'oscillation. A droite : écart type d'Allan des fluctuations relatives.

### 3.4.3 Le transport et la mise en forme des faisceaux

#### Les fibres optiques monomodes

Pour transporter les faisceaux de détection du banc optique jusqu'à l'enceinte nous utilisons des fibres monomodes à maintien de polarisation. La fibre monomode joue le rôle d'un filtre spatial pour le faisceau et permet d'obtenir en sortie un profil d'intensité bien gaussien avec une divergence totale de l'ordre de 10 degrés. Le diamètre du coeur est de  $\phi_{\text{fibre}} = 5 \mu\text{m}$ . Le maintien de polarisation est assurée par l'introduction d'une légère biréfringence. Pour le faisceau de détection verticale qui est très critique nous plaçons un élément polarisant (type polarcor) à la sortie de la fibre afin d'obtenir un faisceau de polarisation bien définie et ainsi s'affranchir d'éventuelles fluctuations de polarisation dans la fibre avec la température.

#### Le coupleur de fibre multimode

Durant la phase de refroidissement isotrope et de pompage optique, la cavité est alimentée en lumière par l'intermédiaire d'un coupleur de fibres multimode commercial 2x6(2 entrées et 6 sorties)<sup>12</sup>.

La puissance injectée dans le coupleur multimode est de l'ordre de 45 mW. La transmission globale du coupleur est de l'ordre de 80%. La puissance moyenne disponible par fibre est donc de l'ordre de 6 mW. Dû au caractère multimode, la qualité de l'injection dans la fibre d'entrée influe peu sur la puissance totale en sortie du coupleur mais influe beaucoup sur la répartition des puissances sur les six fibres de sorties. Les puissances de sortie présentent un déséquilibre statique d'environ 15% les unes par rapport aux autres. Les fluctuations temporelles de cet équilibrage sont de l'ordre de quelques % sur le long terme principalement dues aux variations de température dans la pièce (voir Fig.3.37). La puissance totale fluctue quant à elle au niveau de 10<sup>-3</sup> sur ces échelles de temps ce qui est relativement bon. Les polarisations de sortie ne sont évidemment pas du tout contrôlées. Les fibres s'encastrent directement dans la cavité micro-onde et sont maintenues grâce à des férules non magnétiques. L'extrémité des fibres affleurent la surface polie de la cavité. Toutes les mesures présentées dans ce manuscrit ont été effectuées

12. Seul un coupleur 2x6 permet de coupler les 3 faisceaux refroidisseur, repompeur et dépompeur avec 100% d'efficacité.



avec ce type de coupleur.

L'influence d'un coupleur monomode présentant un déséquilibre entre fibres plus faibles (de l'ordre de 5% selon les constructeurs) serait sans doute bénéfique pour la stabilité de la géométrie du nuage d'atomes froids.

### Le collimateur de temps de vol

L'objectif de ce collimateur est de fournir un faisceau sonde collimaté dont le profil d'intensité est rectangulaire de largeur 15 mm dans le sens horizontal et 3 mm dans le sens vertical. La lumière arrive dans ce collimateur par une fibre optique monomode d'ouverture numérique  $ON = 0,1$ . Dans un souci de compacité, on a calculé une combinaison optique à trois lentilles afin de diminuer la longueur de ce collimateur.

Les caractéristiques de ce collimateur sont (cf 3.38) :

- focale = 100 mm
- diamètre de sortie = 16,8 limité par diaphragme à 12 mm
- largeur à  $1/e^2 = 18$  mm
- longueur du collimateur = 46 mm

### Le condenseur de temps de vol

Le but de ce système optique est de récupérer la lumière émise par les atomes lorsqu'ils passent dans le faisceau sonde. La caractéristique essentielle de ce système est l'angle solide de collection. Il doit être suffisamment important pour obtenir un signal fort qui sort du bruit, et en même temps pas trop important afin d'éviter la détection de lumière parasite. Les caractéristiques de ce condenseur sont (cf 3.39):

- focale = 133 mm
- ON objet = 0,33
- Grandissement = -1,18

### Le collimateur de détection verticale

**Rôle et contraintes de conception** Le faisceau de détection verticale est issu d'un collimateur placé en bas du dispositif expérimental (voir Fig.3.42). Le diamètre du faisceau  $\phi_{det}$  est limité à 8 mm par le ballon de quartz. Le faisceau, rétro-réfléchi, interagit avec les atomes après 220 mm (faisceau aller) et 600 mm (faisceau retour) de propagation environ. Son profil d'intensité, sa polarisation et ses fluctuations de puissance doivent donc être parfaitement connues.

**Profil d'intensité** Le profil d'intensité est le paramètre le plus important à prendre en compte lors de la conception du collimateur. Nous avons pris le parti d'utiliser un profil d'intensité le plus plat possible. afin que le nombre de photons diffusés par atome soit le plus homogène possible sur l'étendue du faisceau. Afin de réaliser le profil plat souhaité, l'idée est de former un faisceau gaussien de très grand waist (obtenu aisément en alimentant le collimateur par une fibre optique monomode) par une combinaison optique et de le diaphragmer autour de son maximum d'intensité au diamètre voulu de  $\phi_{det} \leq 8$  mm.

**Polarisation** La polarisation du faisceau est déterminée par un polariseur (polarcor®) placé juste après la sortie de fibre. Cet élément permet de convertir en fluctuations d'intensité



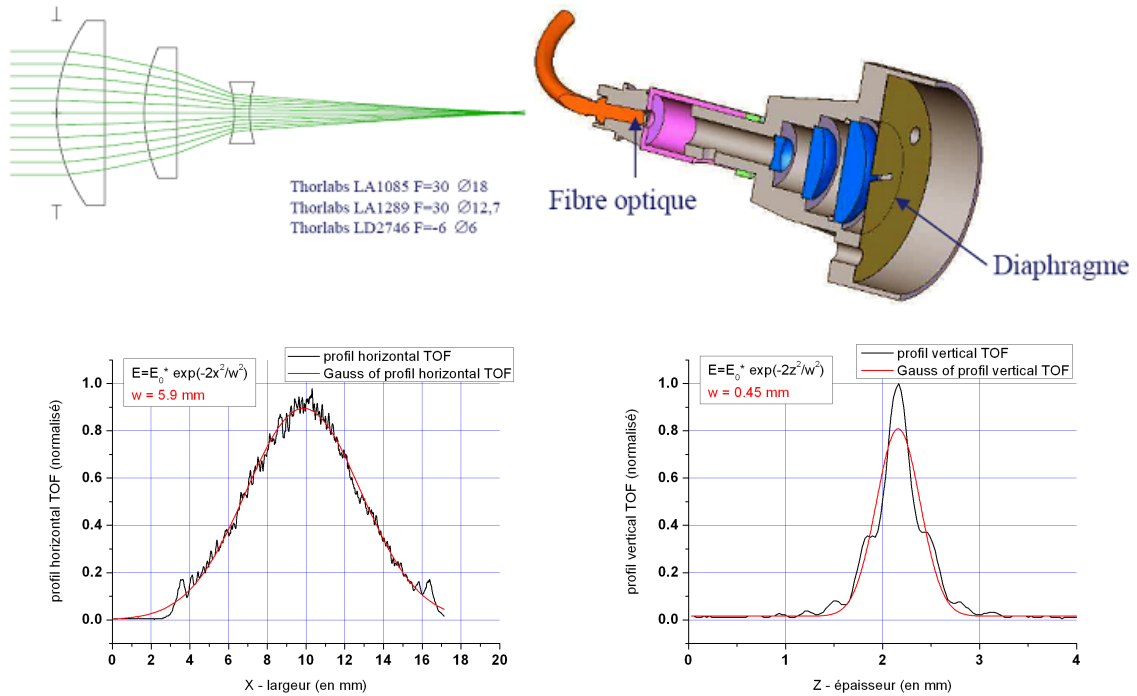


FIG. 3.38 – En haut, a gauche: schéma optique du collimateur de temps de vol avec le tracé de rayons. En haut, a droite: Dessin du collimateur de temps de vol avec sa combinaison à trois lentilles et le diaphragme de sortie. En bas, a gauche: Profil horizontal d'intensité du faisceau diaphragmé. Le waist du faisceau est de 5.9 mm. En bas, a droite: Profil vertical d'intensité du faisceau diaphragmé. Le fit gaussien ne décrit pas parfaitement le profil à cause des effets de diffraction prononcés selon cet axe. Le waist approché du faisceau est de 0.45 mm.

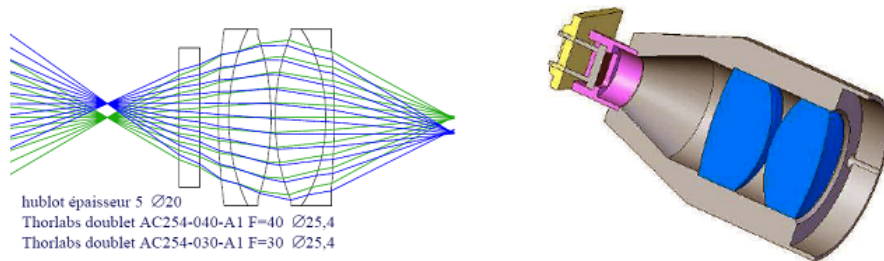


FIG. 3.39 – A gauche: schéma optique du système à deux doublets de collection des photons de fluorescence émis lors de la mesure par temps de vol. A droite: dessin du système complet.

les variations de polarisation résiduelles dans la fibre optique. La qualité de la polarisation spécifiée pour ce type de polariseur est de  $10^{-4}$ .

**Contrôle de l'intensité** Lors de la conception du collimateur, nous avons souhaité y incorporer des fonctionnalités afin de contrôler l'intensité laser. Bien que ces fonctionnalités n'ont pas été mises en place lors de ma thèse, je les mentionne car elles ont contribué fortement au design mécanique du collimateur. Il s'agissait tout d'abord de placer une photodiode interceptant une partie des rayons du champ diaphragmé afin de réaliser un asservissement de puissance. Pour que cet asservissement soit réalisé en continu nous devons placer l'obturateur mécanique après la photodiode. Nous avons donc prévu un emplacement pour lui au niveau où le faisceau est focalisé pour un temps de coupure très court.

Partant de ces quelques contraintes nous avons conçu un collimateur avec une combinaison de deux lentilles représentées figure 3.40. La première lentille LDX055 ( $f'=30$  mm) image la sortie de fibre afin de créer un point de focalisation facilement obturable par le scanner. La seconde lentille LPX177 ( $f'=100$  mm) permet de collimater le faisceau avec la taille voulue.

Les caractéristiques de ce collimateur sont :

- focale = 100 mm
- ON objet = 0,1
- diamètre de sortie = 25 mm limité par diaphragme à 8 mm
- largeur à  $1/e^2 = 20$  mm
- longueur du collimateur = 220 mm

**Problèmes liés à la diffraction** La caractérisation du faisceau issu de ce collimateur à l'aide d'une caméra CCD (pixel  $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ ) a révélé un important problème que nous n'avions pas anticipé. Le profil d'intensité du faisceau présentait après une propagation de quelques dizaines de centimètres des anneaux de diffraction de grande amplitude incompatibles avec le profil homogène recherché (voir Fig.3.41). En effet, lors de la conception, la position de la pupille de sortie du système et les effets de diffraction liés à celle-ci n'ont pas été pris en compte. Afin de mieux comprendre l'origine de ces effets diffractifs inattendus j'ai réalisé des simulations du profil d'intensité attendu pour un tel système optique grâce au logiciel Zeemax®. Ce logiciel comporte un module de propagation en optique physique et permet donc de simuler le comportement d'un faisceau gaussien dans le collimateur et de rendre compte des effets de diffraction inhérents aux pupilles. J'ai été grandement aidé dans cette tâche par David Horville du Pôle Instrumental de l'Observatoire de Paris (GEPI) dont la grande expérience du logiciel permet de le configurer correctement et aussi d'interpréter avec pertinence et recul le résultat des simulations. Le résultat de la simulation pour une propagation de 60 cm après le diaphragme est présenté sur la figure 3.41. L'accord avec le profil mesuré par la CCD est relativement bon.

**Conception d'un dispositif anti-diffraction** Ces mesures nous ont conduit à concevoir un nouveau collimateur de détection vertical, prenant en compte ces problèmes de diffraction<sup>13</sup>. L'amélioration principale de ce nouveau collimateur est que la position du diaphragme D1 a été optimisée pour être imagée par les lentilles, juste au niveau de l'interaction avec les atomes, en D2 (voir Fig.3.43). L'effet de la diffraction est alors quasi nul (voir Fig.3.44). Pour le faisceau retour, une troisième lentille permet de re-imager D2 sur lui-même en D3 grâce à un système oeil de chat. L'interaction entre le faisceau de détection et les atomes se produit à nouveau à une

13. A noter qu'avec un dispositif expérimental de taille réduite (ie: sans zone de temps de vol) les effets de diffractions seront négligeables car la propagation du faisceau sera alors bien moindre.

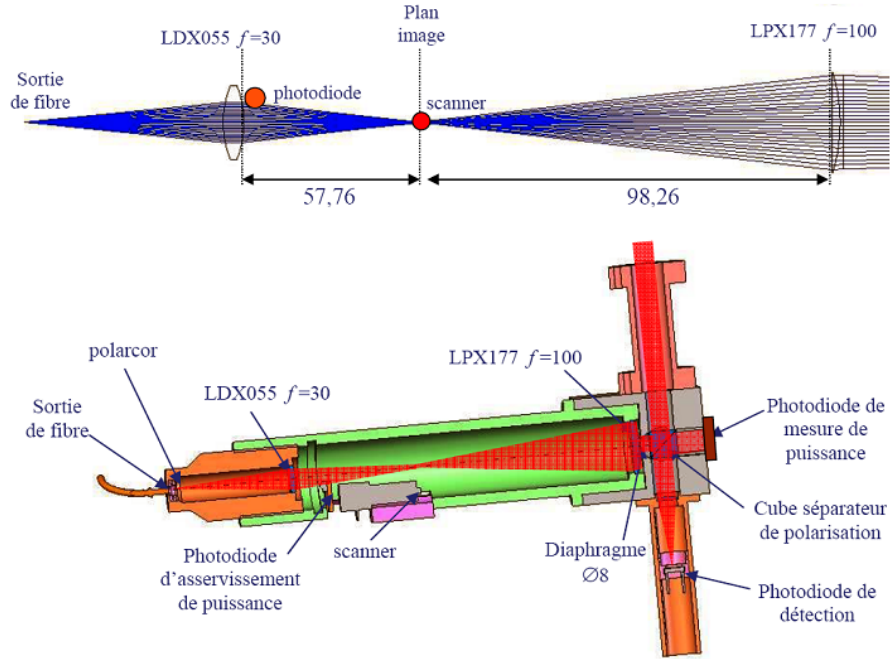


FIG. 3.40 – En haut: Schéma optique du collimateur de détection verticale. La lentille LDX055 image la sortie de fibre afin de créer un point de focalisation facilement obturable par le scanner. Une photodiode décalée par rapport à l'axe optique et placée derrière la lentille LDX055 intercepte une faible partie du faisceau et est utilisée pour asservir la puissance du faisceau de détection. La lentille de collimation LPX177 génère un faisceau collimaté de 20 mm de diamètre de waist qui est ensuite diaphragmé à 8 mm de diamètre. En bas : Dessin du collimateur de détection verticale. On retrouve les divers composants déjà évoqués précédemment. A noter une seconde photodiode placée derrière le cube qui permet de mesurer directement la puissance pendant les impulsion de détection et donc de rejeter les fluctuations de puissance.

position où se trouve l'image du diaphragme. Afin de contrôler la taille du faisceau de détection nous utilisons comme diaphragme un iris permettant d'obtenir un diamètre de faisceau  $\phi_{det}$  entre 1 et 8 mm.

Nous avons réalisé des simulations de ce nouveau système optique. Les profils d'intensité attendus après 23 et 60 cm de propagation correspondant aux deux interactions avec les atomes sont présentés Fig. 3.44. On trouve sur la même figure les profils mesurés expérimentalement. Les profils se rapprochent bien d'une gaussienne malgré les franges parasites entachant la mesure.

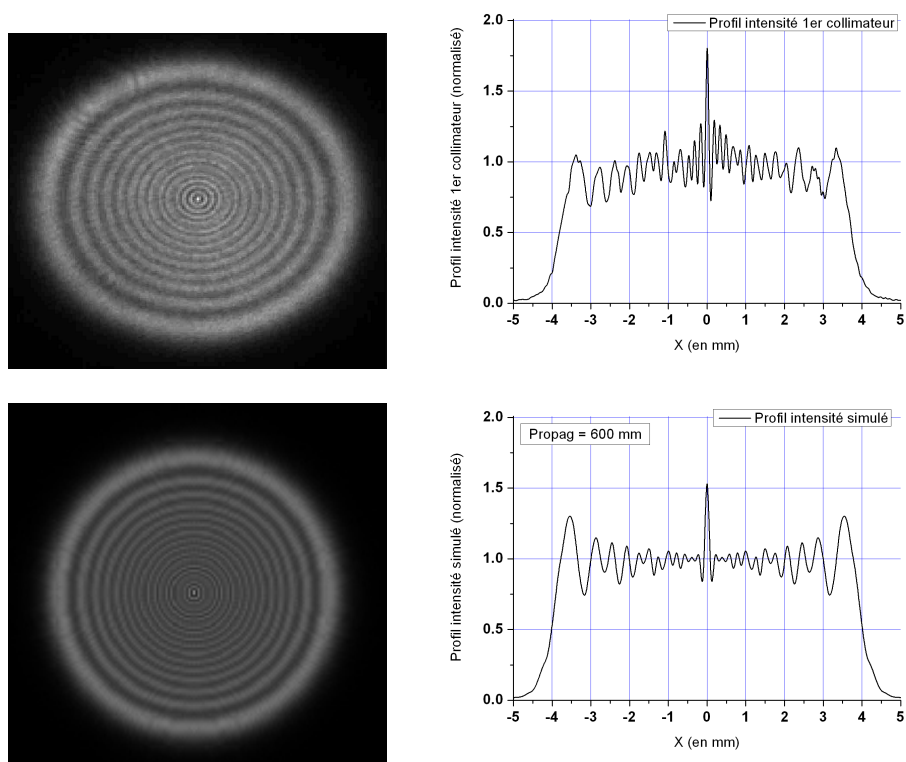


FIG. 3.41 – En haut : Profil d'intensité du faisceau de détection directement diaphragmé après une propagation de 60 cm. L'effet de la diffraction est parfaitement visible et rend le signal de détection fortement dépendant de la position des atomes dans le faisceau. En bas : Simulation réalisées

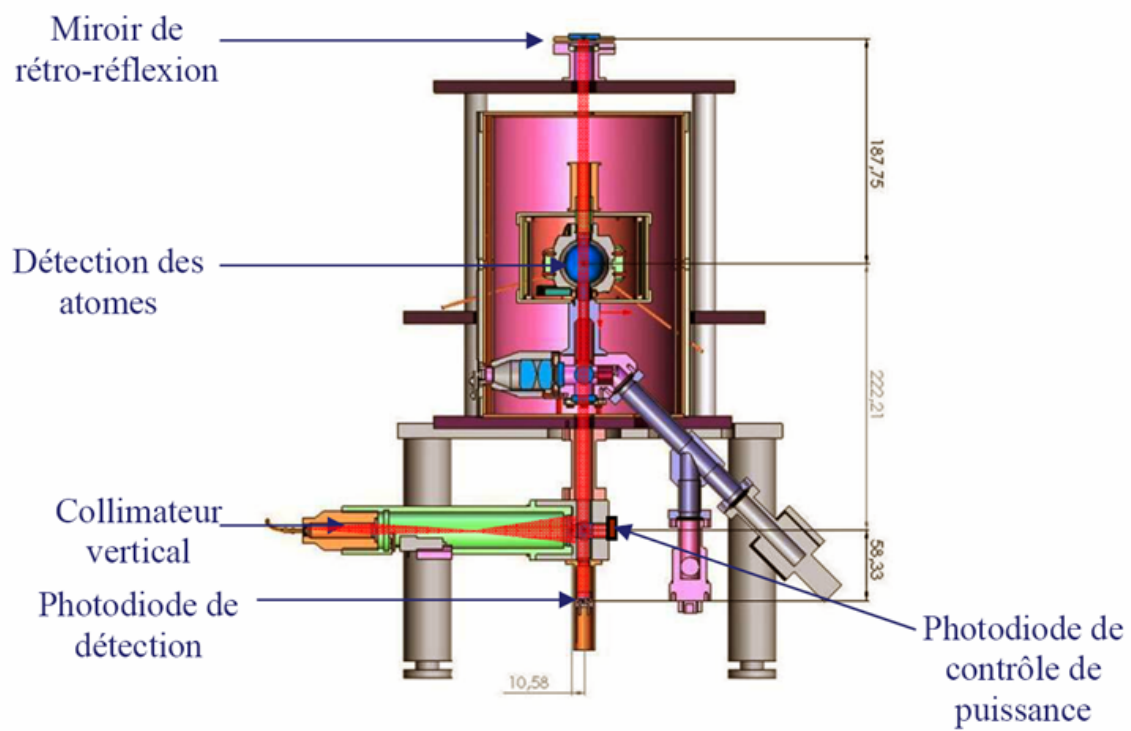


FIG. 3.42 – Coupe du dispositif expérimental. On voit le collimateur de détection verticale (en bas), la zone d'interaction avec les atomes (dans le ballon de quartz) et le miroir de rétro-réflexion qui interagit à nouveau avec les atomes. Ce faisceau est finalement détecté par une photodiode en bas du dispositif.

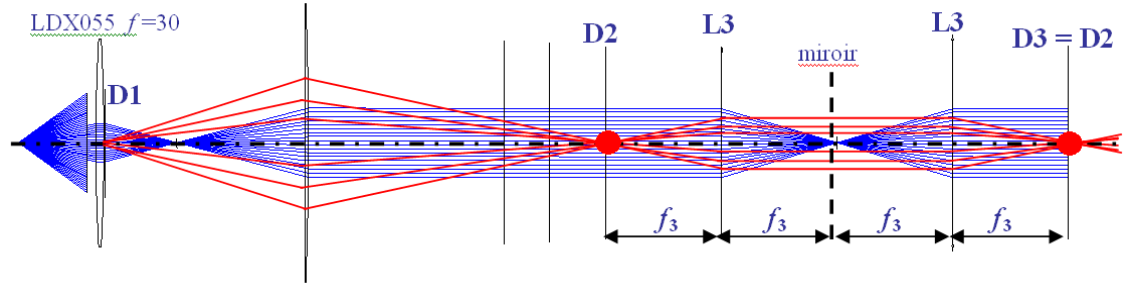


FIG. 3.43 – Nouveau schéma optique du collimateur de détection verticale. Le système a été déplié au niveau du miroir, on voit donc deux zones d'interaction avec les atomes correspondant au faisceau aller et au faisceau retour. Un diaphragme est placé juste derrière la lentille LDX055 en D1. Ce diaphragme est imagé (rayons rouges) à l'endroit où se trouvent les atomes en D2 par la seconde lentille (LPX177). L'effet de la diffraction devient négligeable. Une troisième lentille L3 dite oeil de chat image à nouveau le diaphragme sur lui-même en D3 après réflexion sur le miroir. L'effet de la diffraction est donc toujours négligeable sur le faisceau retour.

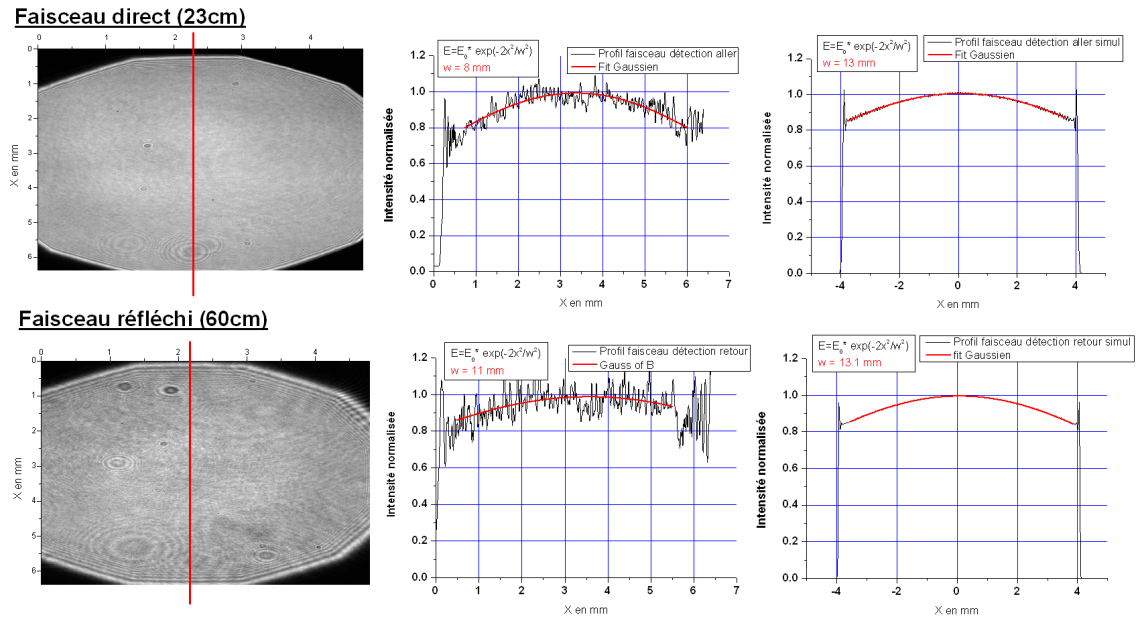


FIG. 3.44 – Profils d'intensité du faisceau de détection obtenus en imageant le diaphragme. En haut : Après une propagation de 23 cm. En bas : Après une propagation de 60 cm. Grâce à une position adaptée du diaphragme et au système oeil de chat, l'influence de la diffraction a été très largement minimisée.

### 3.4.4 La détection

#### Les photodiodes

La détection des signaux d'horloge se fait par voie optique. Pour le signal de temps de vol (fluorescence) comme pour la détection verticale (absorption) nous utilisons des photodiodes bas bruit HAMAMATSU® modèle S1337-66BR dont la surface active est de  $5.8 \times 5.8 \text{ mm}^2$  et de sensibilité  $\eta_{phot} = 0.55 \text{ A/W}$  à 852 nm.

Le photo-courant délivré par ces photodiodes est converti en tension grâce à un montage transimpédance dont on peut régler le gain et la bande passante via un circuit RC parallèle. Nous utilisons dans ce montage un amplificateur opérationnel (AOP) à très faible bruit de courant. Le modèle utilisé couramment est un **OPA637** dont la densité spectrale de bruit de courant en entrée est de  $S_{I_{AOP}} = 4 \cdot 10^{-30} \text{ A}^2/\text{Hz}$ .

Le bruit Johnson dans la résistance de charge  $R_{phot}$  est une source importante de bruit dont il faut tenir compte. Ce bruit blanc d'origine thermique contribue au bruit de courant global comme  $S_{I_{Johnson}} = \frac{4k_B T}{R_{phot}} \text{ A}^2/\text{Hz}$  où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et  $T$  la température thermodynamique. En pratique ce bruit domine totalement les deux précédents compte tenu de la résistance utilisée  $R_{phot} = 1.1 \text{ M}\Omega$ . On a  $S_{I_{Johnson}} = 1.5 \cdot 10^{-26} \text{ A}^2/\text{Hz}$ .

Ces bruits sont ajoutés puis convertis en bruit de tension  $S_V$  au travers de la résistance de charge  $R_{phot}$ .

Finalement on trouve pour la détection verticale :

$$\boxed{S_V = 1.9 \cdot 10^{-14} \text{ V}^2/\text{Hz}} \quad (3.7)$$

#### Réjection du bruit d'intensité par 2 photodiodes

La détection par absorption exacerbe la sensibilité aux fluctuations d'intensité du laser sonde (voir pages 145 et 158). A titre indicatif, compte tenu du nombre d'atomes détectés typiquement, un rapport signal à bruit de 1000 sur le signal d'absorption atomique exige une stabilité relative de l'ordre de  $10^{-5}$  sur le signal optique d'un cycle à l'autre, soit  $100 \mu\text{V}$  sur un fond de 10 V. Aussi, ai-je passé beaucoup de temps à minimiser les fluctuations d'intensité du laser. Malgré mes efforts, je ne suis pas arrivé à réduire ces fluctuations au niveau souhaité.

J'ai finalement mis en place un système simple permettant de s'affranchir de ces fluctuations qui s'est révélé très efficace. Ce système consiste simplement à utiliser l'autre port du cube séparateur situé après le collimateur de détection afin de mesurer en temps réel la puissance laser envoyé aux atomes lors de la détection (voir Fig.3.42). Le signal d'absorption mesurée est alors normalisé par le signal issu de cette seconde photodiode identique à celle de détection. Cette double mesure permet de rejeter les fluctuations d'intensité jusqu'au niveau souhaité de  $10^{-5}$  et est limité par le shot noise optique. En pratique, on règle la polarisation du faisceau émis par le collimateur de détection proche de  $45^\circ$  de façon à envoyer la même intensité sur chaque photodiode pour un faisceau optique non résonant. Une fois à résonance, le rapport des deux signaux permet de suivre les variations d'absorption due à la vapeur thermique dans l'enceinte.

## 3.5 Aspects informatique

Le programme de pilotage informatique revêt une importance toute particulière pour HORACE et son fonctionnement temporel. Sa versatilité permet d'explorer différents types de régimes. On doit en particulier veiller à ce qu'il puisse assurer un fonctionnement rapide (Temps de cycle d'environ 50-100 ms).

### 3.5.1 Matériel et programme utilisé

Les signaux de commande (analogique, TTL, GPIB) des différents appareils décrits dans ce chapitre, l'acquisition et le traitement des signaux analogiques des photodiodes de détection sont pilotés par un programme écrit en LABVIEW. Ce programme prend en charge l'interface avec les cartes entrées-sorties et compteur en assurant leur compatibilité. Il permet de choisir les paramètres d'acquisition et de sortie des signaux comme la résolution et la fréquence d'échantillonnage.

Nous utilisons :

**Carte acquisition** NI-M series PCI-6251. 16 bit de résolution sur une dynamique d'entrée symétrique ( $\pm 10V$ ,  $\pm 5V$ ,...). Fréquence d'échantillonnage de 1 MHz à répartir sur toutes les voies d'entrée utilisées (16 possibles).

**Carte de Sortie** NI-PCI-6733. 8 sorties analogiques, 16 bit de résolution sur une dynamique de sortie symétrique ( $\pm 10V$ ,  $\pm 5V$ ,...), 8 entrées-sorties TTL, fréquence d'échantillonnage de 1 MHz à répartir sur toutes les voies de sorties utilisées.

**Carte compteur** NI-PCI-6602. Compteur 32 bit, fréquence 20 MHz

**Programme** NI-Labview® Version 7.1

J'ai implémenté, modifié et amélioré de nombreuses fonctionnalités du programme de pilotage. Je ne suis pas intervenu sur les aspects de compatibilité et de synchronisation entre les différentes cartes.

Ce programme de pilotage souffre toutefois d'un manque d'automatisation et ne permet pas à l'heure actuelle de faire des mesures différentielles ou de sonder périodiquement les transitions magnétiques ou encore d'optimiser automatiquement la puissance micro-onde. Ceci est bien sûr un frein important à l'évaluation correcte de nombreux effets systématiques mais je n'ai malheureusement pas pu implémenter de telles fonctionnalités faute de temps.

### 3.5.2 Bruit du système d'acquisition

Le bruit engendré par le système informatique provient de deux sources.

La première concerne le bruit de tension des sorties analogiques. En particulier, ces tensions pilotent directement la fréquence et la puissance des signaux RF des VCO. Un bruit de tension sur la carte de sortie se traduit directement par un bruit de fréquence et/ou d'intensité sur les faisceaux laser.

La seconde concerne le bruit de quantification des cartes d'acquisition qui est d'autant plus grand que la fréquence d'échantillonnage  $f_{ech}$  est faible et que la résolution  $q$  en tension est mauvaise ( $q = \frac{\Delta V}{2^N}$ ) où  $\Delta V$  est la dynamique en tension (ex:  $\pm 10 V = 20 V$ ) et  $N$  le nombre de bits et . Un résultat classique d'analyse des signaux numériques nous dit que ce bruit de



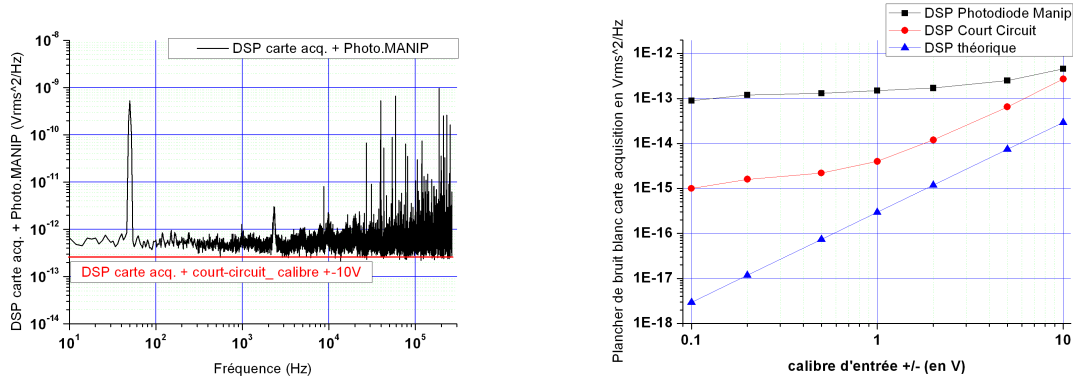


FIG. 3.45 – DSP de bruit de tension de la carte d'acquisition pour une fréquence d'échantillonnage de  $f_{ech}=524$  kHz. À gauche : Spectre de bruit lorsque l'entrée est connectée à une photodiode (noir) et à un court-circuit (ligne rouge). Pour cette mesure le calibre de la carte est de  $\pm 10$  V. À droite: On a représenté le niveau du palier de bruit blanc en fonction du calibre d'entrée de la carte quand celle ci est connectée à un court-circuit (rouge) et à une photodiode (noir). On donne aussi le niveau théorique attendu (bleu).

quantification est blanc et que sa densité spectrale de puissance de bruit s'exprime dans la bande passante utile du système  $f_{ech}/2$  comme :

$$S_{V_{quantif}} = \frac{q^2}{12 \frac{f_{ech}}{2}} \text{ en } \frac{V^2}{Hz} \quad (3.8)$$

Pour une dynamique d'entrée de 20 V sur 16 bits ( $q=305 \mu V$ ) et une fréquence d'échantillonnage de 500 kHz nous obtenons théoriquement:  $S_{V_{quantif}} = 3 \cdot 10^{-14} \frac{V^2}{Hz}$ .

Ce plancher de bruit a été mesuré expérimentalement en implémentant un analyseur de spectre FFT en Labview®. Cette évaluation est présentée pour 3 situations, en branchant directement sur l'entrée de la carte un court-circuit puis à une résistance de 1 kΩ au bout d'un câble de 3 m afin d'observer les effets d'antennes parasites et enfin en branchant une photodiode utilisée pour l'expérience mais sans signal lumineux incident<sup>14</sup>. Seuls les spectres obtenus pour le court-circuit et la photodiode sont représentés sur la figure 3.45. Par ailleurs, une mesure comparative entre le court-circuit et la photodiode pour différents calibres d'entrée ( $\pm 10$  V.. $\pm 0.1$  V) y est aussi présentée.

On mesure un plancher de bruit blanc sensiblement différent de celui attendu. Il est toutefois négligeable devant les autres bruits électroniques. Nous avons :

$$S_{V_{quantif}} = 5 \cdot 10^{-13} \frac{V^2}{Hz} \quad (3.9)$$

14. Dans ce cas aussi le câble reliant la photodiode à la carte d'acquisition fait environ 3 m.

## Chapitre 4

# Evaluation expérimentale de la stabilité court terme.

La stabilité court-terme d’une horloge résulte d’un compromis délicat entre les phases de fonctionnement de l’horloge (refroidissement, interrogation et détection) et des différents types de bruits qui entachent le signal d’horloge. Ce chapitre présente les différents aspects, les principaux bruits et paramètres critiques entrant en jeux et leurs impacts expérimentaux. Enfin je présente à partir des différents paramètres issus des études précédentes (nombre d’atomes disponibles, bruits de détection, etc...) quelle est la séquence de fonctionnement optimale et quelles sont les performances atteintes pour un fonctionnement terrestre et attendues en micro-gravité.

Ce travail d’optimisation constitue la seconde majeure partie de mon travail de thèse, après le montage de l’expérience décrite au chapitre précédent. Ce travail a consisté bien sûr dans l’amélioration brute de la stabilité de l’horloge mais aussi dans la recherche d’une séquence aussi simple que possible, cette dualité pouvant d’ailleurs imposer de sérieux compromis. Nous avons obtenu les toutes premières mesures de stabilité de fréquence pour HORACE au mois de janvier 2007. Le processus d’optimisation de la stabilité de l’horloge a donc duré environ 18 mois. Au cours de cette période j’ai pu améliorer la stabilité court terme de plus d’un ordre de grandeur, passant de quelques  $10^{-12}$  à  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  [64] tout en préservant une séquence de fonctionnement relativement simple.

### 4.1 La phase de refroidissement laser

La recherche, l’étude et la mise en place d’une séquence de refroidissement à la fois simple et efficace a été une des principales investigations faites durant ma thèse. Ce travail de longue haleine a permis de dégager différents régimes de fonctionnement parfois surprenants voire contre-intuitifs (comme l’utilisation d’une impulsion bleue pendant le refroidissement [77]). A ce titre, si certains aspects de la dynamique atomique (en refroidissement isotrope) sont aujourd’hui mieux compris, il reste encore quelques zones d’ombre notamment en ce qui concerne l’évolution de la distribution spatiale du nuage. Je n’ai pas cherché à modéliser ces comportements durant ma thèse, aussi les résultats présentés dans cette partie sont le fruit d’un travail d’optimisation purement expérimental. J’essaierai toutefois de donner quelques éléments qualitatifs de compréhension.

#### 4.1.1 Les enjeux: Nécessité d'une phase de refroidissement efficace

Pour les dispositifs métrologiques utilisant les atomes froids, comme certaines horloges et capteurs inertiels, la phase de refroidissement laser joue un rôle crucial. Schématiquement, le but de cette étape est de préparer un nuage d'atomes froids dont le nombre, la distribution spatiale et la température sont compatibles avec un bon rapport signal à bruit lors de la détection. Usuellement, ce dernier dépend essentiellement du nombre d'atomes détectés, on a donc intérêt *a priori* à utiliser un maximum d'atomes froids pour améliorer la qualité de la mesure. On montre par ailleurs que le nombre d'atomes dans la mélasse ou le piège magnéto-optique croît avec le temps de refroidissement. Un bon rapport signal à bruit implique donc une phase de refroidissement assez longue<sup>1</sup>. Cette remarque est d'autant plus valable si le RSB est limité par les bruits atomiques ( $RSB \propto \sqrt{N_{det}}$ ). Cependant l'optimisation de la stabilité ne réside pas uniquement dans la maximisation du rapport signal à bruit et donc du nombre d'atomes froids. La relation 4.1 fait apparaître d'autres termes à considérer.

La stabilité relative de fréquence peut s'écrire sous la forme<sup>2</sup> :

$$\sigma_y^2(1\text{ s}) = \left( \frac{1}{\pi} \frac{\Delta\nu}{\nu_{at}} \sigma_{Det}(N_{det}) \cdot \sqrt{(T_{cool} + T_{int} + T_{det})} \right)^2 + \sigma_{Dick}^2 \quad (4.1)$$

Le fonctionnement pulsé de l'horloge ( $R_c < 1$ ) induit un repliement du spectre de bruit de fréquence de l'oscillateur. Cet effet d'échantillonnage est connu sous le nom d'effet Dick [14] et a pour conséquence d'augmenter le bruit de fréquence vu par les atomes pendant l'interrogation. Sa contribution est noté  $\sigma_{Dick}$ . Cet effet peut s'avérer limitant, notamment dans le cas de l'utilisation d'un oscillateur à quartz, et ce d'autant plus que le rapport cyclique est petit. Il sera explicité plus en détails dans ce chapitre à la page 54.

Par ailleurs, le facteur  $\sqrt{T_c}$  montre qu'il convient de réduire le plus possible le temps de cycle  $T_c$  et donc les phases de refroidissement et de détection qui sont "inutiles" pour l'horloge. Si en pratique la phase de détection est de durée négligeable, la phase de refroidissement est du même ordre de grandeur voire supérieure à la phase d'interrogation, elle représente une grande partie de la durée d'un cycle d'horloge et sa réduction a donc un impact direct sur la stabilité globale<sup>3</sup>.

**On doit alors trouver le subtil compromis entre rapport signal à bruit (grand nombre d'atomes froids) et rapport cyclique suffisant (phase de refroidissement courte). Ces deux contraintes, antinomiques *a priori*, mettent en lumière la nécessité d'une phase de refroidissement particulièrement efficace.**

- 
1. A titre indicatif, une mélasse optique standard est complètement chargée en 1 à 2 secondes.
  2. Le bruit de détection prend la forme suivante et sera justifiée plus loin dans de chapitre.

$$\sigma_{Det}(N_{det}) = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{N_{det}}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{\sqrt{N_{det}}}\right)^2 + \gamma^2}$$

Lorsque les bruits techniques sont convenablement réduits, alors on a typiquement  $\sigma_{Det}(N_{det}) \approx \frac{\beta}{\sqrt{N_{det}}}$

3. A titre indicatif, sur HORACE on a typiquement  $T_{cool} = 30..100$  ms et  $T_{int} = 10..40$  ms soit un rapport cyclique  $R_c = \frac{T_{int}}{T_c} = 0.1..0.5$ .

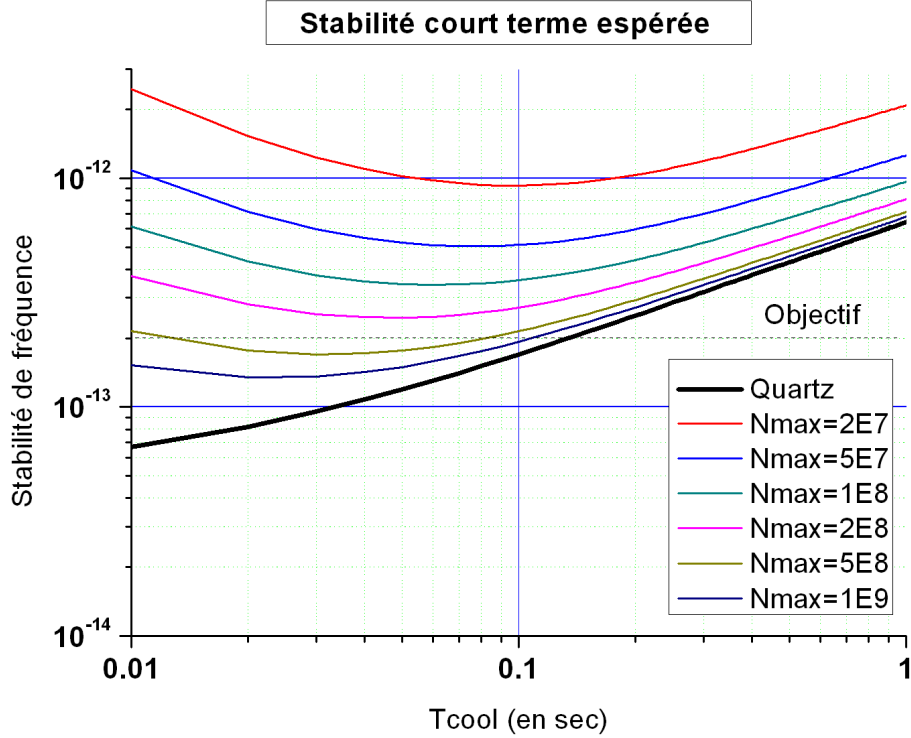


FIG. 4.1 – Etude du temps de refroidissement sur les performances attendues de l’horloge pour une interrogation de 30 ms. La ligne épaisse correspond à la limitation due à l’oscillateur à quartz utilisé pour cette simulation. Le faisceau de courbes représente la stabilité de fréquence attendue avec l’oscillateur à quartz considéré pour différentes valeur du paramètre  $N_{max}$  comprises entre  $2 \cdot 10^7$  et  $1 \cdot 10^9$ .

### Un exemple

Afin de mettre en lumière ce compromis j’ai tracé sur la figure 4.1 la stabilité de fréquence court terme attendue en fonction de la durée du refroidissement  $T_{cool}$ . On considère l’influence du bruit de détection  $\sigma_{Det}$  ainsi que la contribution de l’effet Dick  $\sigma_{Dick}$ . Les paramètres utilisés sont typiques de ceux utilisés sur HORACE.

- Le temps de chargement de la mélasse est  $\tau_{charg} = 80$  ms
- La largeur de raie  $\Delta\nu$  vaut 20 Hz.
- Le nombre d’atomes détectés est  $N_{det} = \alpha \cdot N_{max} (1 - e^{\frac{-T_{cool}}{\tau_{charg}}}) e^{\frac{-T_{int}}{\tau_{charg}}}$ . On a considéré un terme de pertes dues aux collisions avec la vapeur pendant l’interrogation. Ces pertes présentent alors la même constante de temps  $\tau_{charg}$  que celle du chargement.  $N_{max}$  est le nombre total d’atomes dans la mélasse après un chargement total. Le facteur numérique  $\alpha \approx 0.02$  traduit la fraction géométrique du nuage dans le faisceau de détection (0.3), la répartition selon des sous-niveaux Zeeman (1/7) et à la détection à mi-frange (0.5).
- La relation  $\sigma_{Det} = f(N_{det})$  liant le bruit de détection au nombre d’atomes détectés sera explicité dans l’étude de la détection (voir page 141).
- La contribution de l’oscillateur à quartz commercial considéré (Wentzel Blue-Top) est noté  $\sigma_{Dick}$ .

La figure 4.1 montre le comportement de la stabilité court terme en fonction de  $T_{cool}$ . Le faisceau de courbes donne la stabilité totale (résonateur atomique + oscillateur) pour différentes valeurs de  $N_{max}$  et pour le temps d'interrogation choisi de 30 ms (valeur typique).

On remarque tout d'abord que la contrainte posée par l'oscillateur à quartz (de très bonne qualité pourtant) est assez importante compte tenu des niveaux de stabilité recherchés pour HORACE ( $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ ). Pour tenir ces performances il est alors nécessaire que  $T_{cool}$  soit inférieur à 100 ms. On voit qu'il est nécessaire d'avoir  $N_{max} \geq 2 \cdot 10^8$  pour nos objectifs ce qui est loin d'être trivial.

### Comment passer outre ce compromis RSB/rapport cyclique ?

Les expériences de métrologie ont pour vocation de passer outre ce type de compromis pour améliorer encore la résolution des mesures. Par delà l'optimisation directe (puissance laser, désaccord, qualité du vide) plusieurs techniques ont été développées dans ce but. La première consiste à utiliser un oscillateur local dont le bruit de fréquence est si faible que l'effet Dick associé est négligeable. C'est le cas avec les oscillateurs cryogéniques en saphir (voir page 71). On peut donc utiliser un refroidissement relativement long sans dégradations. L'autre solution (qui peut être combinée à la première d'ailleurs) consiste à optimiser l'efficacité de la phase de refroidissement afin de réduire au minimum le temps de chargement de la mélasse et obtenir un rapport cyclique plus proche de 1. Pour cela, il existe encore différentes approches que nous décrivons brièvement ci-après.

**Utilisation d'une pré-source atomique** Afin d'optimiser le chargement et de minimiser les collisions avec les atomes thermiques on peut charger la mélasse en utilisant une pré-source. Cette pré-source peut être un jet d'atomes ralenti par laser (chirp-cooling) ou encore un MOT-2D [40, 78]. Ces dernières solutions permettent de réduire la vitesse moyenne des atomes du jet en deçà de la vitesse de capture de la mélasse (Typ. 10..20 m/s) et d'augmenter considérablement le taux de chargement de la mélasse.

**Fonctionnement multi boules** Une manière d'augmenter le rapport cyclique est d'utiliser plusieurs boules d'atomes froids dans le même dispositif. Pendant qu'une des boules d'atomes subit l'interrogation, une autre est déjà en chargement dans la zone de refroidissement. Ainsi, on peut interroger des atomes quasi-continûment. Ce principe de fonctionnement a été étudié par K.Gibble *et al* dans [79, 80] et sera mis à profit prochainement dans la fontaine atomique du NRC [81] ainsi que dans le nouveau gyromètre atomique du SYRTE.

**Jet continu d'atomes froids** L'utilisation d'un jet continu d'atomes froids est à mi-chemin entre une horloge à jet thermique et une fontaine atomique. Ce principe original de fonctionnement, initié par P.Thomann est à la base du développement des fontaines atomiques du METAS, institut suisse de métrologie. Le fonctionnement de ces fontaines atypiques est décrit dans [56, 82]. Si ce fonctionnement continu permet de réduire considérablement l'influence de l'oscillateur local [83] il reste toutefois relativement délicat d'obtenir d'importants flux atomique (et donc un bon RSB) avec des températures transverses de quelques  $\mu\text{K}$ .

**Recyclage des atomes froids et mesure non-destructive** Pour certaines géométrie, il est possible de recycler les atomes froids d'un coup à l'autre. Cette spécificité a été explicitée dans le cas d'HORACE au chapitre précédent. Il s'agit alors de recapturer les atomes froids dans la mélasse s'ils n'ont pas trop chuté au cours de l'interrogation précédente. Il est possible d'effectuer un recyclage similaire sur les horloges optiques à réseaux où

les atomes sont confinés dans un piège dipolaire. Toutefois, pour que ce processus reste efficace il est nécessaire de mettre en place un mode de détection non-destructif pour le nuage d'atomes[84]. Il est en cours d'implémentation sur l'horloge optique à atomes de Sr du LNE-SYRTE [85] [86].

Malheureusement la plupart de ces solutions ne peuvent s'appliquer au cas de l'horloge HORACE. Étant destinée à un fonctionnement autonome voire embarqué il est impensable d'utiliser à terme un oscillateur cryogénique pour des contraintes évidentes de compacité. L'utilisation d'une pré-source serait envisageable mais nuirait significativement à la simplicité inhérente au fonctionnement d'HORACE. Les fonctionnements continus ou multi-boules ne sont pas compatibles avec l'unicité de lieu des interactions propre à l'horloge. En revanche, le recyclage des atomes froids est une solution tout à fait plausible. Ce processus de recapture est d'ailleurs utilisé sur HORACE et fera l'objet d'une étude spécifique dans ce manuscrit (voir page 127).

#### 4.1.2 Généralités sur le refroidissement

Le refroidissement en mélasse optique envisagé pour HORACE se rapproche de la situation des premières expériences de refroidissement d'atomes faites sur des cellules contenant une vapeur alcaline. Donnons tout d'abord quelques relations générales facilitant la compréhension de la dynamique du refroidissement d'atomes dans le cas d'HORACE. Il s'agit de déterminer quantitativement les processus influant sur le temps de chargement de la mélasse, le nombre maximal d'atomes obtensibles, le taux de pertes, etc...

##### Chargement de la mélasse optique

Le nombre d'atomes  $N$  piégés *in fine* dans la mélasse optique résulte de la compétition entre un terme "source" noté  $S$ , qui dépend des paramètres laser et de la pression de vapeur, et le taux de pertes noté  $1/\tau_{charg}$ , qui dépend majoritairement des collisions avec la vapeur dans l'enceinte (alcalines et autres) mais aussi des processus de diffusion des atomes.

Ainsi,  $N$  vérifie la relation:

$$\frac{dN}{dt} = S - \frac{N}{\tau_{charg}} \quad (4.2)$$

dont la solution est :

$$N(t) = N_{max} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charg}}}) \quad (4.3)$$

où  $N_{max} = S\tau_{charg}$  est le nombre d'atomes piégés en régime stationnaire. Il ne dépend théoriquement pas de la densité d'atomes thermiques  $n$  présents puisque  $S$  et le taux de pertes  $1/\tau_{charg}$  sont tous deux proportionnels à  $n$  [62]. Il est limité en pratique par la qualité du vide réalisé dans l'enceinte. Usuellement  $\tau_{charg}$  est appelé le temps de chargement de la mélasse. Pour un temps de refroidissement  $T_{cool} = \tau_{charg}$  la mélasse est chargée à 63%.

##### Détermination de la pression de Cs

La pression de Cs est un paramètre important dans l'optimisation de la séquence de fonctionnement d'HORACE puisqu'elle détermine à la fois la rapidité du chargement (quantifiée par  $\tau_{charg}$ ) et les pertes par collisions, terme de pertes prépondérant.

Un moyen simple de mesurer la pression de vapeur dans l'enceinte ou plus exactement la densité d'atomes chauds est d'utiliser une mesure de l'absorption  $A = 1 - \frac{I_t}{I_0}$  d'un faisceau résonant [60]. On a alors :

$$I_t = I_0 e^{-n_{eff}\sigma_0 L} \Rightarrow A = 1 - e^{-n_{eff}\sigma_0 L} \quad (4.4)$$

où  $n_{eff}$  est la densité effective d'atomes chauds prenant en compte le fait que tous les atomes n'interagissent pas avec le faisceau,  $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$  est la section efficace d'absorption à résonance et faible saturation<sup>4</sup> et  $L$  la longueur de vapeur traversée.

Pour un faisceau résonant, de faible largeur de raie devant la transition sondée et de faible saturation et pour une température ambiante  $T$  on montre que densité effective  $n_{eff}$  et densité réelle  $n$  sont reliées par [87] :

$$n_{eff} = n\Gamma\lambda\sqrt{\frac{M_{Cs}}{8\pi^3 k_B T}} \quad (4.5)$$

Ainsi, en combinant les équations précédentes on a :

$$n = \frac{(2\pi)^{5/2}}{3 * \lambda^3 \Gamma L} \sqrt{\frac{k_B T}{M_{Cs}}} \ln\left(\frac{1}{1-A}\right) \quad (4.6)$$

Pour une longueur traversée de  $L = 2 * 65 = 130$  mm, une température de  $T = 295$  K on a avec  $n$  en  $cm^{-3}$ :

$$n = 1.7 \cdot 10^9 \ln\left(\frac{1}{1-A}\right) \quad (4.7)$$

La pression en Pa se déduit de l'expression de  $n$  par l'équation des gaz parfaits

$$P = \frac{n}{N_A} RT = nk_B T$$

et

$$P = 6.8 \cdot 10^{-6} \ln\left(\frac{1}{1-A}\right) \quad (4.8)$$

La figure 4.2 donne la variation de la densité atomique et de la pression correspondante en fonction de l'absorption du faisceau pour les paramètres de fonctionnement usuels donnés ci-dessus. L'absorption typique du faisceau de détection en polarisation  $\sigma^+ - \sigma^+$  est de 20%, ceci correspond à une densité de  $4 \cdot 10^8$  atomes. $cm^{-3}$  ou encore une pression de  $1.5 \cdot 10^{-8}$  mBar. A titre indicatif la température de pression de vapeur saturante équivalente est de l'ordre de -15°C.

### Détermination du temps de chargement optimal

Dans l'hypothèse où le rapport signal à bruit de la mesure est limité par le bruit shot atomique ( $RSB \propto \sqrt{N_{det}}$ ), où les pertes d'atomes sont dominées par les processus collisionnels avec la vapeur thermique (de constante de temps  $\tau_{charg}$  aussi) et où l'effet Dick est négligé on a :

---

4. Ceci n'est vrai que pour un faisceau polarisé  $\sigma$  pompant les atomes dans les transitions  $|F = 4, m_F = \pm 4\rangle \rightarrow |F' = 5, m_F = \pm 5\rangle$

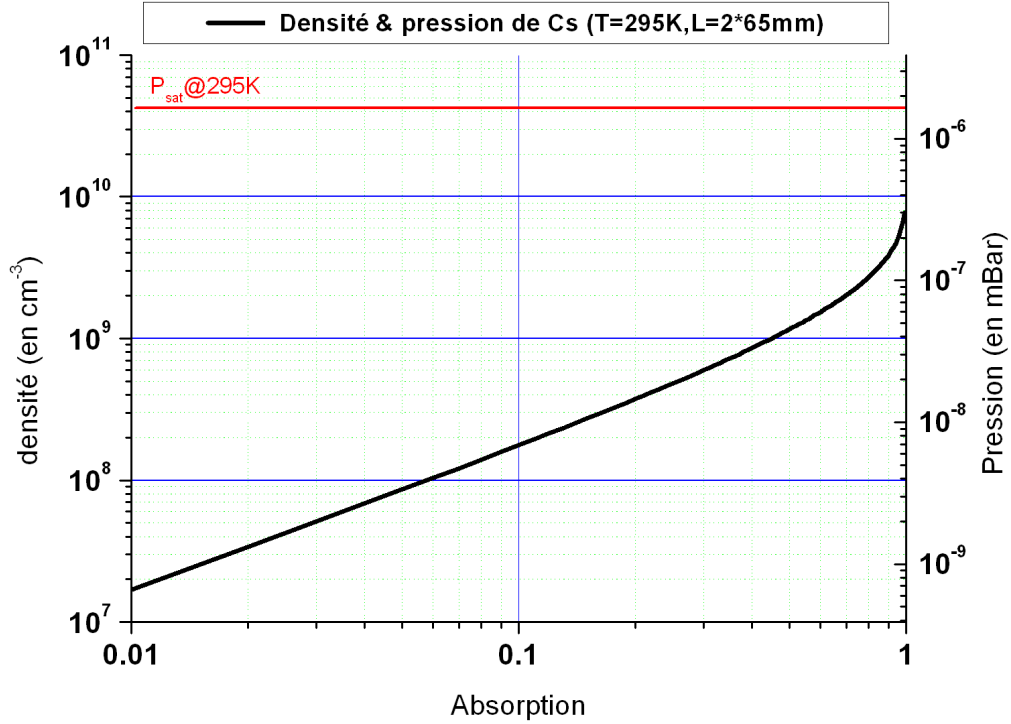


FIG. 4.2 – densité atomique (en  $\text{cm}^{-3}$ ) et pression (en mBar) de vapeur de césium dans l'enceinte en fonction de l'absorption d'un faisceau sonde résonant polarisé circulairement et faiblement saturant. On considère ici que la longueur de vapeur traversée par le faisceau est de 130 mm correspondant au trajet aller-retour dans l'enceinte. On a représenté la ligne de pression de vapeur saturante à  $T=295\text{ K}$  qui vaut  $P_{\text{sat}} = 1.7 \cdot 10^{-6}\text{ mBar}$

$$\sigma_y(1\text{ s}) \propto \frac{\sqrt{(T_{\text{cool}} + T_{\text{int}} + T_{\text{det}})}}{T_{\text{int}} \cdot \sqrt{(1 - e^{-\frac{T_{\text{cool}}}{\tau_{\text{charg}}}}) e^{-\frac{T_{\text{int}}}{\tau_{\text{charg}}}}}} \quad (4.9)$$

Il s'agit alors de déterminer le temps de chargement de la mélasse  $\tau_{\text{charg}}$  et la durée de refroidissement  $T_{\text{cool}}$  qui minimisent la stabilité de fréquence dans la relation 4.9 pour un temps d'interrogation  $T_{\text{int}}$  donné.

Un calcul numérique montre que la stabilité de fréquence (*ie* : l'expression 4.9) est optimisée pour des durées de refroidissement proches du temps de chargement de la mélasse soit  $T_{\text{cool}} \approx \tau_{\text{charg}}$  et pour  $\tau_{\text{charg}} \approx 1.65 T_{\text{int}}$ <sup>5</sup>. Ainsi, pour une durée d'interrogation typique de  $T_{\text{int}} = 35\text{ ms}$  on a  $T_{\text{cool}} = \tau_{\text{charg}} = 60\text{ ms}$ .

5. Ce comportement quasi-linéaire est surprenant mais reste difficile à interpréter qualitativement



### 4.1.3 Refroidissement isotrope Doppler

Nous étudions tout d'abord la séquence de refroidissement la plus simple à savoir celle utilisant des paramètres Doppler et une géométrie purement isotrope<sup>6</sup>. Elle consiste en une impulsion unique de durée  $T_{cool}$  pendant laquelle la puissance lumineuse injectée dans la cavité est maintenue constante à un niveau  $P_{iso}$  et où le désaccord fréquentiel  $\delta_{iso}$  est lui aussi fixe. Le schéma de la séquence est représenté sur la figure 4.3. Sauf mention contraire, on étudiera ici le nombre d'atomes froids présents dans le nuage juste après l'extinction des faisceaux refroidisseurs (pas de temps de vol) et dans un régime standard où les processus de recapture sont inexistantes ou négligeables.

Afin de caractériser l'efficacité de cette séquence ainsi que les propriétés du nuage d'atomes froids créé, j'ai réalisé plusieurs types de mesures qui sont présentées sur la figure 4.4. Pour chacune d'elles le nombre absolu d'atomes est déduit de l'absorption relative du faisceau sonde vertical (voir page 141).

La figure 4.4 a) montre le nombre d'atomes froids chargés dans la mélasse optique en fonction du temps de refroidissement  $T_{cool}$ . Cette mesure est réalisée avec une puissance injectée  $P_{iso} = 45$  mW et un désaccord de  $\delta_{iso} = -2\Gamma$ . La courbe de chargement est ajustée à l'aide de la relation 4.3, on trouve  $N = 3.4 \cdot 10^7$  et  $\tau_{charg} = 122$  ms.

Les figures 4.4 c) et d) montrent les dépendances en puissance laser  $P_{iso}$  et désaccord  $\delta_{iso}$  du nombre d'atomes détectés après un temps de chute nul  $T_{int} = 0$  ms pour un refroidissement de 100 ms. On voit alors que l'on pourrait augmenter encore un peu le nombre d'atomes en disposant d'une puissance laser supérieure ou alors d'une cavité plus réfléchissante. L'optimum en désaccord se situe vers  $\delta_{iso} = -1.5\Gamma$  pour cette durée de refroidissement de 100 ms mais est plutôt vers  $\delta_{iso} = -2\Gamma$  une fois le régime stationnaire atteint (voir courbe 4.4 a)).

Il est intéressant de regarder l'évolution temporelle du nombre d'atomes détectés après la fin du refroidissement, lorsque les lasers sont éteints. Cette mesure permet d'évaluer les pertes d'atomes au cours de leur chute dans le champ de pesanteur. Ce temps correspond, lors du fonctionnement de l'horloge, à la phase d'interrogation de durée  $T_{int}$ . Compte tenu des températures obtenues de  $T = 35 \mu\text{K}$ <sup>7</sup> et des temps de chute relativement courts ( $T_{int} \leq 50$  ms), on s'attend à ce que les pertes par expansion thermique soient négligeables devant les pertes par collisions avec la vapeur. La constante de temps typique de ces pertes est alors  $\tau_{charg}$ . Dans ces conditions, le nombre d'atomes détectés  $N_{det}$  évolue globalement comme  $N_{det} \propto e^{-\frac{T_{int}}{\tau_{charg}}}$ . La figure 4.4 b) présente le nombre d'atomes effectivement détectés après un refroidissement de 100 ms (■) ainsi que le nombre d'atomes attendus sous l'hypothèse de pertes collisionnelles (▲). Il est alors évident que quelque chose d'inattendu voire d'anormal se passe. Le nombre d'atomes détectés ne décroît pas exponentiellement comme attendu mais au contraire il croît pendant 45 ms après l'extinction des lasers. Après  $T_{int} = 70$  ms le nombre d'atomes détectés est identique à celui à  $T_{int} = 0$  ms ! Or, un atome initialement au centre de la cavité et accéléré par la gravité doit en sortir après 65 ms de chute. Ces deux observations ne sont pas compatibles.

6. Nous verrons par la suite une séquence de refroidissement dans laquelle le faisceau de détection vertical (collimaté, polarisation définie) est utilisé. La géométrie des faisceaux refroidisseur n'est donc pas purement isotrope.

7. Cette température est bien en deçà de la température limite Doppler du Cs de  $125 \mu\text{K}$ . Il existe donc déjà des processus sub-Doppler avec des paramètres Doppler.

### Refroidissement Doppler Isotrope

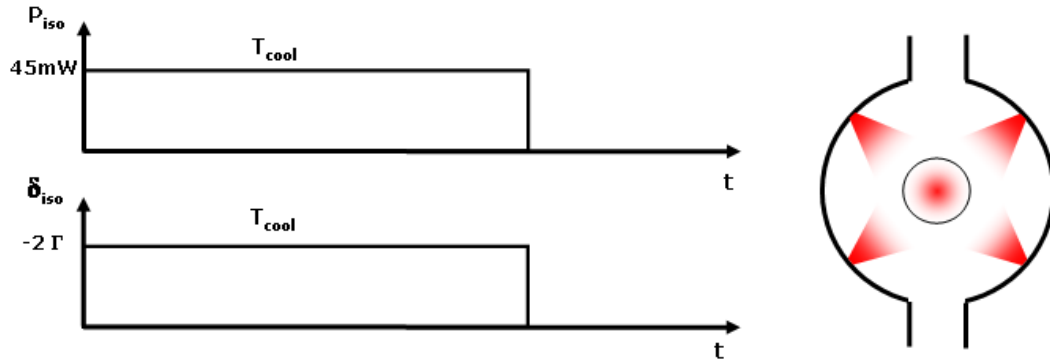


FIG. 4.3 – Séquence de refroidissement Doppler. Le désaccord du laser refroidisseur est maintenu fixe à  $\delta_{iso} = -2\Gamma$ , la puissance à  $P_{iso} = 45$  mW.

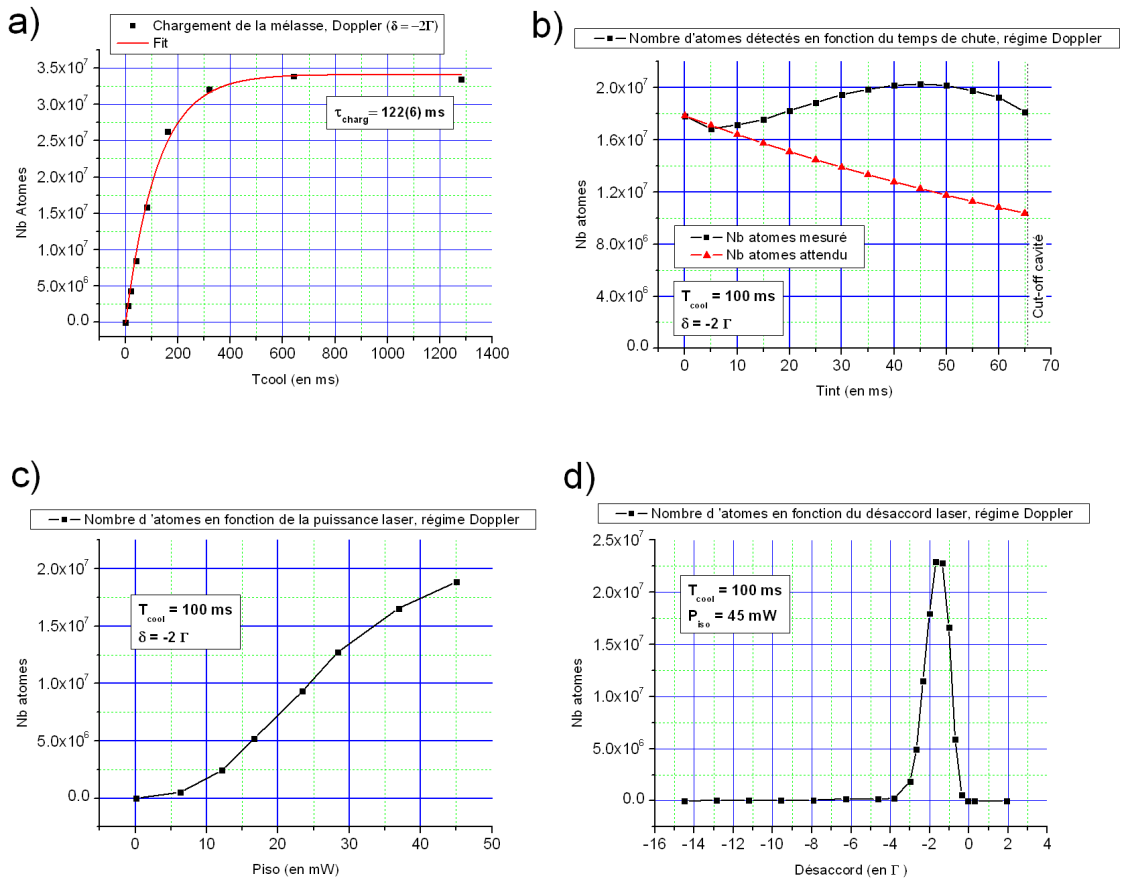


FIG. 4.4 – Etude de la séquence de refroidissement Doppler. Pour ces mesures l'absorption du faisceau sonde due à la vapeur thermique est de 16%. voir texte pour conclusions sur les mesures.

J'interprète cette évolution étonnante par une distribution atypique du nuage d'atomes froids. Je pense que les fuites de lumière dans la direction verticale (par les deux trous permettant le passage du faisceau de détection) induisent une anisotropie du rayonnement, générant un déficit d'atomes froids selon cet axe. Il me semble alors plausible que le nuage d'atomes froids ne présente pas un profil transverse avec un maximum au centre mais plutôt avec un déficit d'atomes au centre laissant apparaître alors deux lobes sur les côtés à la manière d'une cacahuète. Lors de leur expansion thermique ces atomes entrent dans le volume du faisceau de détection et participent donc au signal.

Il est difficile de vérifier cette hypothèse directement car les accès optique sont plus que réduits dans la cavité. Par ailleurs, les observations indirectes de ce phénomène de transit ne permettent pas de tirer de renseignements exacts sur la distribution spatiale et en vitesse des atomes après une phase de refroidissement Doppler.

Cet effet de "transit" d'atomes dans la cavité est potentiellement très néfaste pour l'horloge car on peut alors détecter des atomes se déplaçant transversalement dans la cavité et donc explorant des zones de phases et d'amplitude non définies (*ie*: très différentes de celles rencontrées sur l'axe vertical) au cours de l'interrogation.

**Pour ces raisons il est préférable de ne pas faire fonctionner l'horloge en mode de refroidissement purement Doppler, la dynamique atomique restant encore mal comprise.**

#### 4.1.4 Refroidissement sub-Doppler

La température atomique joue un rôle secondaire dans le cadre d'un fonctionnement terrestre pour HORACE. En effet, les faibles durées d'interactions ( $T_{int} \leq 50$  ms) ne permettent pas au nuage de grossir significativement même avec une température de  $35 \mu\text{K}$  observée en régime Doppler. Aussi, il n'est pas nécessaire d'utiliser des atomes ultra-froids (qq  $\mu\text{K}$ ) pour un fonctionnement optimal sur Terre.

En revanche, pour un fonctionnement en micro-gravité (voir page 170), la température atomique est un paramètre très important.

Des températures de quelques  $\mu\text{K}$  ont été obtenues avec HORACE [61] bien que la polarisation du champ lumineux ne soit pas définie dans la cavité. Ce refroidissement sub-Doppler est réalisée en diminuant progressivement<sup>8</sup> l'intensité des faisceaux refroidisseurs. Nous avons ainsi obtenu des température de  $5 - 10 \mu\text{K}$  avec une rampe d'intensité de 3 ms, et ce sans constater de diminution du nombre d'atomes. Il est donc possible d'obtenir des températures largement sub-Doppler tout en préservant la simplicité du banc optique (seul un atténuateur variable est nécessaire). Des températures jusqu'à  $2 \mu\text{K}$  ont été observées en réalisant après une rampe de fréquence de 2 ms jusqu'à  $-10 \Gamma$  mais au prix d'une baisse significative du nombre d'atomes.

#### 4.1.5 Utilisation du faisceau vertical

Il est clair que les deux ouvertures servant au passage du faisceau de détection brisent l'isotropie du rayonnement dans la cavité. Afin de compenser ces pertes lumineuses, j'ai essayé d'utiliser ce même faisceau pendant la phase de refroidissement. Les mesures suivantes montrent une influence notable de ce faisceau sur le nombre d'atomes froids bien qu'il ne soit

8. La rampe se fait jusqu'à intensité nulle. A noter que, contrairement à ce qui est fait habituellement, nous ne changeons pas la fréquence des faisceaux pendant cette phase.

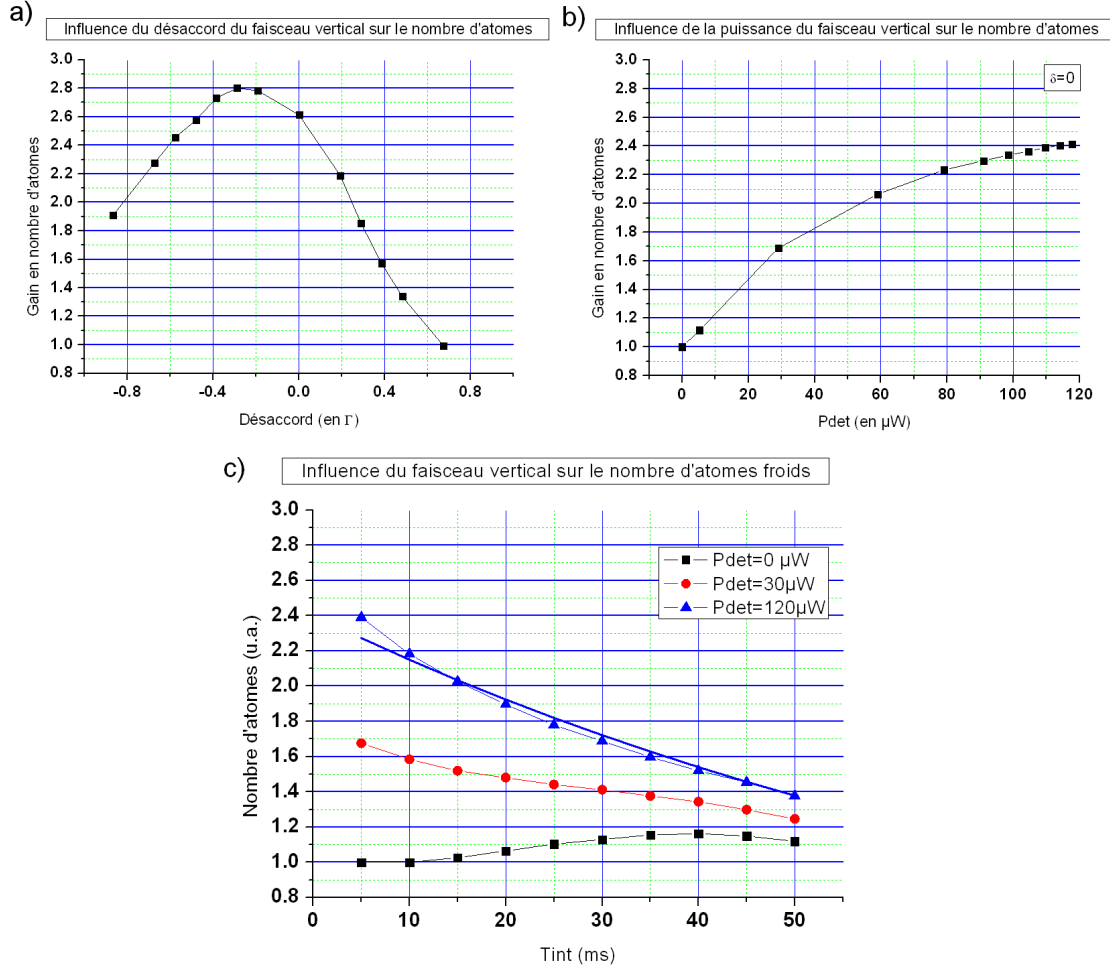


FIG. 4.5 – Etude de l'influence du faisceau vertical pendant le refroidissement. Pour ces mesures l'absorption du faisceau sonde due à la vapeur thermique est de 15% et  $T_{cool} = 40$  ms. voir texte pour conclusions sur les mesures.

pas vraiment optimisé pour le refroidissement ( $P_{max} = 150 \mu W$ ,  $-\Gamma/4 < \delta_L < 0$ ). Le collimateur de détection étant très gourmand en puissance optique (transmission de 20%) je n'ai pas pu étudier l'influence du faisceau vertical pour des puissances supérieures à  $150 \mu W$ . Pour les mesures suivantes le faisceau vertical est allumé en même temps que les faisceaux isotropes ( $P_{iso} = 45$  mW).

La figure 4.5 a) montre le gain sur le nombre d'atomes détectés (par rapport à la configuration purement isotrope) en fonction du désaccord du faisceau vertical. L'optimum se situe aux environs de  $\delta = -\Gamma/3$  et correspond à un gain de 2.8. En pratique, il n'est pas possible expérimentalement de modifier le désaccord du faisceau de détection pendant la séquence, le désaccord est donc maintenu à 0 afin d'optimiser le RSB de détection même si cette valeur ne procure pas le maximum d'atomes.

La figure 4.5 b) montre le gain sur le nombre d'atomes détectés en fonction de la puissance du faisceau vertical. Il est intéressant de constater que le nombre d'atomes saturent et ce pour des puissances très faibles du faisceau environ  $100 \mu W$ , soit environ 400 fois plus faibles que

$P_{iso}$  (la saturation correspondante est de l'ordre de 0.5).

La figure 4.5 c) présente la variation du nombre d'atomes détectés en fonction du temps de chute  $T_{int}$  pour différentes puissances du faisceau vertical ( $0 \mu W$ ,  $30 \mu W$ ,  $120 \mu W$ ). A puissance nulle on retrouve le comportement de "transit" d'atomes vu précédemment. Pour des puissances de  $100 \mu W$  il est surprenant de voir que l'influence du faisceau est considérable. D'une part ce "transit" d'atomes n'apparaît plus (le nombre d'atomes semble alors régi par les pertes collisionnelles comme le montre le ligne pleine de la figure), et d'autre part le nombre d'atomes détectés est notablement augmenté. Le gain est d'environ 2.4.

L'utilisation de ce faisceau ne modifie pas le temps de chargement de la mélasse. Une étude plus approfondie montre que la polarisation ( $\sigma$  ou *lin per lin*) du faisceau a une influence négligeable tant sur le nombre d'atomes que sur la température.

#### 4.1.6 La séquence retenue finalement

Nous utilisons finalement une séquence de refroidissement avec des paramètres Doppler pendant laquelle le faisceau vertical est allumé. Ainsi pour un chargement total de la mélasse on détecte environ  $8 \cdot 10^7$  atomes, ce qui correspond environ à  $2 \cdot 10^8$  atomes dans tout le nuage. Dans cette configuration la température atomique est de  $T = 35 \mu K$  environ. Le profil spatial du nuage est approchée par une distribution gaussienne de rayon à  $1/\sqrt{e} \sigma_0 = 4 mm$ .

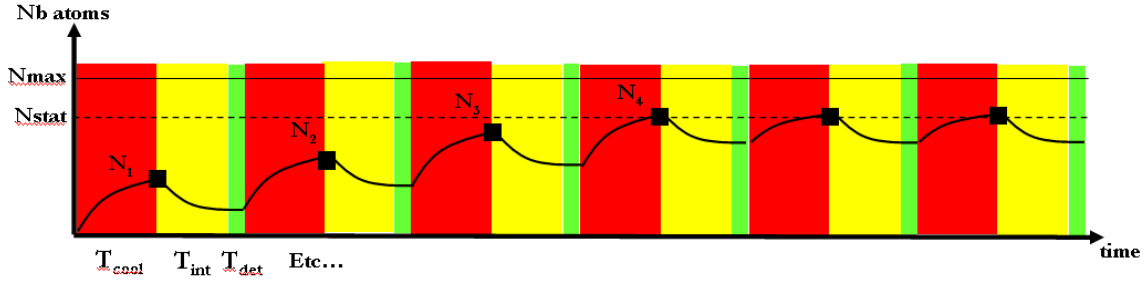


FIG. 4.6 – Schéma de principe de la recapture.

#### 4.1.7 Le régime de recapture des atomes froids

Nous avons évoqué au chapitre précédent la possibilité de recapturer une partie des atomes froids d'un cycle d'horloge à l'autre. En effet, si la chute des atomes froids est suffisamment faible une fraction importante du nuage demeure encore dans la zone de capture de la mélasse. Ainsi, au cycle suivant quand on rallume les lasers, la mélasse est déjà partiellement chargée. Cette particularité du fonctionnement d'HORACE permet de réduire significativement, une fois le régime stationnaire atteint, la durée du refroidissement à nombre d'atomes fixes ou inversement, d'augmenter le nombre d'atomes chargés dans une durée donnée. J'ai pu mettre à profit cette recapture afin d'optimiser le fonctionnement de l'horloge. Cette partie se propose d'étudier quelques aspects de ce phénomène de recapture dont le principe est montré sur la figure 4.6.

La recapture est efficace si les conditions suivantes sont réunies :

- Le temps de chute des atomes ne doit pas être trop long afin que les atomes froids restent dans la zone de capture ( $T_{int} \leq 40$  ms).
- La détection ne doit pas être destructive pour le nuage d'atomes<sup>9</sup>.
- Le nombre d'atomes recapturés doit être comparable au nombre d'atomes chargés. En particulier, les processus de sélection Zeeman sont défavorables à la recapture puisqu'ils éliminent près de 90% des atomes froids.

Dans cette partie on considère un nuage contenant  $N$  atomes. Le chargement de la mélasse, initialement vide, est régi par la relation

$$N = N_{max} (1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}})$$

Ce nuage présente un profil gaussien en expansion thermique, son rayon à  $1/\sqrt{e}$  est alors tel que  $\sigma_r = \sqrt{\sigma_0^2 + (\sigma_v T_{int})^2}$ .  $\sigma_0$  est le rayon du nuage juste après le refroidissement,  $\sigma_v = \sqrt{\frac{k_B T}{M_{Cs}}}$  traduit la dispersion en vitesse des atomes dans le nuage.

On introduit une fonction de recouvrement notée  $R(T_{int})$  qui traduit la superposition spatiale entre le nuage d'atomes et la zone de capture. Cette fonction tient compte du recouvrement géométrique dû à la chute du nuage et à son expansion thermique mais aussi des pertes brutes d'atomes d'origines collisionnelles. On a bien sûr  $R(0) = 1$  et  $R(\infty) = 0$ .

9. C'est le cas en pratique puisque d'une part le faisceau de détection est faiblement saturant et d'autre part la majeure partie des atomes recapturés en mode horloge proviennent des états de  $|3, m_F \neq 0\rangle$  qui ne voient pas le faisceau de détection.

Il est délicat de définir quantitativement une zone de capture en géométrie isotrope. *A priori* tout le volume de la cavité peut être considéré comme zone de capture si le rayonnement est parfaitement isotrope, or, on sait que ce n'est pas le cas. Aussi je postule qu'elle correspond à la taille du nuage d'atomes mesurée en refroidissement Doppler en régime stationnaire (mélasse totalement chargée). La zone de capture de la mélasse est donc considérée comme une distribution gaussienne de rayon à  $1/\sqrt{e}$  noté  $\sigma_{capt}$ . En pratique on a  $\sigma_{capt} \approx 4$  mm.

Dans cette partie on évaluera successivement :

- L'expression de la fonction de recouvrement  $R(T_{int})$ .
- Le nombre d'atomes froids contenus dans le nuage en régime stationnaire de recapture.
- Le nombre d'atomes froids participant à la détection.

### Expression de la fonction de recouvrement $R(T_{int})$

Il s'agit ici de déterminer quantitativement l'expression de  $R(T_{int})$  en fonction des différents paramètres du nuage et de la séquence de fonctionnement.

On considère l'influence des pertes d'origines géométriques, dues à la chute du nuage dans la champ de pesanteur et à son expansion thermique. Ces pertes correspondent au recouvrement entre le profil de densité du nuage, noté  $nuage(\vec{r}, T_{int}, T)$ , avec la zone de capture notée  $capture(\vec{r})$ . On considère aussi les pertes collisionnelles avec la vapeur de Cs décrites par  $collisions(T_{int})$ .

Dans un repère (x,y,z) d'origine le centre de la cavité où  $\vec{z}$  est colinéaire à  $\vec{g}$ , la fraction  $R(T_{int})$  du nuage d'atomes froids restant dans la zone de capture après un temps de chute  $T_{int}$  s'écrit:

$$R(T_{int}) = \underbrace{\left( \iiint_V nuage(\vec{r}, T_{int}, T) \cdot capture(\vec{r}) d^3r \right)}_{\text{Recouvrement géométrique}} \cdot collisions(T_{int}) \quad (4.10)$$

qui s'exprime comme :

$$R(T_{int}) = A \left( \iiint_V \frac{e^{-\frac{x^2+y^2+(z-\frac{g}{2}T_{int}^2)^2}{2\sigma_r^2}}}{(\sqrt{2\pi}\sigma_r)^3} \cdot \frac{e^{-\frac{x^2+y^2+z^2}{2\sigma_{capt}^2}}}{(\sqrt{2\pi}\sigma_{capt})^3} d^3r \right) \cdot e^{-\frac{T_{int}}{\tau_{charg}}} \quad (4.11)$$

où  $A$  est un coefficient permettant de normaliser  $R(T_{int} = 0)$  à 1.

La figure 4.7 montre l'évolution en fonction du temps de chute du recouvrement géométrique entre le nuage d'atomes et la zone de capture pour différentes températures atomiques (5, 35 et 125  $\mu$ K). Pour les temps de chutes considérés ( $T_{int} = 0..50$  ms), l'expansion thermique du nuage est faible et la température n'a que peu d'influence sur la géométrie du nuage et sur la recapture. La même figure montre le comportement de  $R(T_{int})$ . Pour des temps de chute typiques de 30-40 ms entre 20 et 50% des atomes sont potentiellement recapturés.

### Calcul du nombre d'atomes froids en régime stationnaire de recapture

On propose ici un modèle d'évolution du nombre d'atomes froids  $N_n$  dans le nuage, juste après le refroidissement, dans le régime de recapture en fonction du cycle  $n$ . La séquence de fonctionnement considérée est la suivante :

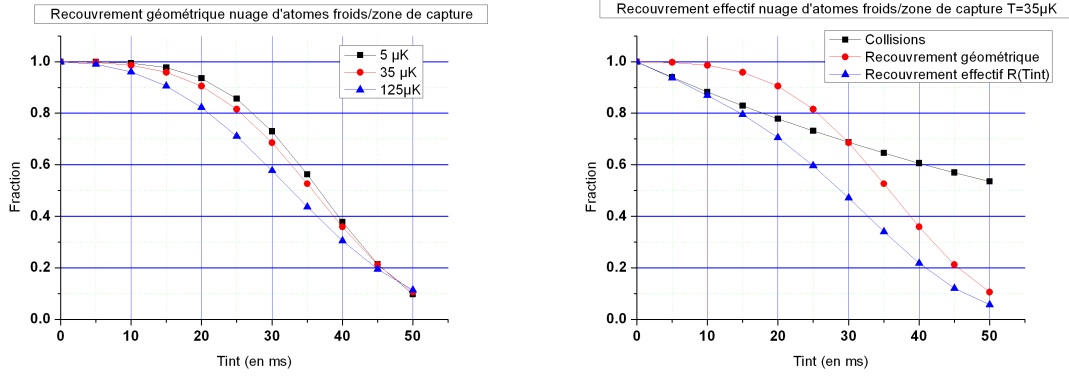


FIG. 4.7 – Etude de la fraction d’atomes recapturés. Les courbes sont calculées avec  $\sigma_0 = \sigma_{capt} = 4$  mm et  $\tau_{charg} = 80$  ms. **A gauche:** on étudie le recouvrement géométrique entre le nuage et la zone de capture pour des températures atomiques de 5, 35 et 125  $\mu$ K en fonction du temps de chute  $T_{int}$ . On remarque que la température influe très peu pour ces faibles temps de chute. **A droite:** on montre la fraction effective d’atomes recapturés ( $\blacktriangle$ ) (ie: en tenant compte des pertes par collisions) pour une température de 35  $\mu$ K. Le recouvrement géométrique est représenté en  $\blacksquare$ , les pertes collisionnelles en  $\bullet$ . En conditions standard, le nombre d’atomes recapturés est de l’ordre 20 à 50%.

1. Chargement de la mélasse durant une durée  $T_{cool}$
2. Evaluation du nombre d’atomes  $N_n$
3. Chute du nuage durant une durée  $T_{int}$
4. Nouveau chargement, etc...

Considérons au cycle 1 un nuage vide d’atomes. Après le chargement on a :

$$N_1 = N_{max}(1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}})$$

Au cycle suivant on a :

$$N_2 = N_1 R(T_{int}) + \Delta N_2$$

où  $N_1 R(T_{int})$  correspond au nombre d’atomes recapturés. Réciproquement,  $\Delta N_2$  est le nombre d’atomes ”nouveaux” capturés dans la mélasse. Ce dernier dépend du nombre d’atomes déjà présent dans la mélasse. Afin de trouver cette nouvelle fraction d’atomes capturés, il suffit de trouver la durée  $t_2$  de chargement permettant d’atteindre un état final de  $N_1 R(T_{int})$  atomes, soit:

$$N_{max}(1 - e^{-\frac{t_2}{\tau_{charg}}}) = N_1 R(T_{int})$$

Ainsi,

$$N_2 = N_{max}(1 - e^{-\frac{t_2 + T_{cool}}{\tau_{charg}}})$$

et finalement on a:

$$N_2 = N_{max}(1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}})(1 + e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}} R(T_{int}))$$

En procédant de manière identique on peut montrer que :



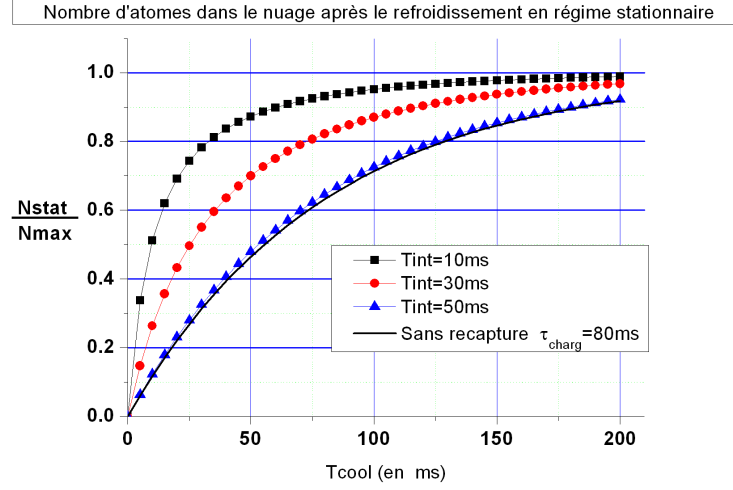


FIG. 4.8 – Etude du nombre d’atomes en régime stationnaire en fonction du temps de refroidissement. On a représenté le comportement de  $N_{stat}$  pour  $T_{int} = 10$  ms (■), 30 ms (●), 50 ms (▲) et pour un régime sans recapture (trait plein). Les courbes peuvent être respectivement approximées par des fonctions de chargement (Eq.4.3) de constantes de temps  $\tau_{charg} = 16, 36$  et 80 ms. Les courbes sont calculées avec  $\sigma_0 = \sigma_{capt} = 4$  mm et  $\tau_{charg} = 80$  ms.

$$N_n = N_{max}(1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}}) \sum_{k=1}^n (e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}} R(T_{int}))^{k-1} = N_{max}(1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}}) \frac{1 - (e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}} R(T_{int}))^n}{1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}} R(T_{int})} \quad (4.12)$$

Ainsi le nombre d’atomes atteint à l’état stationnaire de recapture noté  $N_{stat}$  vaut:

$$N_{stat} = N_{max} \frac{1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}}}{1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}} R(T_{int})} \quad (4.13)$$

Cette expression est consistante, pour un recouvrement parfait ( $R(T_{int}) = 1$ ) la mélasse se charge de cycle en cycle et le nombre d’atomes sature à  $N_{max}$ . Pour un recouvrement nul ( $R(T_{int}) = 0$ ), on retrouve l’expression du chargement standard.

On peut déterminer l’évolution du nombre d’atomes dans le nuage à l’issue du refroidissement à l’aide des relations 4.13 et 4.11.

La figure 4.8 présente ces résultats pour des temps de chute de 10, 30 et 50 ms. On y donne à titre comparatif l’évolution du nombre d’atomes sans recapture régit par la relation de chargement 4.3. En approximant les courbes de 4.8 à l’aide de cette même relation on peut voir que tout se passe comme si la recapture réduisait le temps de chargement effectif de la mélasse. Pour une durée de chute  $T_{int} = 10$  ms (resp. 30 ms), où  $R(10 \text{ ms}) = 0.87$  (resp.  $R(30 \text{ ms}) = 0.47$ ) on trouve un temps de chargement effectif de 16 ms (resp. 36 ms). Ceci est à comparer aux 80 ms de temps de chargement pour un fonctionnement classique.

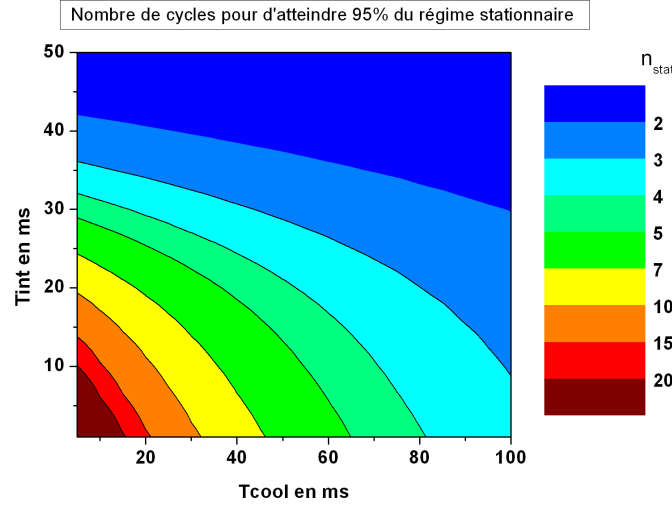


FIG. 4.9 – Etude du nombre de cycles nécessaires à l'établissement du régime stationnaire.

### Evaluation du nombre de cycles nécessaires à l'établissement du régime stationnaire

Il est intéressant, par ailleurs, de connaître le nombre de cycles nécessaires à l'établissement du régime stationnaire. Ceci permet de voir qualitativement sur quelle échelle de temps les nombres d'atomes entre les différents cycles sont corrélés. A l'aide des relations précédentes 4.12 et 4.13 on peut déterminer ce nombre noté  $n_{stat}$  tel que  $\frac{N_{n_{stat}}}{N_{stat}} \geq 95\%$  par exemple.

On a simplement:

$$\frac{N_{n_{stat}}}{N_{stat}} = 1 - \left( e^{\frac{-T_{cool}}{\tau_{charg}}} \cdot R(T_{int}) \right)^{n_{stat}} \geq 0.95 \quad (4.14)$$

La figure 4.9 donne la valeur de  $n_{stat}$  suivant les paramètres  $T_{cool}$  et  $T_{int}$ . La région d'intérêt se trouve vers les courtes durées de  $T_{cool}$  et  $T_{int}$  où la recapture joue un rôle important. Il faut alors un grand nombre de cycles  $n_{stat} \geq 10$  avant que le régime stationnaire ne soit atteint. Pour  $T_{cool} = 40 \text{ ms}$  et  $T_{int} = 30 \text{ ms}$ , 3 à 4 cycles sont nécessaires à cet établissement.

### Evaluation qualitative de la corrélation entre cycles en régime stationnaire

Une fois le régime stationnaire atteint, on peut s'interroger sur la manière dont la recapture relie le nombre d'atomes entre les cycles. En effet, la "corrélation" sera d'autant plus grande que la fraction recapturée sera importante. Ainsi, le nombre d'atomes à un cycle donné dépend de ceux des cycles précédents. La recapture agit alors comme un filtre passe-bas en réalisant une sorte de moyenne glissante sur le nombre d'atomes.

La "portée" de cette moyenne peut être évaluée qualitativement en calculant le nombre de cycles nécessaires à un renouvellement de 95% des atomes constituant le nuage. En première approximation, la proportion d'atomes recapturés d'un cycle à l'autre est donnée par  $R(T_{int})$ , ainsi  $R(T_{int})^n$  représente la fraction d'atomes froids créés lors d'un cycle donné et toujours présents de la nuage  $n$  cycles plus tard. Il est alors aisé de déterminer le nombre  $n_{95\%}$  tel que  $R(T_{int})^{n_{95\%}} \leq 5\%$ . La figure 4.10 présente ces résultats.

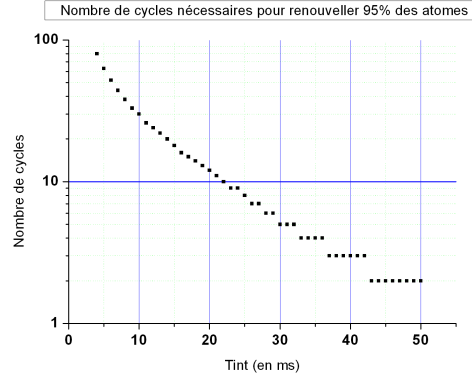


FIG. 4.10 – Etude du nombre de cycles nécessaires à un renouvellement de 95% des atomes de la mélasse

En réalité à cause des collisions, responsables de la saturation du chargement, des atomes recapturés peuvent être éjectés hors de la mélasse lors de la phase de refroidissement. Si le nombre total d'atomes reste sensiblement identique, ce ne sont pas les mêmes atomes et on ne peut plus vraiment parler de corrélation entre les cycles.

Quoiqu'il en soit, on peut alors penser que dans un tel régime de recapture les fluctuations cycle à cycle du nombre d'atomes seront réduites par ce phénomène de lissage, et ce d'autant plus que le moyennage se fera sur un nombre élevé de cycle. En particulier, on peut espérer une plus grande immunité aux fluctuations de puissance et/ou de fréquence du laser refroidisseur, principales sources expérimentales de fluctuations du nombre d'atomes froids créés.

On peut alors imaginer que, dans un régime de recapture très efficace, on puisse s'affranchir ou au moins réduire les fluctuations statistiques (poissonniennes) du nombre d'atomes cycle à cycle. Dans une telle configuration, on détecterait les mêmes atomes entre deux cycles consécutifs et on pourrait diminuer l'amplitude du bruit shot (ou de grenaille).

### Evaluation du nombre d'atomes détectés

Il s'agit ici d'évaluer le nombre d'atomes  $N_{det}$  qui participent à la détection, c'est à dire après une chute de durée  $T_{int}$ . D'une part, le nombre total d'atomes diminue à cause des pertes collisionnelles et d'autre part la fraction du nuage présente dans le cylindre défini par le faisceau de détection tend elle aussi à diminuer à cause de l'expansion thermique.

On calcule donc  $N_{det}$  en intégrant le profil de densité du nuage dans le volume du faisceau de détection de rayon  $R_{det} = 3.5$  mm. On a choisi  $T = 35\mu\text{K}$ ,  $\sigma_0 = 4$  mm et  $\tau_{charg} = 80$  ms.

$$N_{det}(T_{int}, T_{cool}) = \underbrace{N_{stat}(T_{int}, T_{cool}) \cdot collisions(T_{int})}_{N_{at}} \cdot \left( \iiint_{det} nuage(\vec{r}, T_{int}, T) d^3r \right) \quad (4.15)$$

Ici encore la température a relativement peu d'effet pour les temps de chute considérés. L'intégrale de la relation 4.15 reste comprise entre 0.32 ( $T_{int} = 0$  ms) et 0.25 ( $T_{int} = 50$  ms). La fraction d'atomes détectés est essentiellement liée à la taille initiale du nuage et aux collisions. La figure 4.11 présente les variations de  $N_{det}$  en fonction de  $T_{int}$  et  $T_{cool}$ .

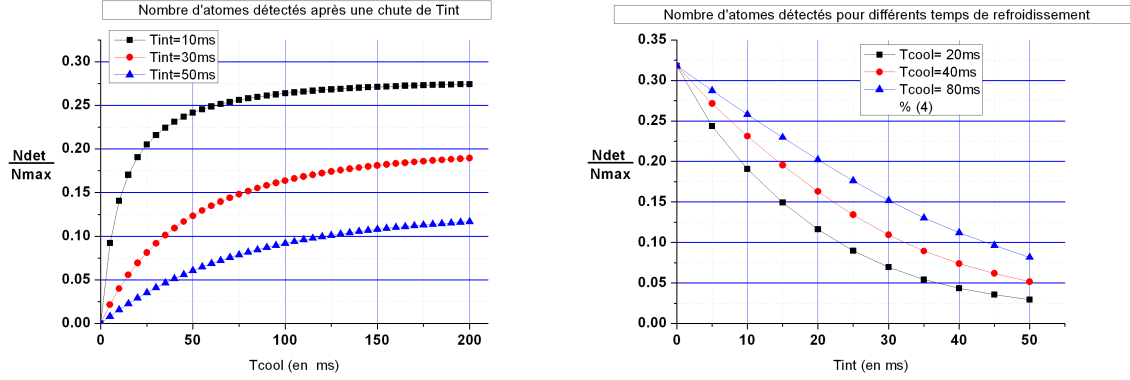


FIG. 4.11 – Etude du nombre d'atomes détectés en régime stationnaire en fonction du temps de refroidissement. **A gauche:** On a représenté le comportement de  $N_{det} = f(T_{cool})$  pour  $T_{int} = 10$  ms (■), 30 ms (●) et 50 ms (▲). **A droite:** On a représenté le comportement de  $N_{det} = f(T_{int})$  pour  $T_{cool} = 20$  ms (■), 40 ms (●) et 80 ms (▲). Les courbes sont calculées avec  $\sigma_0 = \sigma_{capt} = 4$  mm et  $\tau_{charg} = 80$  ms.

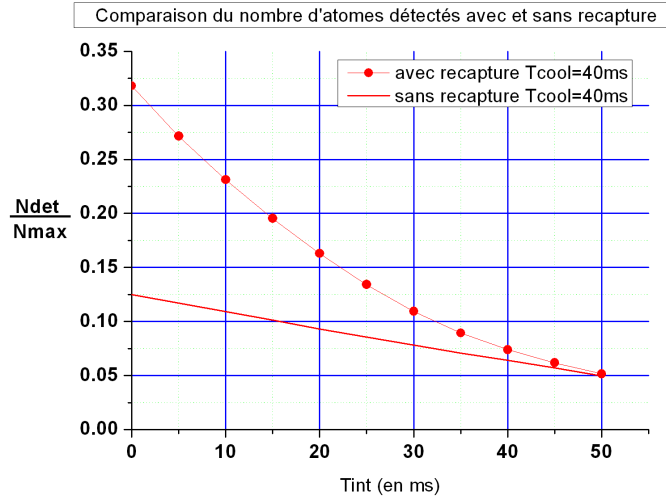


FIG. 4.12 – Comparaison du nombre d'atomes détectés avec (●) et sans recapture (trait plein). Les courbes sont calculées avec  $T_{cool} = 40$  ms,  $\sigma_0 = \sigma_{capt} = 4$  mm,  $T = 35\mu\text{K}$  et  $\tau_{charg} = 80$  ms.

### Etude du gain apporté par la recapture

Nous pouvons comparer le nombre d'atomes obtenus dans les deux régimes de fonctionnement (sans recapture, recapture) pour un couple  $(T_{int}, T_{cool})$  identique. On garde toujours les paramètres  $T = 35\mu\text{K}$ ,  $\sigma_0 = 4$  mm et  $\tau_{charg} = 80$  ms.

Le nombre d'atomes détectés dans le régime de fonctionnement classique (sans recapture) est régi par la relation:

$$N_{classique} = N_{max} \left(1 - e^{-\frac{T_{cool}}{\tau_{charg}}}\right) \cdot \text{collisions}(T_{int}) \cdot \left( \iiint_{det} \text{nuage}(\vec{r}, T_{int}, T) d^3r \right)$$

On doit donc comparer  $N_{classique}$  à  $N_{det}$ . Cette comparaison est faite sur la figure 4.12. On y a représenté  $N_{classique}$  et  $N_{det}$  en fonction de  $T_{int}$  pour une durée de refroidissement de  $T_{cool} = 40$  ms.

La fonction représentant le gain de la recapture est directement donnée par le rapport du nombre d'atomes chargés:

$$Gain(T_{int}, T_{cool}) = \frac{N_{stat}(T_{int}, T_{cool})}{N_{max}(1 - e^{\frac{-T_{cool}}{\tau_{charg}}})} = \frac{1}{1 - e^{\frac{-T_{cool}}{\tau_{charg}}} \cdot R(T_{int})} \quad (4.16)$$

On a représenté sur la figure 4.13 le gain apporté par la recapture. Le gain est substantiel ( $> 2$ ) pour les faibles durées de temps de chute et de refroidissement. Pour des durées de chute importantes, le recouvrement est si faible qu'il n'y a presque aucun gain.

### Etude expérimentale de la recapture.

Cette partie présente les mesures que j'ai réalisées afin d'étudier l'efficacité de la recapture. Pour cela, j'ai évalué le nombre d'atomes détectés  $N_{det}$  en faisant varier les paramètres  $T_{cool}$  et  $T_{int}$ .

Pour ces mesures la séquence expérimentale est la suivante:

- On refroidit les atomes pendant  $T_{cool}$  à l'aide des faisceaux isotropes et avec le faisceau vertical suivant la séquence décrite précédemment (voir page 124).
- Il n'y a pas de phase de préparation. On détecte donc tous les atomes refroidis quels que soient leurs sous-niveaux Zeeman.
- On laisse chuter les atomes durant une durée  $T_{int}$
- On détecte le nombre d'atomes par absorption verticale.

**Mesures** La figure 4.14 montre la variation du nombre d'atomes détectés (reporté au nombre total d'atomes  $N_{max}$ ) en fonction du temps d'interrogation  $T_{int}$  et ce pour 3 valeurs de  $T_{cool} = 20, 40$  et 80 ms. Les courbes continues sont issues du modèle précédemment exposé.

Il semble que tout d'abord que le modèle envisagé s'accorde relativement bien aux mesures pour  $T_{int} \geq 10$  ms. L'erreur maximum est en effet de 25 % (surtout pour la courbe  $T_{cool} = 80$  ms), ce qui reste acceptable compte tenu de la simplicité du modèle. Pour les temps  $T_{int} \leq 10$  ms, le modèle ne reflète pas très bien la réalité. J'interprète ce désaccord par l'influence non négligeable de la détection (chauffage) sur la géométrie du nuage d'atomes. Le modèle ne prend pas en compte l'influence des pertes générées par le faisceau sonde résonant.

La figure 4.15 montre une comparaison du nombre d'atomes détectés avec et sans recapture pour  $T_{cool} = 40$  ms (qui la durée utilisée en pratique). Le gain observé expérimentalement est compris entre 1.5 et 3.

**Discussion sur la pertinence du modèle adopté** Le modèle utilisé est relativement simple et considère le cas presque théorique d'un nuage purement gaussien, ce qui n'est pas nécessairement vrai en lumière isotrope. De plus, il est clair qu'il faudrait prendre en compte l'influence des atomes recapturés (en particulier leurs positions) sur la dynamique du chargement des nouveaux atomes.

Je n'ai malheureusement pas eu le temps d'approfondir cette étude.

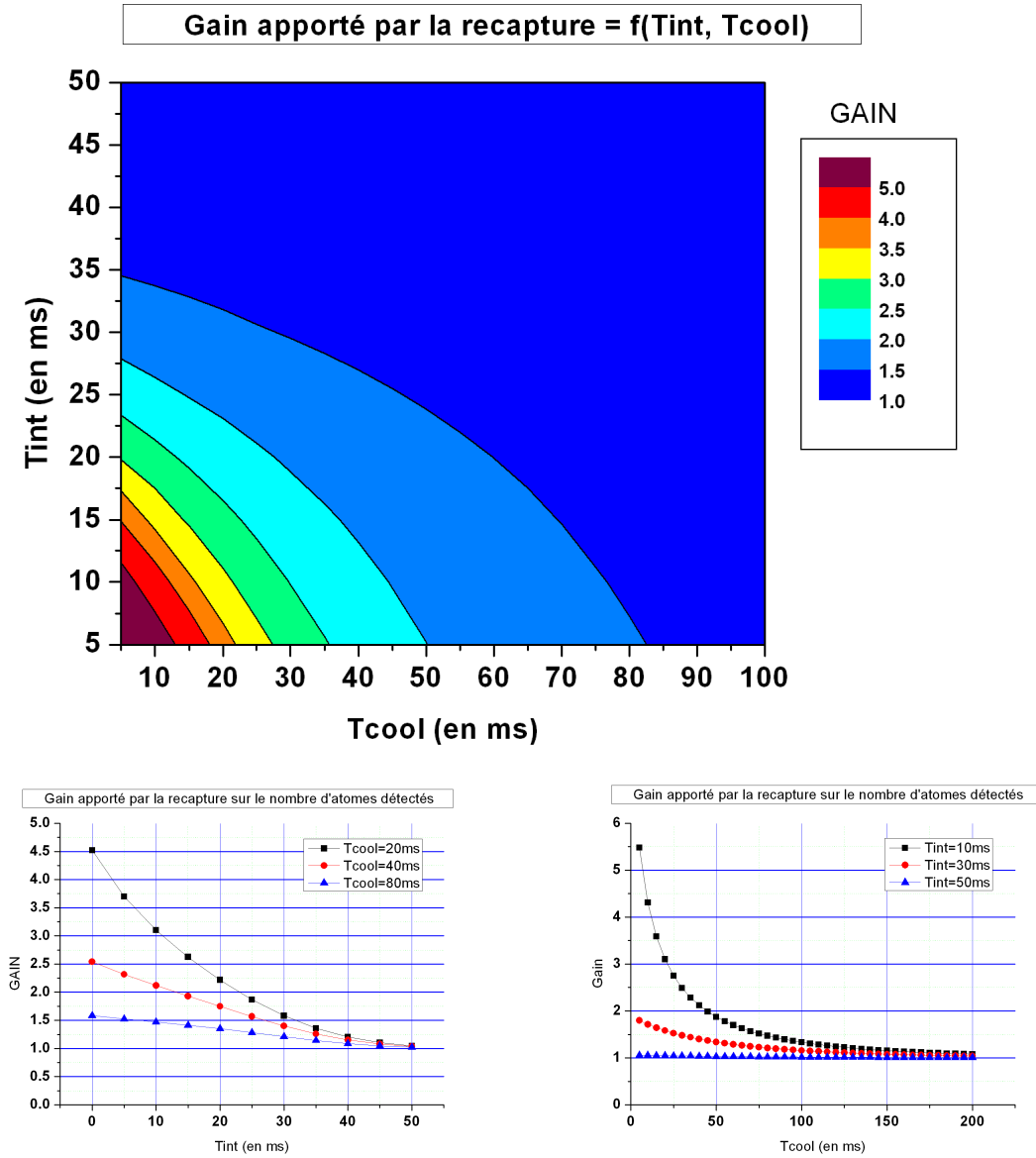


FIG. 4.13 – Etude du gain apporté par la recapture. **En haut:** Le gain sur le nombre d'atomes détectés est représenté en fonction de  $T_{cool}$  et  $T_{int}$ . **A gauche:** Le gain est représenté en fonction de  $T_{int}$  pour  $T_{cool} = 20$  ms (■), 40 ms (●), 80 ms (▲). **A droite:** Le gain est représenté en fonction de  $T_{cool}$  pour  $T_{int} = 10$  ms (■), 30 ms (●), 50 ms (▲). Les courbes sont calculées avec  $\sigma_0 = \sigma_{capt} = 4$  mm,  $T = 35\mu K$  et  $\tau_{charg} = 80$  ms.

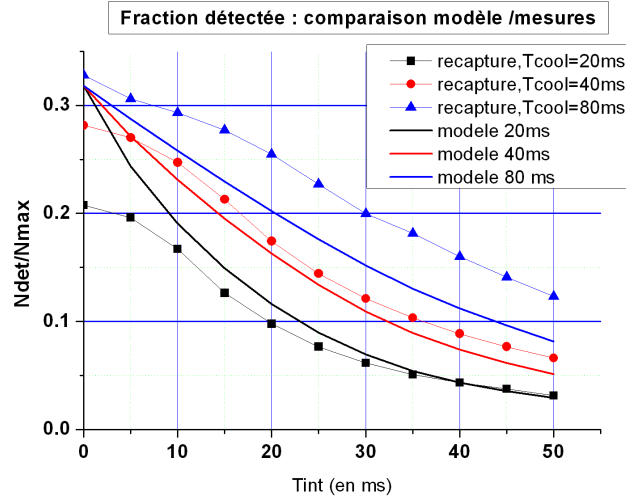


FIG. 4.14 – Fraction du nombre total d'atomes détectés. Les courbes expérimentales sont données pour  $T_{cool} = 20$  ms (■), 40 ms (●), 80 ms (▲). Les courbes en traits pleins correspondent au modèle théorique.

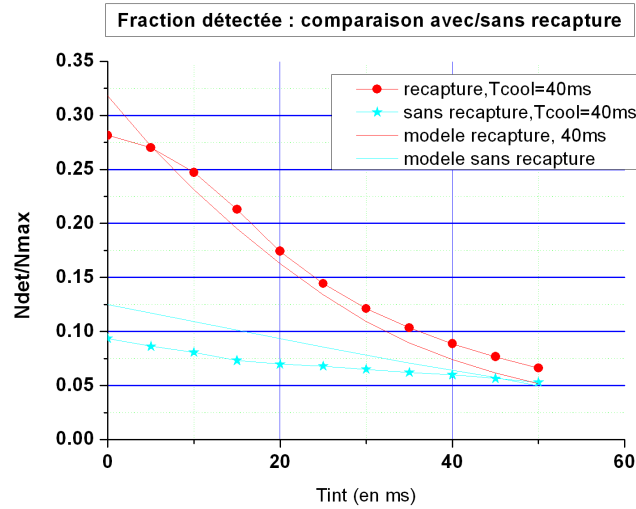


FIG. 4.15 – Comparaison expérimentale avec/sans recapture. Les courbes expérimentales sont données pour  $T_{cool} = 40$  ms (● recapture, ★ sans recapture). Les courbes en traits pleins correspondent au modèle théorique.

### 4.1.8 Stabilité du nombre d'atomes froids

#### Enjeux

La stabilité au cours du temps du nombre d'atomes froids détectés  $N_{det}$  est un enjeu clé dans le développement d'un dispositif métrologique à atomes froids et particulièrement pour le projet HORACE. Cet enjeu est double.

D'une part, la stabilité à très court terme de  $N_{det}$  (de 1 à quelques cycles) a un impact direct sur la complexité de la séquence de détection. Si les fluctuations de  $N_{det}$  sont petites devant les bruits techniques et fondamentaux alors on peut asservir l'horloge sur la mesure directe du nombre d'atomes. Dans le cas d'HORACE on mesure l'absorption d'une seule population. En revanche, si les fluctuations cycle à cycle de  $N_{det}$  sont grandes devant les autres sources de bruit et limitent le rapport signal à bruit de la mesure alors on doit s'en affranchir en mesurant à chaque cycle la probabilité de transition qui, elle, est indépendante du nombre total d'atomes  $N_{det}$ . Pour cela on doit recourir à une séquence de détection où les deux populations sont mesurées. Ce procédé est couramment utilisé sur les fontaines atomiques et permet une réjection d'un facteur 50 environ des fluctuations de  $N_{det}$ , mais il donne lieu à un schéma de détection nettement plus complexe où 4 interactions optiques sont nécessaires (détection-pousseur-repompeur-détection). Si l'implémentation de ce type de séquence n'est pas un problème sur les étalons primaires, elle l'est sur des dispositifs simplifiés comme HORACE. La description de ces séquences de détection appliquées à HORACE sera faite page 145.

D'autre part, la stabilité à long terme de  $N_{det}$  a une influence directe sur la stabilité de l'horloge à cause du déplacement de fréquence collisionnel entre atomes froids qui dépend de  $N_{det}$  (plus exactement de la densité atomique).

Il est donc important pour ces deux raisons de connaître, de maîtriser voire d'améliorer la stabilité du nombre d'atomes froids sur ces deux échelles de temps. Ceci a été un des enjeux majeurs de mon travail de thèse.

#### Mesures de la stabilité court terme du nombre d'atomes froids

La figure 4.16 présente la mesure de la stabilité de  $N_{det}$  en fonction de  $N_{det}$ . Pour cela, on fait varier le nombre d'atomes détectés en changeant les paramètres de la séquence (puissance laser,  $T_{cool}$ ) et on mesure l'écart type d'Allan relatif à 1 coup de la série. On étudie alors la fonction  $\frac{\sigma_{N_{det}}}{N_{det}} = f(N_{det})$ . Pour ces mesures on a  $T = 35 \mu\text{K}$ . Le nombre d'atomes est mesuré par absorption.

La mesure présentée sur la figure 4.16 met en évidence plusieurs choses.

Pour  $N_{det} < 10^7$  l'écart type relatif varie comme  $N_{det}^{-1}$ ; nous verrons durant l'étude de la détection (page 141) que cela correspond aux différents bruits techniques dont l'amplitude est constante (bruit électronique, shot noise optique).

Pour  $N_{det} > 10^7$  l'écart type présente une variation en  $N_{det}^{-1/2}$  qui est caractéristique d'un bruit de grenaille ou shot noise. Ce bruit, que nous décrirons aussi par la suite, témoigne des fluctuations poissonniennes du nombre d'atomes froids. Ce bruit a un caractère fondamental. L'observer rend compte de la qualité du processus de détection comme de la très bonne stabilité coup à coup des techniques de refroidissement mises en oeuvre.

**L'obtention de fluctuations coup à coup au niveau de  $2 \cdot 10^{-4}$  avec un schéma expérimental aussi simple traduit la grande robustesse de la géométrie isotrope.**

Il est légitime de se demander si les processus de recapture peuvent améliorer la stabilité coup à coup du nombre d'atomes. En effet, la recapture corrèle partiellement le nombre d'atomes



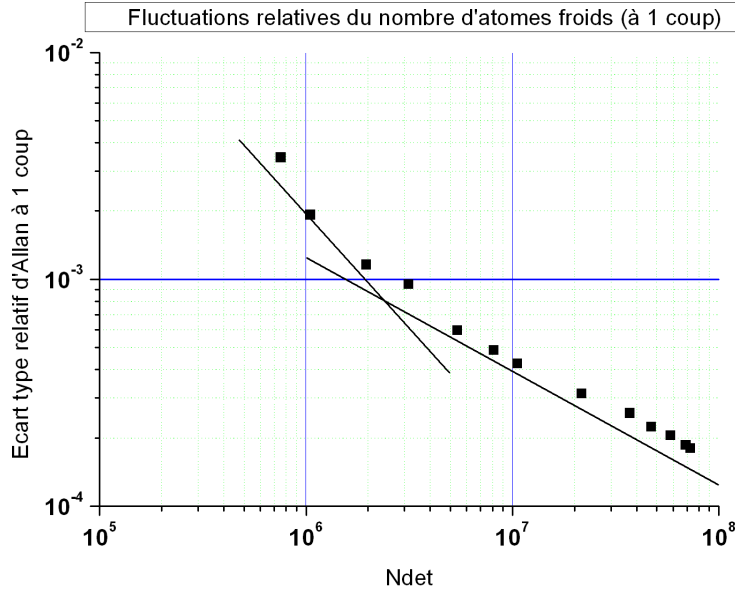


FIG. 4.16 – Etude des fluctuations relatives du nombre d'atomes froids à 1 coup.

cycle à cycle. On pourrait donc s'attendre à une réduction du bruit shot dans le régime de recapture. En poussant à la limite, si on recapturait tous les atomes d'un coup à l'autre, ces fluctuations devraient disparaître. Néanmoins, je n'ai pas observé de réduction du bruit dans le régime de recapture. La courbe 4.16 reste donc identique avec ou sans recapture.

### Mesures de la stabilité long terme du nombre d'atomes froids

Comme mentionné plus haut, la stabilité à long terme de  $N_{det}$  est d'importance car elle peut jouer directement sur la stabilité de fréquence de l'horloge à cause du déplacement de fréquence collisionnel.

La figure 4.17 présente une mesure des fluctuations relatives de  $N_{det}$  sur une période d'une journée. L'écart type d'Allan est alors calculé jusqu'à  $10^4$  sec. Cette mesure est réalisée lors du fonctionnement de l'horloge. Le nombre d'atomes détectés est alors environ de  $3 \cdot 10^6$  correspondant à un RSB de 500, le temps de cycle est de 90 ms. A noter qu'aucune précaution particulière (asservissement, régulation thermique) n'a été prise pour cette mesure hormis une sommaire isolation thermique du banc optique (couverture le recouvrant entièrement).

L'écart-type se moyenne comme du bruit blanc jusqu'à 2 s puis on observe un excès de bruit à 100 s dû à la climatisation de la pièce. Il est probable que cette variation soit la conséquence d'un déséquilibre de puissance fluctuant entre les différentes fibres du coupleur multimode qui déforme le nuage et donc la fraction détectée. Cependant l'écart type relatif reste de l'ordre de  $10^{-2}$  à  $10^4$  sec ce qui est acceptable. On peut espérer un meilleur comportement long terme grâce à un contrôle accru de la température.

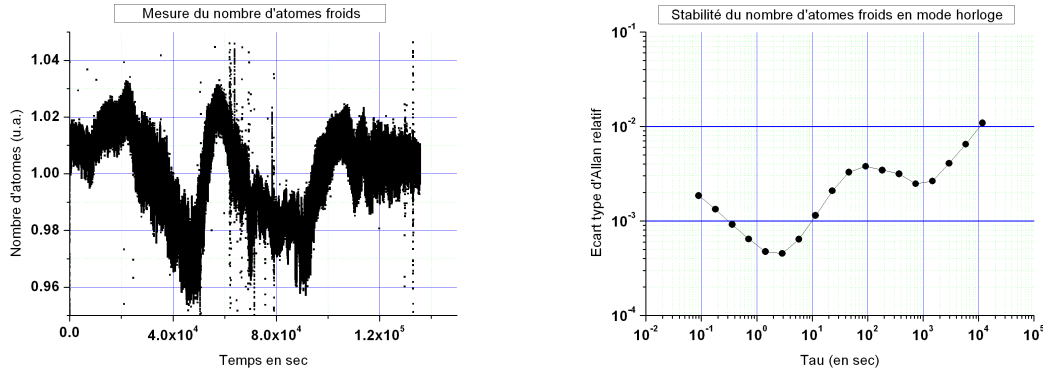


FIG. 4.17 – Étude des fluctuations relatives du nombre d'atomes froids à long terme. À gauche: écart type d'Allan relatif de la série

#### 4.1.9 La préparation atomique

A la fin de la phase de refroidissement tous les atomes sont dans  $|F = 4\rangle$ , répartis selon tous les sous-niveaux Zeeman. Usuellement, sur les étalons primaires à atomes froids, on ne garde que ceux dans  $m_F = 0$  en appliquant une impulsion micro-onde  $\pi$  qui couple  $|4, 0\rangle$  à  $|3, 0\rangle$  puis en éjectant les atomes restés dans  $|4, \neq 0\rangle$  par pression de radiation<sup>10</sup>. A l'aide de cette séquence on obtient un échantillon d'atomes dans  $|3, 0\rangle$  pur à 98% environ et l'interrogation peut se dérouler dans des conditions optimales.

Cependant nous n'avons pas souhaité, ni vraiment pu, mettre en place cette séquence sur HORACE. Tout d'abord parce qu'une telle sélection éjecte plus de 80% des atomes froids créés, rendant les processus de recapture totalement inefficace. Ensuite, parce que la géométrie isotrope ne permet pas d'utiliser un véritable faisceau pousseur (onde progressive). J'ai étudié l'utilisation des faisceaux isotropes (désaccordés dans le bleu) pour le suppléer mais les résultats furent peu concluants car dans cette géométrie on réchauffe plus les atomes qu'on ne les pousse véritablement. De plus, la puissance requise était de l'ordre de 10 mW donnant lieu à un pompage optique résiduel par fluorescence induite sur la vapeur thermique. Nous n'utilisons donc pas de sélection des niveaux Zeeman sur HORACE.

#### Préparation par pompage optique

Nous avons donc opté pour une préparation plus simple qui consiste en une impulsion laser isotrope résonante avec  $|4\rangle \rightarrow |4'\rangle$  (100  $\mu$ W, 0.5 ms). On réalise un pompage optique dans  $|F = 3\rangle$ . A l'issue de ce pompage tous les atomes froids<sup>11</sup> sont répartis sur les sous-niveaux Zeeman. On a typiquement 20% des atomes froids créés dans le niveau d'horloge  $|3, 0\rangle$ .

Bien qu'assez simple à mettre en place cette préparation a le désavantage de nécessiter un faisceau dédié accordé sur la transition  $|4\rangle \rightarrow |4'\rangle$  ce qui augmente la complexité du banc optique. Le décalage par rapport à la transition cyclante étant de 251 MHz, on doit recourir à un AOM en double passage pour générer ce faisceau<sup>12</sup>. J'ai essayé toutefois de couper volon-

10. Les atomes  $|F = 3 \text{ ou } 4, m_F \neq 0\rangle$  ne contribuent pas au signal d'horloge mais contribuent au déplacement collisionnel, il est donc préférable de s'en affranchir pour un étalon primaire.

11. La quantité d'atomes non pompés n'est pas détectable.

12. Pour s'en affranchir, il faudrait pouvoir changer la fréquence du laser tout en restant asservi. Ceci n'est possible qu'avec des schémas d'asservissements à très large plage de capture comme la DAVLL [88] ou en asservissant le laser refroidisseur par battement de fréquence avec le repompeur.

tairement le faisceau repompeur quelques ms avant le refroidisseur permettant aux atomes de s'accumuler naturellement dans  $|F = 3\rangle$  mais le taux de pompage associé ne dépasse malheureusement pas 95%.

### Perspective d'une préparation avec 2 fréquences

Il existe des techniques de pompage total permettant de peupler quasi exclusivement les niveaux d'horloges ( $|3, 0\rangle$  ou  $|4, 0\rangle$ ). A l'aide de deux fréquences et d'un schéma de polarisation particulier (polarisation du faisceau optique parallèle au champ magnétique directeur) on peut créer un état piège et pomper la majorité des atomes dans un des deux niveaux d'horloges. La référence [89] démontre des taux de pompage de l'ordre de 90% dans  $|3, 0\rangle$ . Le gain est alors considérable sur le signal. Cependant, ce schéma de pompage n'est pas utilisé en pratique. Sur les jets thermiques il génère trop de lumière de fluorescence et donc de light shift. Il n'est pas non plus utilisé sur les fontaines car il accroît la température atomique, le gain par pompage est perdu à cause d'une expansion thermique plus forte du nuage. En revanche pour HORACE, où la température est moins critique, on pourrait envisager de mettre en place un tel schéma. Nous ne l'avons pas mis en place car le schéma de polarisation actuel ne le permet pas.

## 4.2 La détection

Cette partie importante décrit et quantifie tous les processus entrant en jeux dans la détection du signal d'horloge, c'est à dire du nombre d'atomes ayant réalisé ou non la transition d'horloge. J'y établis tout d'abord les relations permettant de déduire le nombre d'atomes froids détectés  $N_{det}$  en fonction du signal d'absorption et des paramètres expérimentaux choisis (puissance, désaccord, etc...). Je considérerai aussi la présence et l'influence de la vapeur thermique de césium qui participent au signal d'absorption de manière conséquente. J'étudierai ensuite les différents types de bruits entachant ce signal.

### 4.2.1 La détection par absorption

#### Principe et notations

Le principe de la détection par absorption est simple. Un faisceau collimaté résonant traverse une assemblée d'atomes qui, par cycles absorption-émission spontanée, diffuse les photons de ce faisceau. La puissance du faisceau diminue donc peu à peu au cours de propagation. La mesure de cette perte de puissance donne accès à l'absorption et donc au nombre d'atomes sondés.

On considère ici un faisceau lumineux de puissance totale  $P_0$  se propageant selon l'axe vertical  $z$ . L'intensité lumineuse correspondante<sup>13</sup> est notée  $I(x, y, z) = I_0 \cdot p_L(x, y, z)$  avec  $p_L(x, y, z)$  le profil d'intensité du faisceau. On a  $p_L(0, 0, 0) = 1$ .

Dans cette partie l'origine des  $z$  est prise au début de la colonne d'atomes thermiques délimitée par les graphites comme le montre la figure 3.2. La cote  $z = L/2$  correspond au hublot supérieur collé sur le ballon de quartz, il délimite aussi cette colonne. Le faisceau est ensuite rétro-réfléchi. Le point de cote  $z = L$  est donc confondu avec celui à  $z = 0$ . On néglige la transmission globale des optiques traversées (hublot, lame d'onde, miroir).

Pendant toute sa propagation aller-retour le faisceau interagit avec la vapeur thermique présente dans l'enceinte. La densité effective de cette vapeur est notée  $n_{eff}$ . De même, le faisceau interagit deux fois avec le nuage d'atomes froids. Le nuage contient au total  $N_{at}$  atomes dans l'état  $|4\rangle$  dont la distribution spatiale est donnée par  $p_r(x, y, z)$ . On considère que la variation de position des atomes durant le processus de détection est négligeable. Le faisceau de détection n'interceptant pas totalement le nuage, seule une fraction des  $N_{at}$  atomes présents sont détectés. Comme précédemment on note  $N_{det}$  ce nombre d'atomes.

#### Interaction avec le faisceau

La puissance incidente en  $z = L$  notée  $P(L)$  s'écrit :

$$P(L) = \iint_{S_{det}} I(x, y, L) dS \quad (4.17)$$

où  $S_{det}$  est la surface du faisceau de détection.

L'évolution de l'éclairement  $I(x, y, z)$  selon  $z$  est régie par l'équation 4.18. On doit tenir compte du déséquilibre d'intensité entre les faisceaux aller et retour:

$$\frac{dI}{dz} = \underbrace{[-\sigma^c(z)n_{eff}I(z)]}_{\text{vapeur thermique}} + \underbrace{[-\sigma^f(z)N_{at}p_r(x, y, z)I(z)]}_{\text{atomes froids 1}^{er} \text{ passage}} + \underbrace{[-\sigma^f(z)N_{at}p_r(x, y, z)I(z)]}_{\text{atomes froids 2}^e \text{ passage}} \quad (4.18)$$

13. Qui est un éclairement en toute rigueur, en  $\text{W.m}^{-2}$ .

où  $\sigma^c(z)$ ,  $\sigma^f(z)$  désignent les sections efficaces d'absorption des atomes chauds (exposants  $c$ ) et froids (exposants  $f$ ). Ces quantités dépendent de l'intensité totale au point de cote  $z$  (contribution des faisceaux aller et retour) via la saturation atomique et il devient complexe d'intégrer la relation 4.18 sans faire quelques approximations.

En pratique, l'absorption due à la vapeur thermique est 10 fois plus importante que celle due aux atomes froids (20 % et 2 % respectivement). L'intensité du faisceau est donc principalement dépendante du premier terme de la relation 4.18. Aussi dans l'évaluation de la saturation atomique en un point  $z$  on peut donc considérer que l'intensité est donnée par :

$$\frac{dI}{dz} = -\sigma^c(z)n_{eff}I(z) = -\frac{\sigma_0^c}{1 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I_+(z)+I_-(z)}{I_{sat}}}n_{eff}I(z) \quad (4.19)$$

où  $I_{\pm}(z)$  traduit la contribution des faisceaux aller et retour sur la saturation atomique.

On peut aisément s'affranchir de la dépendance en  $z$  au dénominateur de 4.19 en remarquant que l'intensité totale  $I_+(z) + I_-(z)$  ne diffère de sa valeur maximale ( $1.8 I_0$  pour 20 % d'absorption) que par moins de 1 % quelque soit  $z$ . On peut donc les confondre. Pour un faisceau de  $8\mu\text{W}$  et de rayon  $3.5\text{ mm}$  on a donc  $1.8I_0 = 0.04 \cdot I_{sat}$ .

Dans la suite, on approxime donc  $\frac{I_+(z)+I_-(z)}{I_{sat}}$  par  $\frac{1.8I_0}{I_{sat}} = 0.04$

La chute des atomes pendant l'interrogation leur donne une vitesse  $\vec{V} = \vec{g} \cdot T_{int}$  dont il faut tenir compte dans l'expression des sections efficaces d'absorption. Pour un temps de chute maximal de  $T_{int} = 50\text{ ms}$ , le décalage Doppler par faisceau (aller et retour) vaut  $||\vec{k} \cdot \vec{V}|| \approx 0.1\Gamma$

La relation 4.18 devient alors :

$$\frac{dI}{dz} = \underbrace{[-2\sigma^c n_{eff} I(z)]}_{\text{vapeur aller/retour}} - \sigma_0^f N_{at} p_r(x, y, z) I(z) \left[ \underbrace{\frac{1}{1 + 4\frac{(\delta+k.V)^2}{\Gamma^2} + \frac{1.8I_0}{I_{sat}}}}_{\text{atomes froids 1}^{er} \text{ passage}} + \underbrace{\frac{1}{1 + 4\frac{(\delta-k.V)^2}{\Gamma^2} + \frac{1.8I_0}{I_{sat}}}}_{\text{atomes froids 2}^{e} \text{ passage}} \right] \quad (4.20)$$

Dans le cas, usuel en pratique, où le faisceau est résonant ( $\delta = 0$ ), les deux termes entre crochets sont égaux et on peut écrire:

$$\frac{dI}{dz} = \left[ -2\sigma^c n_{eff} - 2\frac{\sigma_0^f N_{at} p_r(x, y, z)}{1 + 4\frac{(k.V)^2}{\Gamma^2} + \frac{1.8I_0}{I_{sat}}} \right] I(z) \quad (4.21)$$

Pour les atomes froids la section efficace d'absorption à résonance et à faible éclairement  $\sigma_0^f$  s'écrit simplement comme :

$$\sigma_0^f = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \times C$$

Le facteur  $C$  traduit la force du couplage atome lumière. Il s'apparente aux coefficients de Clebsch-Gordan mais sa valeur exacte est délicate à déterminer expérimentalement. Il dépend de la polarisation du laser (lin per lin ou circulaire), de la population des niveaux atomiques et plus généralement des phénomènes de pompages optiques qui ont lieu lors de la détection.

La valeur de  $C$  n'est donc pas constante durant le temps de détection  $\tau_{det}$ . Toutefois, si le faisceau est polarisé circulairement alors les atomes sont pompés progressivement dans un état de  $m_F$  maximal et dans ce cas, une fois le régime stationnaire atteint, alors on a  $C = 1$  pour les transitions cyclantes  $|4, \pm 4\rangle \rightarrow |5', \pm 5\rangle$ .

Pour  $\tau_{det} = 2$  ms et  $1.8I_0 = 0.04 \cdot I_{sat}$  le nombre de photons diffusés par un atome est de l'ordre de  $n_{phot} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \tau_{det} \approx 10^3$ . Ce nombre est largement assez grand pour atteindre le régime stationnaire<sup>14</sup>, on peut donc considérer que  $C = 1$  pour une polarisation circulaire et nos paramètres typiques de fonctionnement.

La relation 4.21 s'intègre alors simplement en:

$$I(x, y, L) = I(x, y, 0) \cdot \exp \left[ - \int_0^{L/2} 2\sigma^c n_{eff} - 2\sigma^f N_{at} p_r(x, y, z) dz \right] \quad (4.22)$$

La puissance détectée devient alors d'après 4.17

$$P(L) = \iint_{S_{det}} I(x, y, 0) \cdot \exp[-\sigma^c n_{eff} L] \cdot \exp \left[ -2\sigma^f N_{at} \int_0^{L/2} p_r(x, y, z) dz \right] dS \quad (4.23)$$

L'épaisseur optique du nuage d'atomes froids étant relativement faible dans les conditions standard de fonctionnement (typ. 1-2%) on peut linéariser l'exponentielle.

Ainsi,

$$P(L) = I_0 e^{-\sigma^c n_{eff} L} \cdot \left[ \iint_{S_{det}} p_L(x, y, 0) dS - 2\sigma^f N_{at} \underbrace{\iint_{S_{det}} p_L(x, y, 0) \int_0^{L/2} p_r(x, y, z) dz dS}_{\text{Fraction effective détectée}} \right] \quad (4.24)$$

On pose  $S_{eff} = \iint_{S_{det}} p_L(x, y, 0) dS$  la surface effective de détection qui est égale à environ 85% de la surface géométrique  $S_{det}$  du faisceau en raison de son profil d'intensité relativement plat. On vérifie numériquement que la fraction effective détectée est égale, à quelques % près, à la fraction géométrique détectée multipliée par le rapport des surfaces effective et géométrique. Soit,

$$\iint_{S_{det}} p_L(x, y, 0) \int_0^{L/2} p_r(x, y, z) dz dS \approx \frac{S_{eff}}{S_{det}} \iint_{S_{det}} \int_0^{L/2} p_r(x, y, z) dz dS$$

Dès lors, la relation 4.24 se met finalement sous la forme

$$P(L) = I_0 S_{eff} e^{-\sigma^c n_{eff} L} \cdot \left[ 1 - \frac{2\sigma^f N_{det}}{S_{det}} \right] \quad (4.25)$$

Et on a finalement :

---

14. Un atome de  $|4, 0\rangle$  est pompé dans  $|4, \pm 4\rangle$  en 5-10 cycles environ.

$$P(L) = P(0) \cdot e^{-\sigma^c n_{eff} L} \cdot \left[ 1 - \frac{2N_{det}}{S_{det}} \cdot \frac{\frac{3\lambda^2}{2\pi} \times C}{1 + 4 \frac{(kgT_{int})^2}{\Gamma^2} + \frac{1.8I_0}{I_{sat}}} \right] \quad (4.26)$$

Cette expression met en lien direct la puissance optique et le nombre d'atomes détectés lors d'une impulsion laser. Le terme entre crochets correspond à la transmission du nuage d'atomes froids. Pour les paramètres usuels  $\frac{1.8I_0}{I_{sat}} = 0.04$ ,  $kgT_{int} = 0.1 \Gamma$ ,  $C = 1$ ,  $S_{det} = 38.5 \text{ mm}^2$  et  $I_{sat} = 1.1 \text{ mW/cm}^2$  on peut calculer l'absorption moyenne par atome:

$$\frac{2N_{det}}{S_{det}} \cdot \frac{\frac{3\lambda^2}{2\pi} \times C}{1 + 4 \frac{(kgT_{int})^2}{\Gamma^2} + \frac{1.8I_0}{I_{sat}}} = 1.7 \cdot 10^{-8} N_{det} \quad (4.27)$$

Ainsi tant que l'absorption  $A_{atf}$  reste faible devant 1 on a la conversion suivante:

$$A_{atf} = 1\% \leftrightarrow N_{det} = 6 \cdot 10^5$$

L'incertitude sur ce nombre d'atomes provient principalement de la détermination absolue du coefficient  $C$ , qui n'est pas totalement constant durant le processus de détection. Il nous semble réaliste d'y associer une incertitude globale de l'ordre 30%. A titre indicatif, sur les fontaines atomiques du SYRTE le nombre d'atomes est évalué à 20 % près [26].

Nous verrons dans la partie suivante comment construire à partir de cette puissance optique un signal d'horloge robuste et présentant la plus grande immunité possible aux différents types de bruits.

### 4.2.2 Les différentes séquences de détection possibles

La quantité physique optimale comme signal d'entrée de l'asservissement de l'horloge est *a priori* la probabilité de transition. Cependant cette quantité n'est pas directement accessible expérimentalement et on doit donc combiner différents signaux bruts délivrés par la ou les photodiodes afin de construire un signal métrologique.

Afin de simplifier les notations et en introduisant la dépendance temporelle, on écrira la relation 4.26 sous la forme :

$$P_L(t) = P_0(t) \cdot T_{vap} \cdot T_{atf} = P_0(t) \cdot (1 - A_{vap}) \cdot (1 - A_{atf}) \quad (4.28)$$

où  $T_{vap}$ ,  $A_{vap}$ ,  $T_{atf}$ ,  $A_{atf}$  désignent respectivement les facteurs de transmission et d'absorption de la vapeur thermique et du nuage d'atomes froids.

Les relations 4.26 et 4.28 montrent comment la puissance optique détectée est reliée au nombre d'atomes froids sondés. Si une utilisation directe du signal de puissance est possible pour asservir l'horloge, cette expression met en évidence une sensibilité aux fluctuations d'autres facteurs comme la puissance laser incidente, l'absorption de la vapeur thermique ou encore les variations coup à coup du nombre d'atomes froids.

On peut donc *a priori* asservir l'horloge sur les différentes quantités suivantes en réalisant des séquences de détection de plus en plus complexes:

- Puissance optique détectée  $P_L(t)$
- Transmission optique  $\frac{P_L(t)}{P_0(t)} = T_{vap} \cdot T_{atf}$
- Absorption atomique  $A_{atf}$  d'une population
- Probabilité de transition (mesures des absorptions pour chaque population)

Cette partie vise donc à étudier quelle séquence de détection est optimale pour le fonctionnement d'HORACE. Quelles sont les contraintes? Quels signaux est-il pertinent de mesurer et comment les combiner afin de minimiser le bruit tout en gardant une séquence de détection relativement simple?

### Réjection des fluctuations macroscopiques d'intensité

La principale source de bruit inhérente à la détection par absorption provient généralement des fluctuations de la puissance laser incidente  $P_0(t)$ . Dans notre cas, ce problème est assez critique. Donnons quelques ordres de grandeur.

Sur HORACE, le signal utile dû aux atomes froids est de l'ordre de 1% du signal total détecté. Si l'on souhaite obtenir un RSB de 1000 en fonctionnement on doit alors contrôler au niveau de  $10^{-5}$  l'intensité totale détectée. Expérimentalement un tel niveau de stabilité est assez délicat à obtenir sans recourir à un asservissement de puissance (que nous ne souhaitons pas mettre en place par soucis de simplicité).

J'ai essayé de stabiliser du mieux possible l'intensité incidente en optimisant les différents couplages (MAO, fibres) et en minimisant les interférences parasites entre dioptrés. Toutefois, il s'est avéré impossible pour des raisons techniques<sup>15</sup> d'atteindre le niveau de  $10^{-5}$  requis.

15. L'intensité du faisceau vertical est largement diminué (2% de sa valeur max) pendant la détection en jouant sur la puissance RF contrôlant un MAO. Dans ce régime, le MAO n'est pas saturé et les fluctuations de puissance RF se reporte directement sur l'intensité laser. Des couplages de masses parasites donnent alors lieu à d'importantes fluctuations aux harmoniques de 50 Hz (voir figure 4.18).



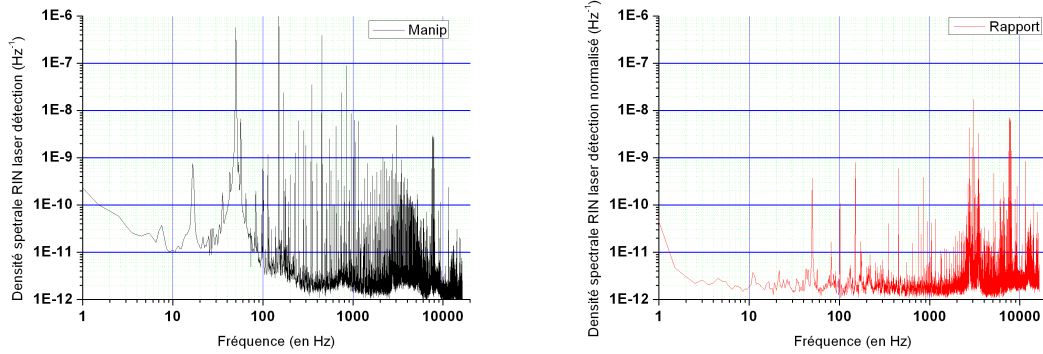


FIG. 4.18 – Densité spectrale du bruit relatif d'intensité du laser de détection. **A gauche:** sans normalisation de l'intensité laser. **A droite:** en normalisant par l'intensité incidente.

Un moyen simple de s'affranchir de cette contrainte est de remarquer que dans le régime de faible saturation ( $1.8I_0 \ll I_{sat}$ ) l'absorption atomique est indépendante de l'intensité laser. On peut donc normaliser en temps réel  $P_L(t)$  par  $P_0(t)$ . Ceci est simplement réalisé grâce à une photodiode détectant  $P_0(t)$  avant que le faisceau ne traverse l'expérience (voir Fig. 3.42). L'acquisition simultanée des deux signaux  $P_0(t)$  et  $P_L(t)$  et leur division numérique permet d'accéder directement au produit  $T_{vap} \cdot T_{atf}$  qui devient immune aux fluctuations de  $P_0(t)$ .

La figure 4.18 montre le spectre des fluctuations relatives de puissance dans les cas où on détecte le laser directement ( $P_0(t) \cdot T_{vap}$ ) et où on normalise par la puissance incidente ( $\frac{P_0(t) \cdot T_{vap}}{P_0(t)}$ ). Cette normalisation permet de diminuer nettement (plusieurs ordres de grandeur) les bruits basse-fréquences ainsi que les très nombreuses harmoniques du 50 Hz, c'est à dire tous les bruits corrélés entre les deux faisceaux détectés<sup>16</sup>. On approxime cette densité spectrale de bruit relatif d'intensité à un bruit blanc :

$$S_{RIN} = 1.5 \cdot 10^{-12} \text{ Hz}^{-1}$$

Nous verrons à la page 158 quelle est la contribution au bruit de mesure de cette configuration.

### Réjection de la ligne de base : influence de la vapeur thermique et des variations lentes du nombre d'atomes froids

Le signal atomique utile, sur lequel on va asservir l'horloge, provient uniquement de  $T_{atf}$ . En revanche, le signal effectivement détecté est  $T_{atf} \cdot T_{vap}$ . La détection de la résonance atomique se fait donc sur un fond continu très important dû à la présence de vapeur thermique. (typ.  $A_{vap} \sim 10 A_{atf}$ ). Cette ligne de base est susceptible de fluctuer dans le temps (avec la température de la pièce notamment) avec une amplitude de quelques % soit l'amplitude totale du signal utile. Ces variations sont interprétées directement comme une variation du signal utile. Il est légitime de se demander si ces fluctuations du niveau absolu du signal détecté sont à même de se reporter sur la stabilité de fréquence via le processus d'asservissement (modulation carrée de fréquence à mi-frange). On peut bien sûr retrancher cette ligne de base en la mesurant à chaque cycle et s'asservir sur  $T_{atf}$  mais le problème reste identique si le nombre d'atomes froids fluctue significativement dans le temps.

16. En particulier le plancher de bruit blanc (shot noise optique + bruit d'acquisition) n'est pas diminué

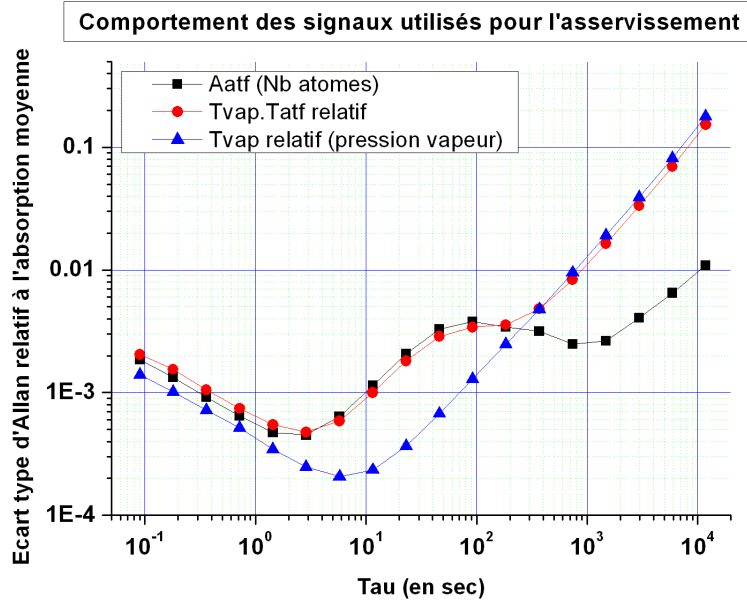


FIG. 4.19 – Stabilité relative des signaux utilisés dans la détection.

La question qui se pose alors est la suivante : Que se passe-t-il sur la fréquence de l'horloge (stabilité, déplacement) quand le signal servant à s'asservir n'est pas une quantité normalisée, telle que la probabilité de transition, mais une quantité physique (transmission optique, nombre d'atomes) dont le niveau moyen est susceptible de fluctuer grandement dans le temps ?

A titre d'exemple la figure 4.19 montre les écarts-type d'Allan des signaux  $T_{vap}$ ,  $T_{vap}.T_{atf}$ , et  $A_{atf}$  rapportés relativement à la moyenne de  $A_{atf}$ . Ces signaux ont été mesurés pendant une intégration de l'horloge. On voit bien sur cette figure que le nombre d'atomes froids ( $A_{atf}$ ) fluctue avec la température de la pièce (bosse à 100 sec due à la climatisation). On remarque aussi la dérive long terme de la pression de vapeur ( $T_{vap}$ ) ( $10^{-5}/\text{sec}$ ). On retrouve ces deux variations sur le signal de transmission, sur lequel on s'asservit. Malgré ces perturbations environnementales, il est important de noter que ces quantités se moyennent bien comme du bruit blanc jusqu'à quelques secondes soit sur plusieurs dizaines de cycle d'horloge.

Considérons le signal  $P$  servant à asservir l'horloge. On peut l'exprimer comme la somme de deux termes  $P = P_{atom} + P_{offset}$ , où  $P_{atom}$  traduit la mesure de la résonance atomique d'amplitude constante ( $P_{atom} \approx 0.5$  à mi-frange) entachée d'un bruit blanc de mesure (écart type  $\sigma_{\delta P}$ ) et où  $P_{offset}$  traduit les variations macroscopiques et "lentes" du signal détecté  $P$ .

Il s'agit alors d'estimer comment les corrections de fréquences sont affectées par une dérive ou une oscillation du signal détecté  $P$ .

On rappelle que les corrections de fréquences  $\delta_c^{(k)}$  sont régies par la relation de récurrence suivante:

$$\delta_c^{(k)} = \delta_c^{(k-1)} + (-1)^k G (P^{(k-1)} - P^{(k-2)}) \quad (4.29)$$

**Simulation** J'ai réalisé un programme Labview® simulant le fonctionnement de l'horloge afin de tester ces problématiques<sup>17</sup>. Il simule le processus de modulation carrée de fréquence autour d'une résonance atomique, génère des mesures de la probabilité de transition  $P$  et les corrections de fréquences correspondantes. Les mesures de  $P$  sont entachées d'un bruit blanc gaussien dont on fixe l'écart type et d'un offset qui peut être une dérive ou des perturbations périodiques. On y visualise l'évolution temporelle de  $P$ , les corrections de fréquence, la fréquence moyenne ainsi que les écarts-type relatifs d'Allan correspondants. Ce programme reproduit bien les performances de l'horloge comme le montre la figure 4.20 où une stabilité court terme proche de  $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  est atteinte avec un  $RSB = 1000$  et une largeur de raie de  $\Delta\nu = 20$  Hz et  $T_c = 80$  ms, très proche des résultats expérimentaux obtenus.

**Cas d'une dérive** Supposons que le signal  $P$  dérive dans le temps. On note  $\overline{\Delta P}$  la variation de  $P_{offset}$  entre deux cycles d'horloge et on introduit  $D$  le taux de dérive relative tel que  $\frac{\overline{\Delta P}}{P_{atom}} = DT_c$ . La relation 4.29 peut se réécrire sous la forme

$$\delta_c^{(k)} = \delta_c^{(k-1)} + (-1)^k G (\Delta P^{(k-1)} + \delta P^{(k-1)}) \quad (4.30)$$

$$\text{où } \Delta P^{(k-1)} = P_{offset}^{(k-1)} - P_{offset}^{(k-2)} = \overline{\Delta P} \text{ et } \delta P^{(k-1)} = P_{atom}^{(k-1)} - P_{atom}^{(k-2)}$$

En développant le terme  $\delta_c^{(k-1)}$  la relation 4.30 devient:

$$\delta_c^{(k)} = \underbrace{(-1)^k G \overline{\Delta P} + (-1)^{k-1} G \overline{\Delta P} + \dots}_{\text{Vaut 0 ou } G \overline{\Delta P}. \text{ Se moyenne en } \tau^{-1}} + \underbrace{(-1)^k G \delta P^{(k-1)} + (-1)^{k-1} G \delta P^{(k-2)} + \dots}_{\text{Se moyenne en } \tau^{-1/2}} + \delta_c^{(k-i)} \quad (4.31)$$

En groupant les termes de la relation 4.31 en deux séries, comme cela a été fait, on peut conclure plusieurs choses. Tout d'abord, la première somme où apparaît  $\overline{\Delta P}$  vaut soit 0 soit  $\overline{\Delta P}$  car les termes s'annulent deux à deux. En passant à l'écart type d'Allan, cette somme, qui vaut au plus  $\overline{\Delta P}$  n'affecte que les termes moyennés sur un nombre impair de cycles, et par ailleurs elle se moyenne comme le nombre d'échantillons donc comme  $\tau^{-1}$  (voir figure 4.21). Elle devient donc rapidement petite devant la seconde série de terme de 4.31 qui elle se moyenne normalement en  $\tau^{-1/2}$ .

**Ainsi, la fréquence moyenne finale délivrée par l'horloge n'est pas affectée par une dérive temporelle de l'amplitude du signal physique sur lequel on l'asservit.**

On a simulé sur les figures 4.21 et 4.22, le comportement de l'horloge pour une dérive très importante ( $D = 100\%/sec$ ) et plus faible ( $D = 4\%/sec$ ). Dans le premier cas, on remarque que la stabilité est largement altérée pour  $\tau < 100$  sec. On note bien que l'excès de bruit ne touche que les multiples impairs de  $T_c$  et que le décroissance se fait bien en  $\tau^{-1}$ . Le décalage relatif de fréquence calculé sur cet échantillon est de  $-1.2 \cdot 10^{-15}$ , bien compatible avec 0 compte tenu de la résolution. Dans le second cas, l'influence de la dérive est négligeable sur la stabilité sauf pour le premier point. Là encore, le décalage de fréquence est compatible avec 0.

17. Il me paraît clair que ce problème doit pouvoir être traité formellement dans le cadre de la théorie des asservissements. Cependant je n'ai pas eu le temps d'approfondir cet aspect.

**Cas d'une oscillation** Supposons maintenant que  $P$  varie sinusoidalement dans le temps. Une perturbation périodique se moyenne nécessairement si on intègre plus longtemps que sa période, en revanche sur des temps plus courts elle se manifeste par un excès de bruit sur l'écart type d'Allan avec un maximum à la demi-période.

En pratique, c'est plutôt ce comportement périodique qui est observé et est typiquement relié aux variations de température comme le montre la figure 4.19.

La figure 4.23 présente la simulation obtenue en introduisant les deux perturbations périodiques mentionnées plus haut (climatisation et jour/nuit). On recrée donc les fluctuations observées expérimentalement sur la figure 4.19. La stabilité ainsi que la fréquence moyenne ne semblent pas affectées par ces perturbations.

Si les fluctuations du signal détecté sont suffisamment lentes (devant  $D$ ), alors elles sont sans influence sur la fréquence d'horloge<sup>18</sup>. En particulier, la stabilité comme l'exactitude ne sont pas affectées. On peut alors relâcher les contraintes sur le niveau de stabilisation du dispositif.

---

18. Cette remarque ne prend pas en compte l'influence du déplacement collisionnel qui dépend bien sûr des variations absolues du nombre d'atomes froids.

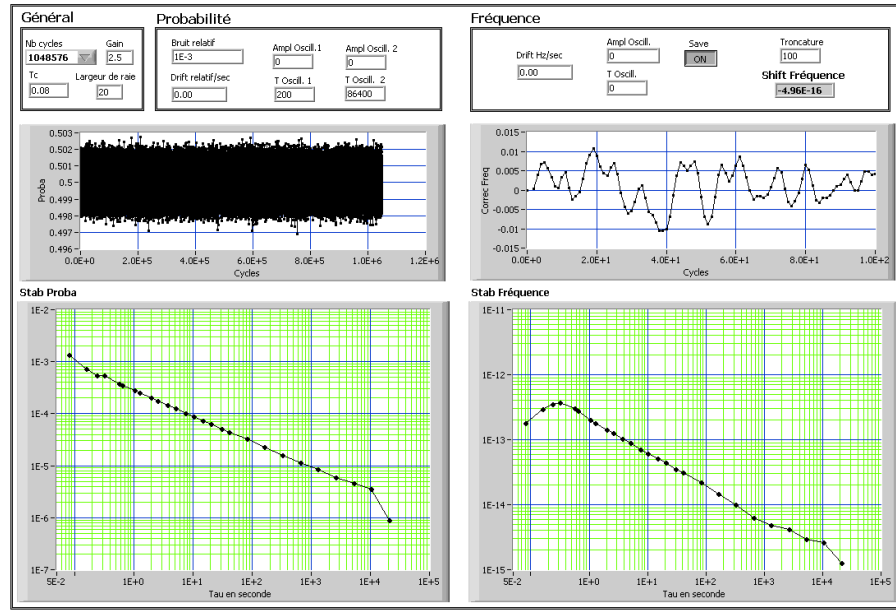


FIG. 4.20 – NORMAL - On applique seulement un bruit blanc à la mesure de  $P$ . On observe évidemment aucune perturbations sur l'écart type d'Allan comme sur la fréquence moyenne. Le déplacement de  $-4.5 \cdot 10^{-16}$  est compatible avec 0 compte tenu de la résolution atteinte (quelques  $10^{-15}$ )

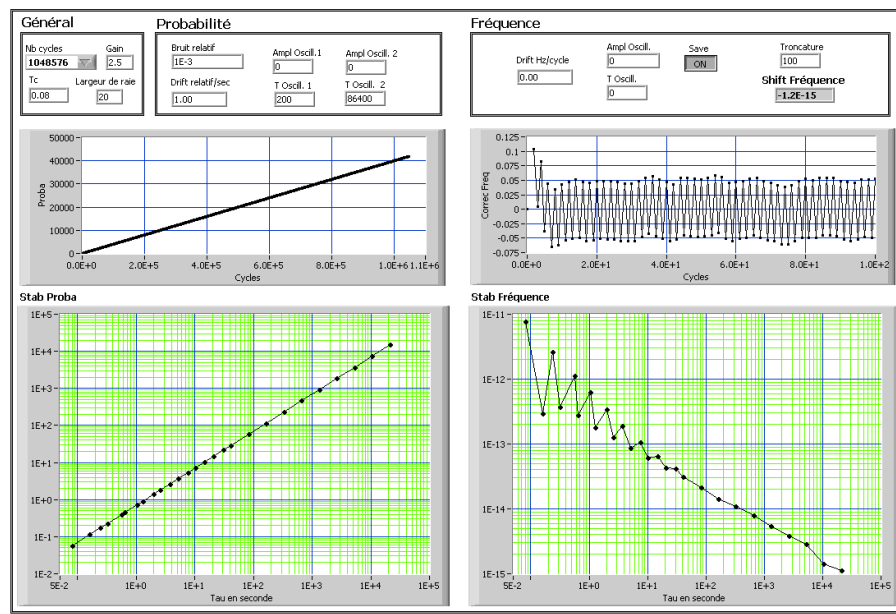


FIG. 4.21 – GROSSE DERIVE - La mesure de  $P$  est entachée d'une dérive très importante ( $D = 100\%/sec$ ) se traduisant par un comportement "en dents de scie" sur les corrections de fréquences (Seuls les 100 premières représentées). La stabilité de fréquence exhibe la variation attendue selon que le moyennage se fait sur un nombre pair ou impair de cycles. Là encore le déplacement de fréquence moyen est compatible avec 0.

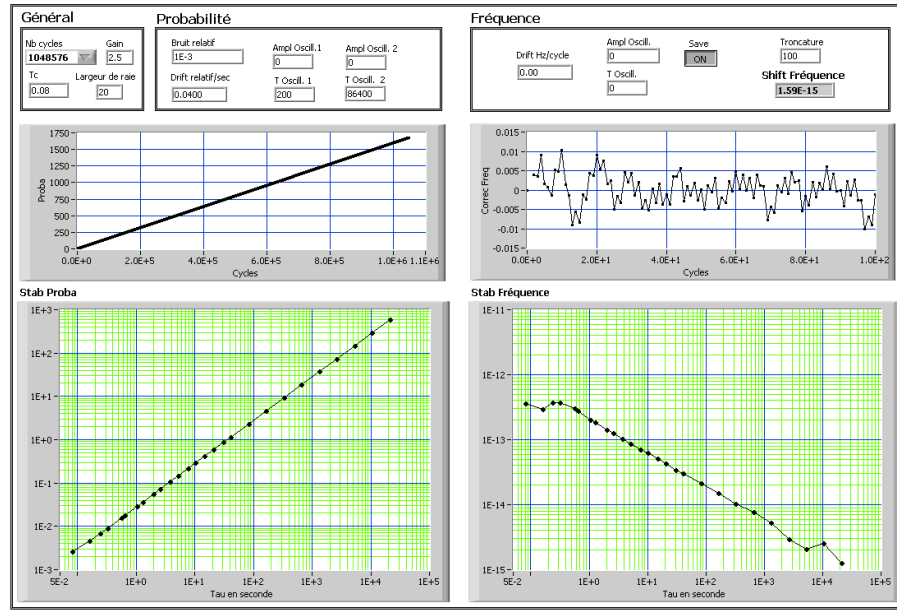


FIG. 4.22 – PETITE DERIVE - La mesure de  $P$  est entachée d'une dérive plus modeste ( $D = 4\%/sec$ ). On discerne encore le comportement "en dents de scie" sur les corrections de fréquences (Seuls les 100 premières représentées). La stabilité de fréquence n'est pas altérée sauf pour le point à 1 cycle qui n'a pas vraiment d'importance. Là encore le déplacement de fréquence moyen est compatible avec 0.

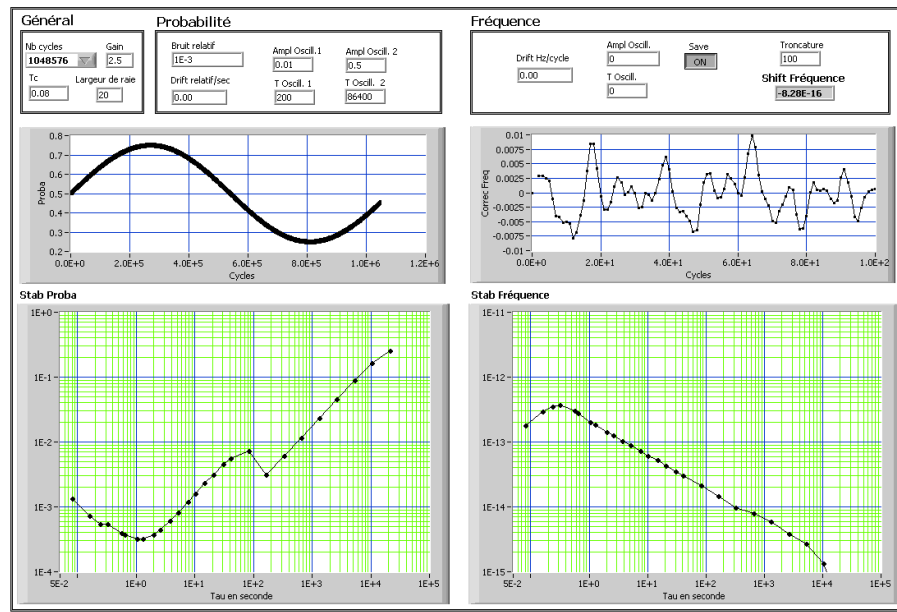


FIG. 4.23 – OSCILLATIONS - La mesure de  $P$  est entachée de deux perturbations périodiques. La première est de période 200 s et d'amplitude 1%, la seconde de période 1 jour et de 50% d'amplitude relativement au signal détecté. La stabilité de fréquence ne présente pas d'excès de bruit aux demi-périodes de ces perturbations qui traduiraient une sensibilité. Le déplacement de fréquence moyen est compatible avec 0.

### Réjection du nombre d'atomes froids: la normalisation

Nous avons vu précédemment que les fluctuations court terme de l'intensité laser sont efficacement rejetées par le système à deux photodiodes. De même, les variations long terme du nombre d'atomes froids et/ou de la vapeur thermique sont en pratique totalement négligeables.

Nous avons vu par ailleurs que les fluctuations court-terme du nombre d'atomes froids sont limitées par le bruit de grenaille atomique (voir figure 4.16), permettant l'obtention de très bons RSB. Toutefois, cela n'a pas toujours été le cas. Au début de l'évaluation du prototype, les fluctuations relatives coup à coup du nombre d'atomes froids étaient limitées à environ  $5 \cdot 10^{-3}$  par les bruits techniques. Aussi nous avons envisagé et mis en place une séquence de normalisation permettant de mesurer les deux populations afin de s'affranchir des fluctuations du nombre d'atomes froids. Cette technique est utilisée sur les fontaines avec grand succès et permet d'atteindre la limitation ultime, le bruit de projection quantique.

L'unité de lieu des interactions d'HORACE ne permet pas de transposer directement le schéma utilisé sur les fontaines. Nous avons donc imaginé plusieurs séquences de normalisation temporelles. Toutes se sont révélées délicates à mettre en oeuvre efficacement avec le prototype actuel et présentaient au final plus d'inconvénients que d'avantages. Aussi les meilleurs résultats expérimentaux ont été obtenus sans séquence de normalisation. Je ne décrirai donc que brièvement ces séquences.

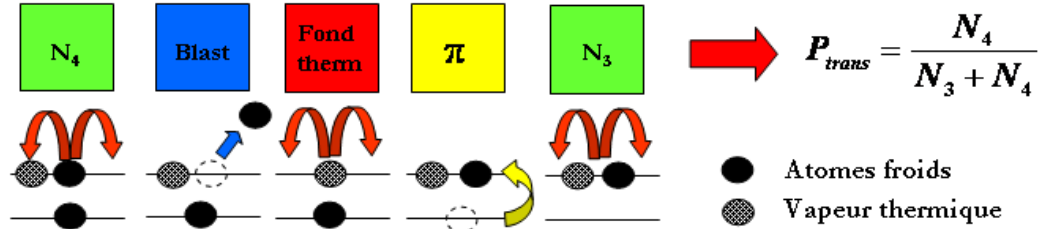
L'idée générale de la normalisation sur les fontaines est de détecter les atomes dans  $|4, 0\rangle$  notés  $N_4$ , de les évacuer à l'aide d'un faisceau pousseur, de repomper les atomes de  $|3, 0\rangle$  vers  $|4\rangle$  puis de détecter  $N_3$ . La fonction pousseur est réalisée par pression de radiation à l'aide d'une onde progressive, le repompage est aussi optique. Sur HORACE, il y a trois différences. D'une part, on ne dispose pas de faisceau en onde progressive donc pas de véritable faisceau pousseur. Cette fonction est néanmoins assurée par les faisceaux isotropes mais décalés dans le bleu de la transition afin de réchauffer et d'éclater le nuage. D'autre part, l'usage d'un faisceau repompeur est impossible car après interrogation les niveaux  $|3, \neq 0\rangle$  sont peuplés (pour préserver l'efficacité de la recapture). On doit donc utiliser une impulsion micro-onde  $\pi$ , qui est sélective, afin de pomper les atomes de  $|3, 0\rangle$  vers  $|4, 0\rangle$ . Enfin, la détection du nombre absolu d'atomes impose de connaître le niveau d'absorption de la vapeur thermique à chaque cycle.

**Séquence de normalisation 1** C'est sans doute la plus naturelle. Elle est représentée sur la figure 4.24.

1. Détection par absorption de ( $N_4$ +vapeur thermique) pendant 2 ms
2. Faisceau éclateur pendant 1 ms permettant de chasser les atomes froids de  $|4\rangle$
3. Mesure de la vapeur thermique pendant 2 ms
4. Impulsion micro-onde  $\pi$  de 2 ms
5. Mesure de ( $N_3$ +vapeur thermique) pendant 2 ms

Cette séquence dure donc environ 10 ms ce qui devient non négligeable devant la durée typique de l'interrogation. Durant l'implémentation de cette séquence, j'ai mis en lumière plusieurs aspects négatifs. Le faisceau éclateur (ou blast) est peu efficace dans cette géométrie isotrope et une grande puissance optique est nécessaire pour détruire complètement le nuage (qq 10 mW). La fluorescence induite par une telle impulsion sur la vapeur thermique génère un bain de photons créant un pompage optique considérable (qq 10%) des atomes de  $|3\rangle$  vers  $|4\rangle$ . Ceci interdit toute normalisation propre. Le faisceau éclateur ne peut être utilisé au milieu de

### Séquence de normalisation 1



### Séquence de normalisation 2

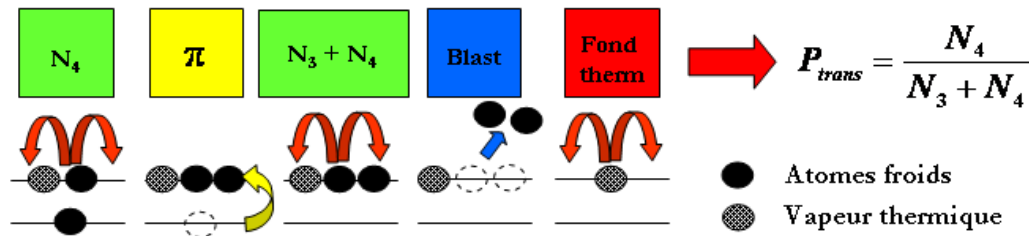


FIG. 4.24 – Séquences de normalisation

la séquence de normalisation. Un autre point dur est l'utilisation de l'impulsion micro-onde car le nuage se situe dans une zone extrême de la cavité quand elle intervient. Le champ n'est plus vraiment homogène sur l'étendue du nuage et l'interaction n'est pas  $\pi$  pour tous les atomes. Le repompage est donc partiellement inefficace.

**Séquence de normalisation 2** Nous l'avons imaginé pour pallier le problème du faisceau éclateur. Elle est représentée sur la figure 4.24. L'idée ici consiste à mesurer  $N_4$  puis la somme  $N_4 + N_3$ .

1. Détection par absorption de ( $N_4$ +vapeur thermique) pendant 2 ms
2. Impulsion micro-onde  $\pi$  de 2 ms
3. Mesure de ( $N_4 + N_3$ +vapeur thermique) pendant 2 ms
4. Faisceau éclateur pendant 1 ms
5. Mesure de la vapeur thermique pendant 2 ms

A l'époque où j'ai réalisé ces mesures le faisceau de détection était en configuration *lin* per *lin*. Aussi, le problème rencontré avec cette séquence et ce schéma de polarisation est qu'à l'issue de la détection de  $N_4$ , les atomes sont répartis sur tous les sous-niveaux Zeeman. L'impulsion micro-onde intervertit donc les populations de  $|3, 0\rangle$  et  $|4, 0\rangle$ . La seconde impulsion ne redétecte donc pas tous les atomes de  $N_4$  mais seulement une fraction dont il est délicat de dire si elle fluctue. *A posteriori* l'usage d'un faisceau polarisé  $\sigma$  pourrait certainement minimiser ce problème. Il faudrait toutefois s'assurer que la première détection n'est pas trop destructive pour que la seconde soit efficace.



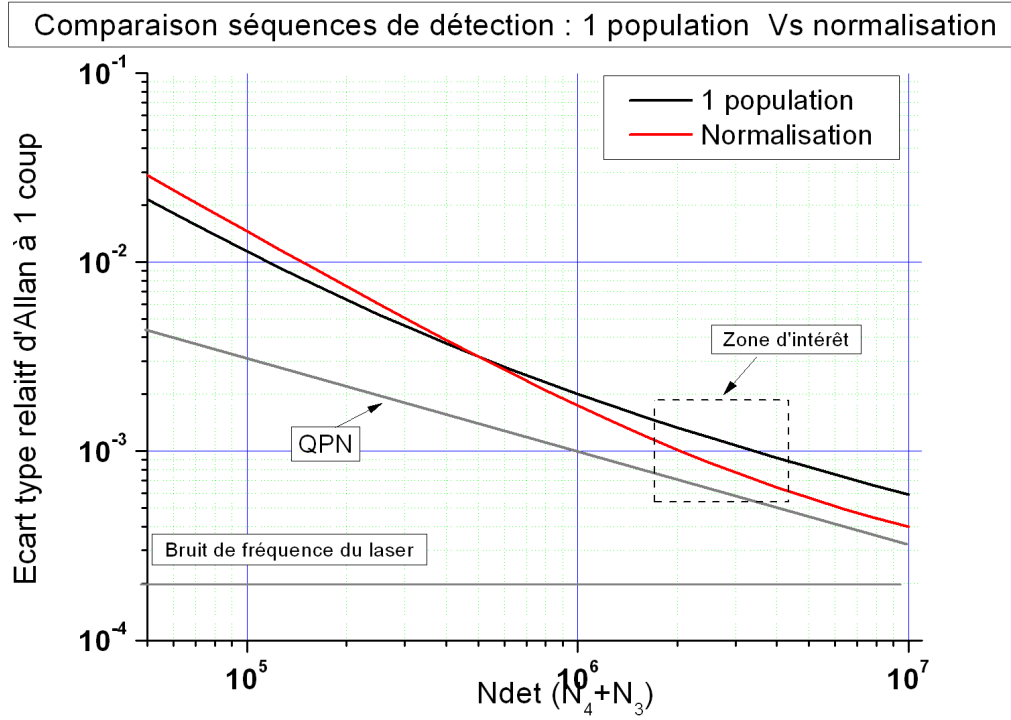


FIG. 4.25 – Comparaison des séquences de détection à 1 population ou avec normalisation.

**Etude du gain apporté par la normalisation** Une comparaison quantitative du bruit rapporté par chaque type de séquence de détection évoquée nécessite de connaître la nature et la contribution des différents bruits inhérents à HORACE. Ces aspects sont décrits en détails dans la suite de ce chapitre. Néanmoins, on peut dire qualitativement quels sont les enjeux du choix ou non d'une séquence de normalisation du nombre d'atomes détectés.

Une séquence de normalisation parfaite permet d'annuler la contribution des fluctuations statistiques du nombre d'atomes (bruit de grenaille) et d'atteindre la limite fondamentale du bruit de projection quantique. Toutefois, elle augmente aussi la contribution des bruits techniques (shot noise optique + bruits électroniques) car la détection des deux populations devient nécessaire

La comparaison entre les deux types de détections possibles (1 population ou normalisation) est présentée sur la figure 4.25. On y représente l'écart type d'Allan à un cycle des fluctuations relatives du signal détecté en fonction du nombre d'atomes total d'atomes (*ie*: peuplant les deux niveaux d'horloge). On considère que la normalisation rejette parfaitement les fluctuations du nombre d'atomes mais que la contribution des bruits techniques est multiplié par  $\sqrt{3}$  (une mesure par population + une mesure du niveau de vapeur) par rapport à la détection d'une seule population.

Pour un nombre d'atomes détectés typique de quelques  $10^6$ , on voit que le gain apporté n'est pas suffisamment significatif pour que le choix d'une séquence de normalisation soit clair.

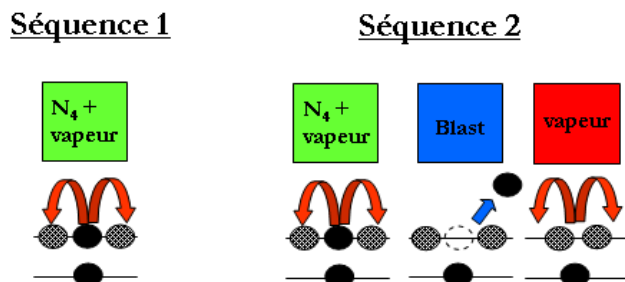


FIG. 4.26 – Séquences de détection

### La séquence retenue finalement

Les parties précédentes permettent de dire quelle est la séquence de détection pertinente à utiliser pour HORACE. Compte tenu du faible gain apporté par une séquence de normalisation et de sa difficulté de mise en oeuvre nous avons pris le parti de détecter seulement la population  $N_4$ .

On peut alors utiliser deux séquences de détection distinctes qui sont représentées sur la figure 4.26.

La première consiste à asservir l'horloge directement sur la transmission optique  $T_{vap}.T_{atf}$ . La séquence de détection devient alors particulièrement simple puisqu'elle est constituée d'une unique impulsion optique.

On peut aussi asservir sur le niveau d'absorption  $A_{atf}$  auquel cas on doit mesurer à chaque cycle la contribution due à la vapeur thermique  $T_{vap}$ . La séquence est alors constituée de trois impulsions, une pour mesurer  $N_4$ , une pour éclater le nuage d'atomes froids et une autre pour la vapeur<sup>19</sup>.

Comme on a vu que les fluctuations du nombre d'atomes froids et la vapeur thermique sont très lentes devant le temps de cycle, le choix de l'une ou l'autre de ces séquences est sans incidence sur la stabilité de l'horloge.

**Par souci de simplicité, on asservit donc HORACE sur le signal de transmission  $T_{vap}.T_{atf}$ . Toutefois, on réalise en pratique la séquence à trois impulsions afin de suivre l'évolution du nombre d'atomes froids (diagnostics) mais seul le signal de transmission est utilisé pour l'asservissement en fréquence.**

19. La mesure à chaque cycle du niveau d'absorption de la vapeur n'est pas nécessaire car, comme le montre la figure 4.19, ce niveau varie lentement (il se moyenne jusqu'à 10 sec). On peut donc se contenter de le mesurer toutes les 10 sec (environ 100 cycles) ou encore de prendre un niveau moyen calculé à partir des 100 derniers cycles.

### 4.2.3 Evaluation des différentes sources de bruit

#### Sensibilité de la détection et fonction de transfert

Pendant la séquence de détection, on cherche à mesurer le signal physique qui nous permettra d'asservir l'horloge avec le moins de bruit possible. Comme on l'a vu dans la partie précédente, le signal choisi est directement la transmission optique  $T_{vap} \cdot T_{atf}$  (détection à une impulsion).

On mesure la transmission optique moyenne  $\overline{T_{atf} \cdot T_{vap}}$  en réalisant la moyenne intégrale du signal temporel  $\frac{P_L(t)}{P_0(t)} = T_{atf} \cdot T_{vap}(t)$  sur une durée  $\tau_{det}$ .

$$\overline{T_{atf} \cdot T_{vap}} = \frac{1}{\tau_{det}} \int_{t_0}^{t_0 + \tau_{det}} \frac{P_L(t)}{P_0(t)} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{P_L(t)}{P_0(t)} \cdot h_1(\tau_{det} - t) dt \quad (4.32)$$

Le calcul de cette transmission moyenne est une opération de filtrage linéaire du signal  $\frac{P_L(t)}{P_0(t)}$  par un filtre de réponse impulsionnelle  $h_1(t)$  représenté sur la figure 4.27. Pour une détection aussi simple,  $h_1(t)$  est simplement un créneau d'amplitude  $1/\tau_{det}$  et de largeur  $\tau_{det}$ .

Si on appelle  $S_T(f)$  la densité spectrale des fluctuations de  $T_{atf} \cdot T_{vap}$  alors la variance des fluctuations de  $T_{atf} \cdot T_{vap}$ , notée  $\sigma_T^2$  est donnée par :

$$\sigma_T^2 = \int_0^{\infty} |H_1(f)|^2 S_T(f) df \quad (4.33)$$

où  $H_1(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(t) e^{-2\pi i f t} dt$  est la transformée de Fourier de  $h_1(t)$ .

$$|H_1(f)|^2 = \frac{\sin^2(\pi \tau_{det} f)}{(\pi \tau_{det} f)^2} \quad (4.34)$$

La fonction  $|H_1(f)|^2$  est représentée sur la figure 4.27.

L'utilisation de la réponse impulsionnelle  $h_1(t)$  est bien adaptée au calcul de  $\sigma_T$  dans la mesure où le bruit considéré ne présente pas de corrélation d'un cycle d'horloge à l'autre (ce qui est le cas pour les bruits blancs). En revanche, il est clair qu'une perturbation synchrone avec  $T_c$  n'introduit pas de bruit sur le signal mesuré, et ceci doit se traduire par un zéro de la fonction de transfert à la fréquence de cycle.

Pour étudier l'influence de perturbations périodiques de ce type il est nécessaire d'utiliser une réponse impulsionnelle "à 2 cycles" notée  $h_2(t)$ . Une telle fonction est représentée sur la figure 4.27. Elle correspond à deux impulsions de durée  $\tau_{det}$  identique mais d'amplitudes de signe contraire ( $-1/2\tau_{det}$  et  $1/2\tau_{det}$ ) séparées par un temps  $T_c$ .

$$|H_2(f)|^2 = \frac{1}{4} |H_1(f)|^2 * |1 - e^{i2\pi f T_c}|^2 = |H_1(f)|^2 * \sin^2(\pi f T_c) \quad (4.35)$$

Nous utiliserons ces fonctions de transfert dans les paragraphes suivants afin de déterminer la contribution des différentes sources de bruit.

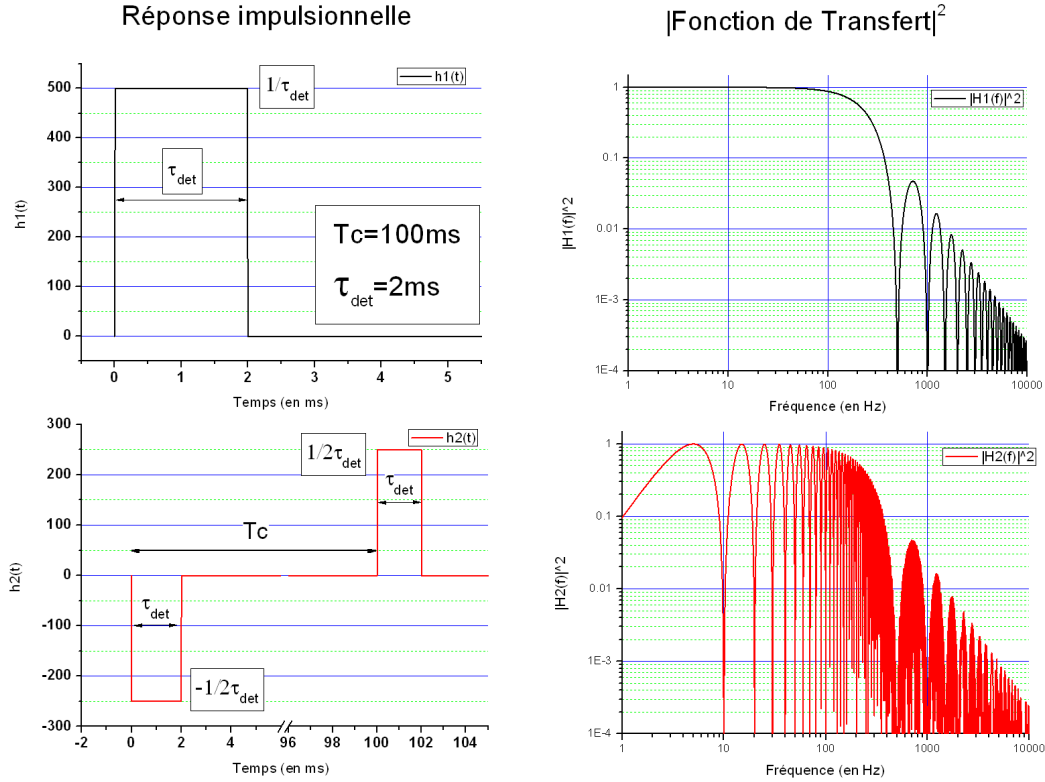


FIG. 4.27 – Réponses impulsionnelles et fonctions de transfert de la détection. On a pris  $\tau_{det} = 2$  ms et  $T_c = 100$  ms.

### Bruit électronique et d'acquisition

Nous avons vu au chapitre précédent les différents contributeurs au bruit électronique, la photodiode elle-même, l'amplificateur transimpédance et la résistance de charge. Leurs contributions se somment et on obtient au final une densité spectrale de bruit de tension

$$S_V = 1.9 \cdot 10^{-14} \text{ V}^2/\text{Hz}$$

Le transport des signaux et le processus d'acquisition eux mêmes ajoutent aussi leurs contributions. On a vu alors que la numérisation (quantification) du signal issu d'une photodiode "dans le noir" donnait un bruit blanc de densité spectrale

$$S_{V_{elec}} = 5 \cdot 10^{-13} \text{ V}^2/\text{Hz}$$

Cette contribution est doublée car on utilise deux systèmes de photodiodes identiques afin de rejeter les fluctuations d'intensité laser. Il faut toutefois rapporter ce bruit électrique à l'amplitude du signal physique mesuré (typ.  $P_0 \eta_{phot} R_{phot} \approx 5$  V par photodiode) afin de déterminer le bruit absolu sur la quantité pertinente sans dimension, à savoir l'absorption (ou la transmission). Nous notons ce bruit  $\sigma_{A_{elec}}$ , c'est un bruit constant du système il ne dépend pas de l'amplitude du signal détecté  $A_{atf}$  donc du nombre d'atomes détecté  $N_{det}$ .

Ainsi les fluctuations relatives s'écrivent :

$$\frac{\sigma_{A_{elec}}}{A_{atf}} = \frac{\sigma_{V_{elec}}}{A_{atf} P_0 \eta_{phot} R_{phot}} = \frac{1}{A_{atf} P_0 \eta_{phot} R_{phot}} \left( 2 \int_0^\infty |H_1(f)|^2 S_{V_{elec}}(f) df \right)^{1/2} \quad (4.36)$$

Avec  $\eta_{phot} R_{phot} = 6.2 \cdot 10^5$  le gain du système de détection en V/W, on a :

$$\boxed{\frac{\sigma_{A_{elec}}}{A_{atf}} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{A_{atf}} = \frac{180}{N_{det}}} \quad (4.37)$$

### Bruit d'intensité du laser

Les fluctuations d'intensité du laser de détection contribuent de manière importante au bilan de bruit global sur le signal d'absorption. On a vu précédemment que la mise en place d'un système de normalisation de l'intensité à deux photodiodes permettait de réduire les fluctuations "macroscopiques", corrélées entre  $P_L(t)$  et  $P_0(t)$ .

En revanche, les fluctuations non corrélées entre les deux voies ne sont pas réjectées et s'ajoutent. Ces fluctuations proviennent du "bruit de photons" ou "shot noise" qui caractérise la statistique poissonnienne des temps d'arrivée des photons sur la photodiode. On montre alors que, pour une photodiode, la variance associée à la détection de  $N_{phot}$  photons pendant  $\tau_{det}$  vaut  $\sigma_{N_{phot}}^2 = N_{phot}$ . Les fluctuations relatives sur une telle mesure varient alors comme  $\frac{1}{\sqrt{\eta_{quant} N_{phot}}}$  où  $\eta_{quant}$  est l'efficacité quantique de la photodiode. En sommant quadratiquement les contributions des deux systèmes on a pour  $P_0 = 8 \mu W$  et  $\tau_{det} = 2 \text{ ms}$  :

$$\boxed{\frac{\sigma_{A_{photon}}}{A_{atf}} = \frac{\sqrt{2}}{A_{atf} \sqrt{\eta_{quant} N_{phot}}} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{A_{atf}} = \frac{350}{N_{det}}} \quad (4.38)$$

Une autre manière de le voir est de dire que les photo-électrons suivent la statistique du flux de photons et donnent lieu à un bruit blanc de courant de densité spectrale  $S_I = 2e\eta_{phot}P_0$  ( $e$  est la charge de l'électron et  $\eta_{phot}$  la sensibilité de la photodiode<sup>20</sup>).

Le circuit transimpédance convertit ceci en bruit de tension ( $S_V = R_{phot}^2 \cdot S_I = 1.8 \cdot 10^{-12} \text{ V}^2/\text{Hz}$ ). En tenant compte des deux photodiodes, on peut exprimer le bruit final sur le signal d'absorption dû au bruit de photon en introduisant la fonction de transfert.

$$\frac{\sigma_{A_{photon}}}{A_{atf}} = \frac{1}{A_{atf} P_0 \eta_{phot} R_{phot}} \left( 2 \int_0^\infty |H_1(f)|^2 2e\eta_{phot} R_{phot}^2 P_0 df \right)^{1/2} \quad (4.39)$$

Avec ce calcul on trouve  $\frac{\sigma_{A_{photon}}}{A_{atf}} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{A_{atf}}$  en accord parfait avec le résultat présenté plus haut.

On pourrait diminuer directement l'influence du bruit de photon de  $\sqrt{2}$  en utilisant un flux beaucoup plus intense sur la photodiode mesurant  $P_0$ . La contribution de cette seconde photodiode serait alors négligeable.

De plus, il faudrait idéalement dans notre cas utiliser la fonction de transfert  $h_2(t)$  pour déterminer l'influence des différents pics aux harmoniques de 50 Hz présent dans le spectre de bruit du laser.

---

20. Il ne faut pas confondre l'efficacité quantique de la photodiode qui vaut  $\eta_{quant} = \frac{I_0 h\nu}{e P_0} = 0.8$  et sa sensibilité  $\eta_{phot} = \frac{I_0}{P_0} = 0.55$  exprimée en A/W

### Bruits d'origine atomique

**Fluctuations statistiques du nombre d'atomes** Au même titre que le "shot noise" photonique vu précédemment, il existe un bruit de grenaille atomique. Ce bruit est d'origine thermodynamique et est observé sur le flux des horloges à jet thermique et sur les jets continus d'atomes froids [83]. Ce type de fluctuations poissonniennes n'est généralement pas observé sur les dispositifs pulsés à atomes froids à cause des perturbations expérimentales. Or, nous avons vu précédemment que pour HORACE les processus de refroidissement sont suffisamment stables pour que les fluctuations coup à coup du nombre d'atomes froids créés soient dominées par ce "shot noise" atomique. Ainsi, l'écart type relatif des mesures est limité par le nombre d'atomes détectés  $N_{det}$  de telle sorte que :

$$\boxed{\frac{\sigma_{A_{shot}}}{A_{atf}} = \frac{1}{\sqrt{N_{det}}}} \quad (4.40)$$

Dans le cas d'HORACE, où la séquence de détection ne mesure qu'une seule population, il n'est pas possible d'observer le bruit de projection quantique<sup>21</sup>

L'écart type des mesures est donc limité de manière fondamentale par le bruit de grenaille atomique.

### Bruit de fréquence du laser de détection

Pour un dispositif tel qu'HORACE, l'étude des performances selon la qualité des lasers (largeur de raie) est de première importance si l'on se place dans une perspective industrielle. En effet, la compacité et la fiabilité du banc optique sont largement dépendantes des solutions technologiques retenues pour les sources laser. Plus spécifiquement, il est important de savoir si une source à cavité étendue (plus fragile mécaniquement) est nécessaire. Dans l'état actuel, les diodes lasers (DFB) disponibles à 852 nm ont une largeur de raie autour de 1 MHz, les lasers montés en LCE montrent des largeurs de l'ordre de quelques kHz élargies vers 100 kHz en basse fréquences. Si une largeur de 1 MHz est suffisante pour le refroidissement et la préparation, il faudra à l'avenir en évaluer l'impact sur la détection.

Nous donnons dans la suite une estimation de l'influence du bruit de fréquence du laser de détection sur le RSB de la mesure. Je rappelle que nous utilisons un LCE sur le prototype de laboratoire.

D'après les relations 4.26 et 4.28 on peut, en négligeant les effets de saturation, écrire le signal d'absorption  $A_{atf}(t, \delta)$  sous la forme:

21. Le bruit de projection quantique est inhérent à la mesure de la probabilité de transition [90], il s'apparente à un bruit de partition. A l'issue de l'interrogation, les  $N_{at}$  atomes ayant participé à l'interrogation sont dans une superposition cohérente des deux états d'horloge  $|\psi\rangle = \frac{|e\rangle + |f\rangle}{\sqrt{2}}$ . La détection a pour effet de projeter l'état atomique  $|\psi\rangle$  sur un des deux états. On montre alors que, pour  $N_{at}$  atomes sans corrélation, l'écart type relatif des mesures sur la probabilité de transition  $P$  vaut :

$$\frac{\sigma_P}{P} = \frac{1}{P} \sqrt{\frac{P(1-P)}{N_{at}}} \quad (4.41)$$

Ainsi lorsque  $P = 1/2$  on a ,

$$\boxed{\frac{\sigma_{A_{QPN}}}{A_{atf}} = \frac{1}{\sqrt{N_{at}}}} \quad (4.42)$$

$$A_{atf}(t, \delta) = \frac{2\sigma_0 * N_{det}}{S_{det}} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\delta(t)}{\Gamma}\right)^2}$$

où  $\delta(t) = \delta_0 + \Delta_f(t)$  avec  $\delta_0$  le désaccord fixe (imposé par l'expérimentateur et/ou par l'effet Doppler) et  $\Delta_f(t)$  les fluctuations de fréquences du laser. Si les fluctuations restent petites devant  $\Gamma$  alors on peut écrire en linéarisant :

$$A_{atf}(t, \delta) = A_{atf}(\delta_0) + \Delta_f(t) \cdot \left( \frac{dA_{atf}}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \quad (4.43)$$

De même que précédemment, on introduit la réponse impulsionnelle afin de calculer le niveau moyen  $A_{atf}$ .

$$A_{atf} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot A_{atf}(t, \delta) dt$$

Dès lors, on calcule les fluctuations relatives de  $A_{atf}$  autour de sa valeur moyenne  $A_{atf}(\delta_0)$  :

$$\frac{\delta A_{atf}}{A_{atf}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_f(t)}{A_{atf}} \cdot \left( \frac{dA_{atf}}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \cdot h(t) dt \quad (4.44)$$

et l'écart type relatif s'écrit:

$$\frac{\sigma_{A_{freq}}}{A_{atf}(\delta_0)} = \sqrt{\left( \frac{1}{A_{atf}(\delta_0)} \cdot \left( \frac{dA_{atf}}{d\delta} \right)_{\delta=\delta_0} \right)^2 \int_0^{\infty} S_{\Delta_f(f)} \cdot |H(f)|^2 df} \quad (4.45)$$

où  $S_{\Delta_f(f)}$  est la densité spectrale de bruit de fréquence en  $Hz^2/Hz$ . D'après le chapitre précédent (page 95) le spectre du laser asservi est approché par une fonction de la forme  $S_{\Delta_f(f)} \approx 10 + 10^{-6} \cdot f^3$  jusqu'à 10 kHz puis  $10^{22} f^{-4}$  entre 10 et 100 kHz.

Pour un décalage de  $0.1 \Gamma$  imposé par l'effet Doppler (le laser est à résonance), la limitation correspondante est de:

$$\frac{\sigma_{A_{freq}}}{A_{atf}} = 2 \cdot 10^{-4} \quad (4.46)$$

Pour un désaccord de  $\Gamma/2$  où la sensibilité est maximale on trouve une limitation à  $5 \cdot 10^{-4}$ .

La limitation imposée par le bruit de fréquence est donc indépendante du nombre d'atomes détectés, elle constitue une limitation stricte aux mesures réalisées.

### Bruit de la source micro-onde

Un des principaux bruits affectant les horloges atomiques ne vient pas du résonateur mais de l'oscillateur lui même. Nous avons vu plus tôt dans ce chapitre que l'oscillateur impose une limitation à la stabilité court-terme du dispositif via l'effet Dick.

Pour le prototype HORACE utilisé au laboratoire, le signal à 9.2 GHz utilisé pour l'interrogation des atomes, dont la synthèse est décrite page 71, exhibe un bruit de phase extrêmement faible grâce à l'oscillateur cryogénique.

Son bruit de phase à 9.2 GHz exprimé en  $d\text{Brad}^2/\text{Hz}$  est :

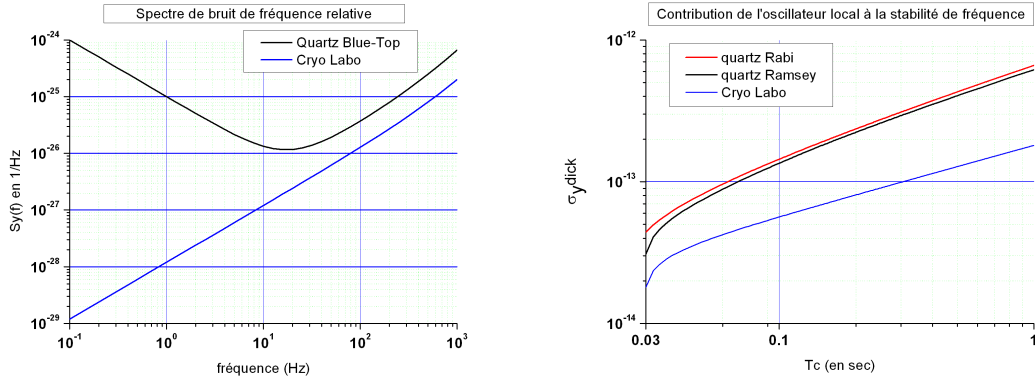


FIG. 4.28 – Dégradation de la stabilité de fréquence par effet Dick avec un quartz commercial et avec un oscillateur cryogénique pour des interrogations de Rabi (rouge) et de Ramsey (noir). On fait varier le temps de cycle  $T_c$ . Pour Rabi on a choisi  $\tau = 30$  ms  $b\tau = \pi$  et  $\delta\tau = 2.51$ . Pour Ramsey on a choisi  $\tau = 2.5$  ms,  $T = 25$  ms,  $b\tau = \pi/2$  et  $\delta T = \pi/2$ . On a représenté à gauche les spectres de bruit de fréquence relative du quartz considéré et du signal à 9.2 GHz utilisé au laboratoire.

$$S_\varphi(f)_{@9.2 \text{ GHz}} = 10^{-8} f^{-1} + 10^{-11.2}$$

Soit un bruit de fréquence relative<sup>22</sup> de :

$$S_y(f) = 1.2 \cdot 10^{-28} f^1 + 8 \cdot 10^{-32} f^2 \text{ en } 1/Hz$$

Pour  $T_c = 80$  ms et  $T_{int} = 30$  ms la limitation correspondante est indépendante du nombre d'atomes détectés. La stabilité limite est de  $\sigma_{y_{Dick}}(\tau) = 5 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$ . Rapporté au niveau des fluctuations du signal détecté on a:

$$\boxed{\frac{\sigma_{A_{Dick}}}{A_{atf}} = 2.6 \cdot 10^{-4}} \quad (4.47)$$

Bien évidemment, l'utilisation d'un OCSR n'est pas envisageable pour HORACE à terme. Je donne ici la limitation correspondante si on utilisait un bon quartz commercial (en l'occurrence il s'agit d'un Wentzel® "Blue Top"). Son spectre de bruit de fréquence présente un minimum entre 10 et 20 Hz qui est typiquement la fréquence de cycle de l'horloge HORACE. Plus exactement, son bruit de fréquence est donné par:

$$S_y(f) = 10^{-25} f^{-1} + 3.3 \cdot 10^{-28} f + 3.3 \cdot 10^{-31} f^2 \text{ en } 1/Hz$$

Il est représenté sur la figure 4.28. Sur la même figure on a représenté la limitation due à l'effet Dick sur ce quartz à la stabilité de fréquence totale. Cette limitation est donnée pour les deux types d'interrogations et en fonction du temps de cycle, le temps d'interrogation total restant constant et égal à 30 ms.

On constate tout d'abord que la dégradation est presque indépendante de la méthode d'interrogation. Pour un temps de cycle de  $T_c = 80$  ms et  $T_{int} = 30$  ms la stabilité limite est de

22. Le comportement à basse fréquence de l'OCSR n'est quantifié dans la littérature que par sa variance d'Allan. A partir de ces données on estime que la contribution du bruit flicker de fréquence ou blanc de fréquence est de l'ordre de  $10^{-30} - 10^{-29}$  entre 0.1 et 1 Hz. Ces contributions sont totalement négligeables dans le cadre de l'étude d'HORACE



Source de bruit	$\frac{\sigma_A}{A_{atf}}$	$\sigma_y(1\text{ s})$	Dépendance
Electronique+ Acquisition	$0.11\ 10^{-3}$	$0.22\ 10^{-13}$	$N_{det}^{-1}$
Shot noise optique	$0.30\ 10^{-3}$	$0.59\ 10^{-13}$	
Shot noise atomique	$0.82\ 10^{-3}$	$1.6\ 10^{-13}$	$N_{det}^{-1/2}$
Fréquence du laser	$0.2\ 10^{-3}$	$0.16\ 10^{-13}$	$N_{det}^0$
Signal micro-onde (LABO)	$0.26\ 10^{-3}$	$0.51\ 10^{-13}$	
<b>TOTAL LABO</b>	$1\ 10^{-3}$	$2\ 10^{-13}$	
Signal micro-onde (Quartz)	$0.55\ 10^{-3}$	$1.1\ 10^{-13}$	$N_{det}^0$
<b>TOTAL Quartz</b>	$1.2\ 10^{-3}$	$2.3\ 10^{-13}$	

TAB. 4.1 – Bilan de bruit court terme. Les bruits sont rapportés à un signal de d'absorption  $A_{atf}$  de 2.5% soit environ  $N_{det}^0 = 1.5\ 10^6$  atomes détectés. On a pris  $T_c = 80\text{ ms}$  et  $\Delta\nu = 20\text{ Hz}$

$1.22\ 10^{-13}\ \tau^{-1/2}$  pour une interrogation de Rabi et de  $1.13\ 10^{-13}\ \tau^{-1/2}$  en Ramsey. Dans les deux cas la dégradation est compatible avec les objectifs d'HORACE pour un fonctionnement terrestre.

#### 4.2.4 Mesure du rapport signal à bruit en fonction du nombre d'atomes

Afin de vérifier expérimentalement l'influence des différents bruits décrits ci-dessus et leur signature, j'ai réalisé une mesure de l'écart type relatif  $\frac{\sigma_A}{A_{atf}}$  en fonction du signal détecté  $A_{atf}$  et donc du nombre d'atomes détectés  $N_{det}$ . Afin que la mesure ne soit pas affectée par les bruits perturbant la fréquence d'horloge, on se place à résonance et on diminue la puissance micro-onde (ou la durée des impulsions micro-onde) afin de réaliser une impulsion totale  $\pi/2$ . Ce faisant, on a bien  $P = 1/2$  comme dans le fonctionnement normal de l'horloge mais on devient insensible au premier ordre aux fluctuations de la fréquence d'horloge et au bruit de l'oscillateur local. De cette manière on peut mesurer les bruits affectant la détection uniquement.

L'écart type relatif final est la somme quadratique de tous les bruits vus plus haut et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\sigma_A}{A_{atf}} = \frac{1}{A_{atf}} \left( \underbrace{\sigma_{A_{elec}}^2 + \sigma_{A_{photon}}^2}_{N_{det}^{-1}} + \underbrace{\sigma_{A_{shot}}^2}_{N_{det}^{-1/2}} + \underbrace{\sigma_{A_{freq}}^2}_{N_{det}^0} \right)^{1/2} \quad (4.48)$$

Une telle mesure est présentée sur la figure 4.29. On fait varier le nombre d'atomes en changeant le temps de refroidissement  $T_{cool}$  et/ou la puissance laser  $P_{iso}$ .

Pour mettre en évidence la signature de chaque type de bruit on peut ajuster les points de mesures par une fonction de la forme

$$\frac{\sigma_A}{A_{atf}} = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{N_{det}}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{\sqrt{N_{det}}}\right)^2 + \gamma^2} \quad (4.49)$$

On trouve  $\alpha = 579(13)$ ,  $\beta = 1.25(0.04)$ , et  $\gamma = 1.7(1.0)\ 10^{-4}$  en ajustant les données expérimentales de la figure 4.29. Cet ajustement est en bon accord avec les prédictions faites précédemment pour chacun des bruits.

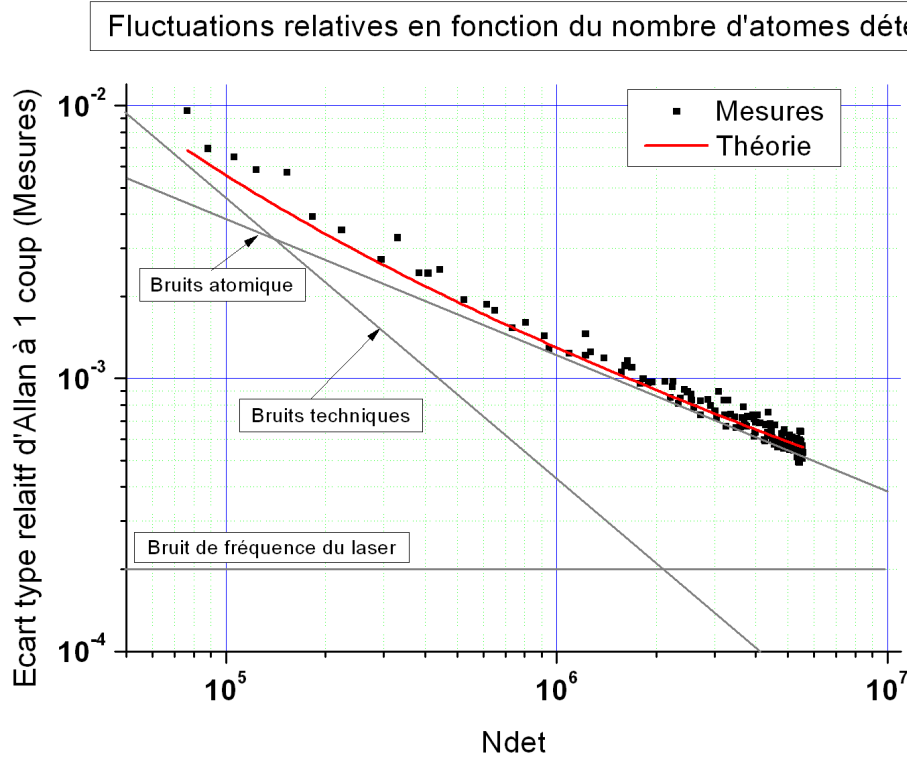


FIG. 4.29 – Fluctuations relatives du signal en fonction du nombre d’atomes froids détectés. Les lignes grises correspondent aux contribution calculées des différents bruits. La courbe rouge est la somme quadratique de ces contributions théoriques. L’accord avec les mesures (■) est très bon.

### 4.3 Optimisation de la stabilité court-terme sur Terre

L’optimisation de la stabilité court terme d’HORACE est clairement le coeur de mon travail de thèse. Cette tâche s’est faite peu à peu, s’étalant sur 1 an et demi environ, en travaillant en parallèle sur les aspects liés au refroidissement comme sur la compréhension et la réduction des différents bruits de détection. Je présente dans cette partie une modélisation de la stabilité de fréquence attendue à la lumière des travaux menés précédemment dans ce chapitre. Puis, je retrace brièvement l’historique des mesures de stabilités réalisées au laboratoire en donnant les principaux résultats expérimentaux. Enfin, je donne quelques perspectives d’améliorations en dressant les limitations et performances ultimes obtensibles.

#### 4.3.1 Modélisation des performances de l’horloge

Je présente ici une modélisation des performances en fréquence attendues en considérant que le nombre d’atomes froids détectables (*ie*: peuplant les deux niveaux d’horloge)  $N_{det}(T_{cool}, T_{int})$  est régi par les relations établies lors de l’étude de la recapture et que les fluctuations du signal détecté sont données par la relation 4.49.

On a donc :

$$N_{det}(T_{cool}, T_{int}) = N_{Max}^0 \frac{1 - e^{\frac{-T_{cool}}{\tau_{charg}}}}{1 - e^{\frac{-T_{cool}}{\tau_{charg}}} \cdot R(T_{int})} \cdot collisions(T_{int}) \cdot \left( \iiint_{det} nuage(\vec{r}, T_{int}, T) d^3r \right) \quad (4.50)$$

où  $N_{Max}^0$  est le nombre d'atomes dans  $|3, 0\rangle$  après un chargement total de la mélasse puis préparation par pompage optique.

L'écart type relatif du signal détecté est donné par la relation 4.49 en prenant en compte le fait que l'on ne détecte effectivement que la moitié des atomes ayant participé à l'interrogation.

$$\frac{\sigma_A}{A_{atf}} = \sqrt{\left( \frac{579}{0.5N_{det}} \right)^2 + \left( \frac{1.25}{\sqrt{0.5N_{det}}} \right)^2 + (1.7 \cdot 10^{-4})^2} \quad (4.51)$$

Enfin, en tenant compte du contraste  $C$  des franges, la stabilité court terme pour une interrogation de Ramsey ( $\Delta\nu \approx 1/2T_{int}$ ) est donnée par :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{2C\nu_{at}T_{int}} \frac{\sigma_A}{A_{atf}} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (4.52)$$

En combinant les équations 4.50, 4.51 et 4.52 on peut modéliser et déterminer le régime optimal de fonctionnement selon les valeurs du couple  $(T_{cool}, T_{int})$ .

Les figures 4.30 et 4.31 présentent les résultats de ces simulations avec  $N_{max} = 2 \cdot 10^8$ ,  $\tau_{charg} = 80$  ms,  $T = 35$   $\mu$ K et  $C = 0.9$  en choisissant comme oscillateur local soit le signal cryogénique mesuré au laboratoire soit le quartz commercial Wentzel® "Blue Top" déjà envisagé.

Les meilleures stabilités, respectivement  $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  (cryo) et  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  (quartz), sont atteintes pour les couples  $(T_{cool}, T_{int}) = (63 \text{ ms}, 41 \text{ ms})$  et  $(T_{cool}, T_{int}) = (40 \text{ ms}, 36 \text{ ms})$ . Cependant il est plus important de remarquer que les domaines de stabilité optimale sont relativement larges dans les deux cas, ce qui est gage d'un fonctionnement robuste.

### 4.3.2 Résultats expérimentaux sur la stabilité de fréquence court terme

#### Historique des mesures de la stabilité court-terme

L'optimisation de la stabilité court terme s'est fait sur environ 18 mois entre décembre 2006 et mai 2008. Pendant cette période j'ai pu gagner plus d'un ordre de grandeur passant de  $4 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$  à  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . La figure 4.32 retrace cet historique.

Voici quelques étapes importantes de cette optimisation:

**Optimisation de la séquence de refroidissement** La mise en place d'une séquence de refroidissement atypique incluant une impulsion "bleue"<sup>23</sup> a permis de multiplier par 3 le nombre d'atomes détectés et de passer sous la barre des  $10^{-12}$ .

**Normalisation de l'intensité du faisceau de détection** Le dispositif de réjection des fluctuations d'intensité a permis d'augmenter significativement le RSB de la mesure.

23. Je n'ai pas décrit cette séquence dans ce manuscrit car elle est encore mal comprise sur certains points (pas reproductible sur quelques mois) et surtout n'apporte pas d'améliorations significative pour les paramètres utilisés finalement. On trouvera dans la référence [77] une description succincte de cette séquence de refroidissement.

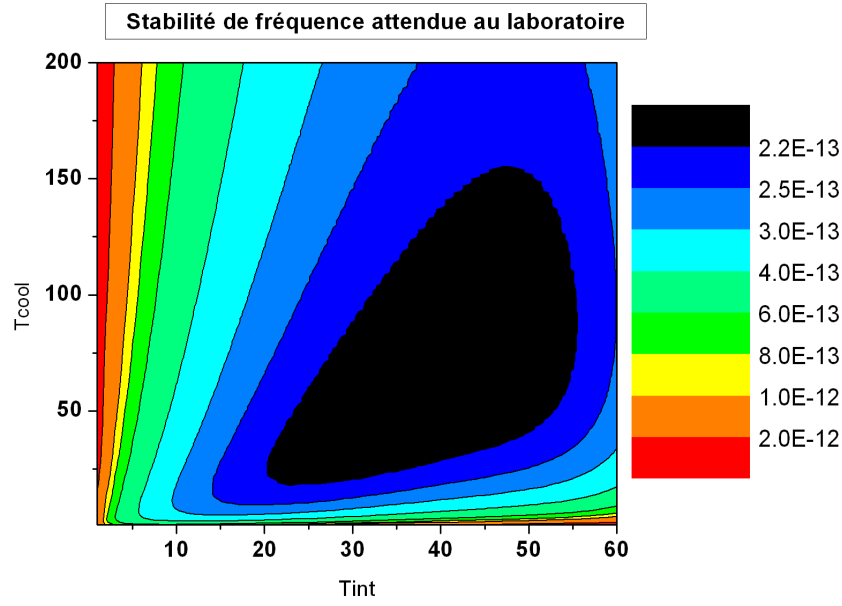


FIG. 4.30 – Stabilité de fréquence attendue en fonction de  $T_{cool}$  et  $T_{int}$  avec l'oscillateur local cryogénique mesuré au laboratoire. On a pris  $N_{max} = 2 \cdot 10^8$ ,  $\tau_{charg} = 80$  ms,  $T = 35 \mu\text{K}$  et  $C = 0.9$ . La stabilité optimale de  $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  est obtenue pour  $(T_{cool}, T_{int}) = (63 \text{ ms}, 41 \text{ ms})$ .

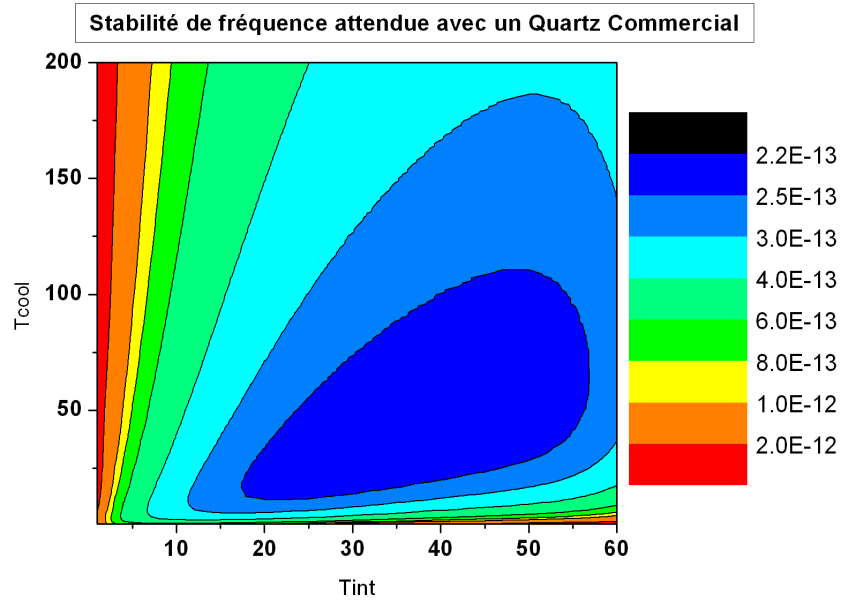


FIG. 4.31 – Stabilité de fréquence attendue en fonction de  $T_{cool}$  et  $T_{int}$  avec comme oscillateur local un quartz Wentzel® "Blue Top". On a pris  $N_{max} = 2 \cdot 10^8$ ,  $\tau_{charg} = 80$  ms,  $T = 35 \mu\text{K}$  et  $C = 0.9$ . La stabilité optimale de  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  est obtenue pour  $(T_{cool}, T_{int}) = (40 \text{ ms}, 36 \text{ ms})$ .

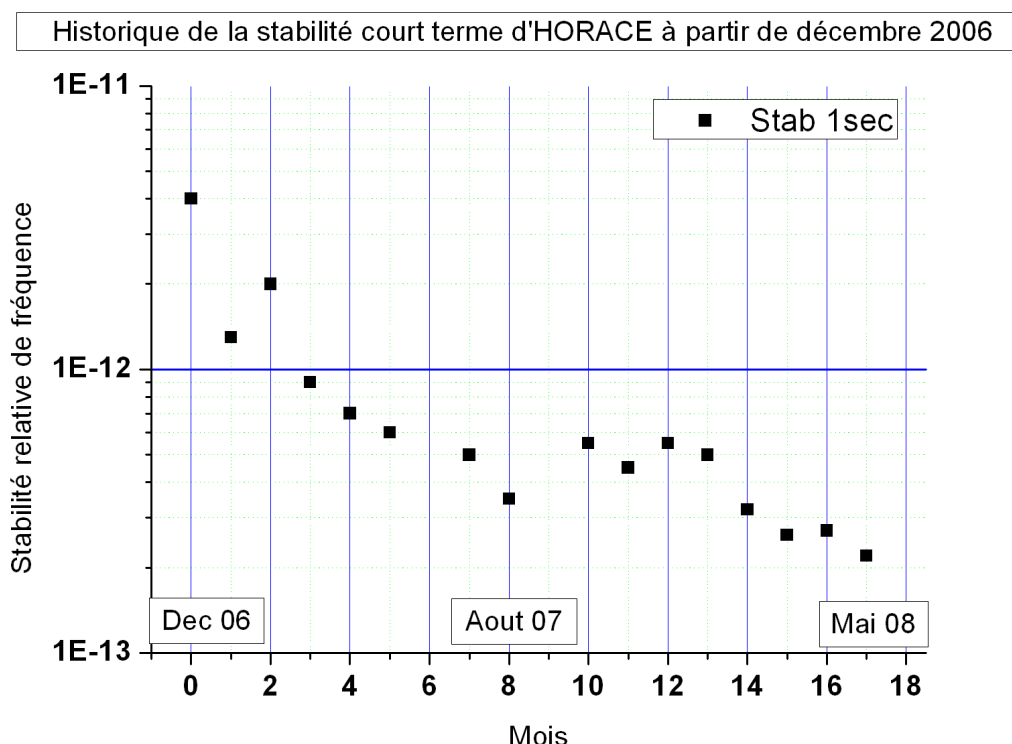


FIG. 4.32 – Historique des mesures de stabilité court terme entre décembre 2006 et mai 2008. INDICATEUR DE SIMPLICITÉ

**Utilisation d'un faisceau de détection faiblement saturant** La détection s'est faite pendant plusieurs mois avec un faisceau de  $100 \mu\text{W}$ . Bien qu'une telle puissance rende presque négligeable la contribution du shot noise optique, la saturation des atomes thermiques de l'enceinte devient telle que la configuration rétro-réfléchie donne lieu à un magnifique profil d'absorption saturée. Ce profil accroît alors très significativement la sensibilité au bruit de fréquence du laser par conversion FM/AM. La diminution de la puissance laser au niveau de  $5 \mu\text{W}$  a donc permis de réduire cette sensibilité.

**Utilisation d'un signal d'interrogation cryogénique** La chaîne de fréquence d'HORACE utilise un signal externe à 100 MHz pour générer le champ micro-onde d'interrogation. Durant les premiers mois d'évaluation du prototype, ce signal à 100 MHz provenait de la combinaison d'un quartz et d'un maser. La contribution de ce signal à la stabilité globale avec les paramètres utilisés alors était de  $3 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . L'utilisation de l'OCRS a permis d'annuler cette contribution et d'atteindre une stabilité de  $3.7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ .

**Augmentation de la pression de vapeur de Cs** Une pression de vapeur plus élevée a permis de réduire le temps de chargement de la mélasse jusqu'à 80 ms et ainsi d'augmenter la fréquence de cycle jusqu'à 10-15 Hz. Par delà le gain direct, ce mode de fonctionnement rapide accroît la stabilité coup à coup des processus de refroidissement et a permis d'obtenir un RSB limité par le shot noise atomique.

**Mise en place du régime de recapture** L'obtention d'un bon RSB en mode de fonctionnement rapide a permis de simplifier la séquence de détection et de mettre en place un régime de recapture efficace. Ceci menant à un gain de 2 sur le nombre d'atomes détectés.

**Utilisation d'un faisceau de détection polarisé circulairement** Cette dernière modifi-

	Août 2007	Mai 2008
$T_c$	170 ms	80 ms
$R_c$	23%	45%
$\Delta\nu$	13 Hz	18 Hz
$N_{det}$ (mi-frange)	$4 \cdot 10^6$	$1.5 \cdot 10^6$
RSB	500	900
$\sigma_y(1\text{ s})$ (LABO)	$3.7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$	$2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$

TAB. 4.2 – Comparaison des paramètres d’horloge entre août 2007 et mai 2008.

cation, bien que triviale sur le plan expérimental, a permis de doubler le coefficient de couplage atome-lumière et donc d’accroître encore le RSB. Au final un RSB proche de 1000 est atteint pour  $1.5 \cdot 10^6$  atomes détectés.

Sur la figure 4.32 le gain pur sur la stabilité entre août 2007 et mai 2008 n’est pas flagrant (un petit facteur 2 tout de même!). En revanche, la séquence a été considérablement simplifiée au niveau du refroidissement (paramètre Doppler uniquement) et de la détection (une seule population) diminuant ainsi significativement les contraintes sur le banc optique et ses fonctionnalités. Par ailleurs, avec la séquence utilisée finalement le rapport cyclique atteint 40 % environ, ce qui rend envisageable l’utilisation d’un quartz comme oscillateur sans dégradation significative de la stabilité comme le montrent les figures 4.30 et 4.31.

### Stabilité court-terme record

Comme mentionné plus haut, la meilleure stabilité relative de fréquence que j’ai pu obtenir sur HORACE au laboratoire est de  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ . Ce résultat est en très bon accord avec les prédictions faites figure 4.30. La figure 4.33 présente cette stabilité ”record”. Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 4.2.

Sur cette intégration, l’écart type d’Allan se moyenne comme du bruit blanc jusqu’à 2000 sec. La stabilité atteint le niveau de  $4 \cdot 10^{-15}$  à 5000 sec. La remontée après 5000 sec n’est pas clairement identifiée mais est probablement due à un effet journalier (origine thermique). En effet, le prototype HORACE n’était pas à cette date stabilisé en température (particulièrement la cavité micro-onde) et il est clair que certains effets systématiques comme le cavity pulling peuvent induire de telles fluctuations de fréquence.

### 4.3.3 Limitations et performances ultimes en fonctionnement terrestre

Nous avons vu plus tôt (voir figure 4.29) que le RSB était essentiellement limité par le bruit de grenaille atomique, il varie donc comme  $\sqrt{N_{det}}$ . Cette limitation a un caractère fondamental et ne peut être repoussée qu’en augmentant significativement le nombre d’atomes détectés  $N_{det}$  ou en mettant en place une séquence de normalisation.

La première option est à mon sens délicate à mettre en oeuvre d’autant qu’un mode de fonctionnement à très grand nombre d’atomes pourra éventuellement poser des problèmes à terme en raison du déplacement collisionnel. Un gain d’atomes pourrait toutefois être obtenu en améliorant la qualité du vide dans l’enceinte, en augmentant la puissance de refroidissement et/ou la réflectivité optique de la cavité (dépôt d’argent).

La seconde option est, comme on l’a vu page 152, loin d’être évidente. Si elle permet en théorie d’atteindre la limite quantique (gain de  $\sqrt{3}$  sur la contribution des bruits atomiques par rapport la détection d’une population), une telle séquence augmente aussi significativement

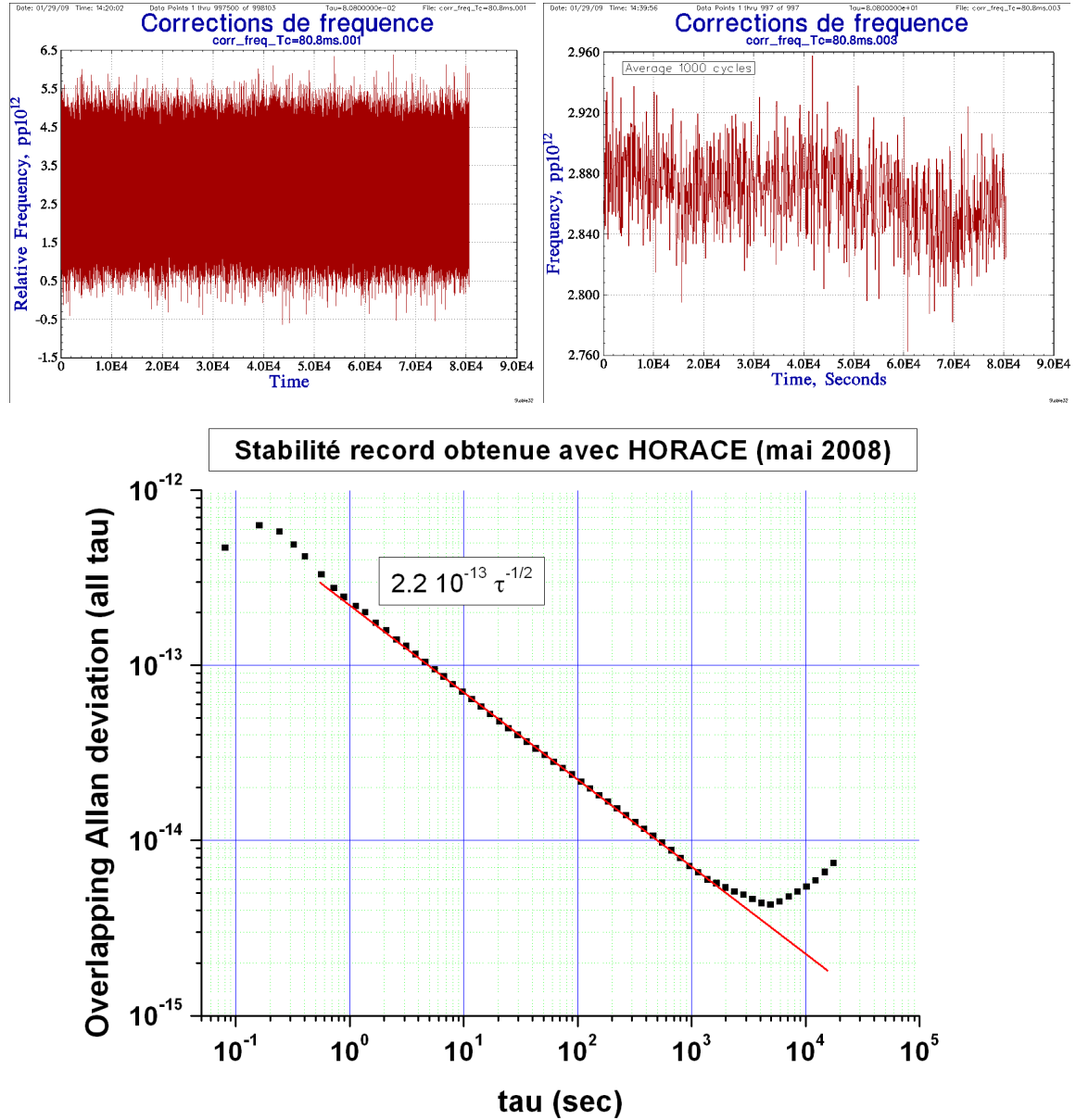


FIG. 4.33 – Meilleure stabilité court terme obtenue avec HORACE. Résultat datant de mai 2008. **En haut** : On montre la série temporelle des corrections de fréquence relatives pour chaque cycle et moyennées sur 1000 cycles (80 sec). **En bas** : L'écart type d'Allan vaut  $2.2 \cdot 10^{-13}$  à 1 sec et se moyenne comme du bruit blanc jusqu'à 2000 sec. La stabilité atteint le niveau de  $4 \cdot 10^{-15}$  à 5000 sec. Les paramètres sont donnés dans 4.2. La remontée après 5000 sec n'est pas clairement identifiée mais est probablement due à un effet journalier (thermique). On notera par ailleurs que le gain de la boucle d'asservissement était un peu trop élevé pour cette intégration.

l'amplitude des bruits techniques (shot noise optique notamment) puisque plusieurs impulsions lumineuses sont nécessaires. Le gain final n'est donc pas significatif comme le montre la figure 4.25.

En conclusion on peut dire, au vu des études menées dans ce chapitre, que la stabilité obtenue expérimentalement sur HORACE est très proche de la stabilité ultime obtensibile pour un fonctionnement terrestre. Les bruits entachant son fonctionnement ayant un caractère fondamental (shot noise optique et atomique) il sera délicat d'améliorer significativement ces résultats comme on l'a vu. Il est aussi important de souligner la relative simplicité de la séquence expérimentale permettant de les obtenir.

**Il est évident que des études supplémentaires doivent être menées pour d'une part déterminer les potentialités d'HORACE sur le long terme et en exactitude, et d'autre part fiabiliser et simplifier encore le dispositif expérimental. Toutefois, les résultats sur la stabilité court-terme présentés ici sont très encourageants et placent, sur ce point, HORACE au niveau de nombreuses fontaines atomiques et parmi les meilleures horloges dites "compactes", comparable à l'horloge à ions  $Hg^+$  développée au JPL depuis de nombreuses années (voir page 193).**



## 4.4 Evaluation des performances attendues en micro-gravité

La manipulation d'atomes froids en micro-gravité est à la base du projet d'horloge spatiale PHARAO. La gravité ne limitant plus le temps d'interrogation on peut espérer alors obtenir des facteurs de qualité atomiques sensiblement plus grands que sur Terre.

Une des applications potentielles majeures de l'horloge HORACE étant les satellites de positionnement, il est logique de s'interroger sur les performances ultimes obtensibles en micro-gravité. Cette partie vise à donner quelques éléments sur ce point.

### 4.4.1 Influence de la micro-gravité

Dans la mesure où les atomes froids ne sont plus soumis à la gravité, on s'attend à ce que plusieurs aspects du modèle décrit précédemment soient notablement changés, que le régime de fonctionnement et les paramètres optimaux soient relativement différents de ceux obtenus plus tôt dans ce chapitre.

Les principaux aspects sont:

- Il est possible d'allonger nettement le temps d'interrogation  $T_{int}$ .
- La température atomique, qui a un impact négligeable sur Terre, devient un paramètre important pour assurer de longues interrogations.
- La pression de vapeur, qui est la principale source de pertes d'atomes sur Terre, doit être significativement diminuée pour permettre un bon RSB même si  $T_{int}$  est grand.
- Les processus de recapture sont plus efficaces puisque les atomes restent au centre de la cavité. Là encore l'expansion thermique joue un rôle important.
- L'expansion thermique du nuage étant isotrope les atomes explorent symétriquement la cavité micro-onde<sup>24</sup>

### 4.4.2 Performances attendues en micro-gravité

#### Hypothèses du modèle

Sur la base des relations et modèles établis plus tôt dans ce chapitre, je propose de donner les performances ultimes attendues pour HORACE lors d'un fonctionnement en micro-gravité. Les hypothèses faites pour cette évaluation reprennent largement les paramètres observés expérimentalement au laboratoire et sont les suivantes:

- On considère une interrogation de Ramsey optimisée ( $\Delta\nu = 1/2T$ ) avec un contraste de 100 %.
- La séquence de refroidissement permet d'obtenir un nombre maximal d'atomes  $N_{max} = 2 \cdot 10^8$  pour un chargement total de la mélasse quel que soit le temps de chargement  $\tau_{charg}$ . On considère bien entendu les processus de recapture.
- On considère que la température atomique peut être arbitrairement choisie entre 1  $\mu$ K et 125  $\mu$ K. La température est sans influence sur la distribution spatiale initiale du nuage comme sur le nombre d'atomes<sup>25</sup>. Le nuage est gaussien avec un rayon à  $1/e$   $\sigma_0 = 4$  mm.

24. Cette propriété permet *a priori* de réduire l'influence d'effets systématiques dépendant de la position dans la cavité, notamment les gradients de phase.

25. Expérimentalement, les températures proches de 1  $\mu$ K n'ont été observées qu'au prix d'une réduction significative du nombre d'atomes. En revanche, jusqu'à des températures de l'ordre 5  $\mu$ K le nombre d'atomes détectés restent constant.

- La séquence de détection est identique à celle utilisée au laboratoire (détection d’une population). Les bruits entachant le signal sont de même nature et de même amplitude que ceux observés au laboratoire. En particulier, la relation  $\frac{\sigma_A}{A_{atf}} = f(N_{det})$  est décrite par l’équation 4.49.
- La gravité est considérée comme nulle. On néglige l’influence d’accélération parasites (vibrations).
- On néglige l’influence de l’effet Dick. Cette hypothèse est bien sûr très contestable *a priori* mais on pourra toujours vérifier, une fois la séquence optimale établie, sa pertinence en utilisant un oscillateur spatial comme celui développé pour l’horloge PHARAO par exemple [29].

### Evaluation de la stabilité court terme (sans effet Dick)

Contrairement au fonctionnement terrestre, la température atomique joue un rôle très important pour la micro-gravité. Le nombre d’atomes détectés dépend alors fortement de l’expansion thermique du nuage qui est ici le paramètre limitant car on ne peut pas réaliser, avec une séquence de refroidissement simple, une température arbitrairement basse. Nous étudierons donc la stabilité optimale et les paramètres de séquence ( $T_{cool}, T_{int}, \tau_{charg}$ ) en fonction de la température atomique.

Une routine d’optimisation numérique permet d’obtenir, pour une température fixée, la stabilité ultime obtensible et les paramètres de séquence correspondants. Ces résultats sont présentés dans le tableau 4.3 et sur la figure 4.34.

La figure 4.34 met en évidence l’intérêt des très basses températures pour un fonctionnement en micro-gravité. On obtient alors clairement des stabilités court-terme  $\text{sub-}10^{-13} \tau^{-1/2}$ . On voit sur la même figure la stabilité ultime obtensible sur Terre avec la même optimisation<sup>26</sup>. Le comportement asymptotique est dû à l’impossibilité de réaliser de longues interrogations. On ne gagne donc presque rien à avoir des atomes très froids.

### Evaluation de la stabilité court terme (avec effet Dick)

S’il existe des moyens permettant de s’affranchir du bruit de l’oscillateur local en fonctionnement terrestre (comme l’OCSR), il est clair qu’à bord d’un satellite ou d’une sonde spatiale seuls les oscillateurs à quartz peuvent être aujourd’hui utilisés.

J’ai utilisé la routine numérique précédente, complétée par un calcul de l’effet Dick, afin de déterminer les paramètres optimaux. Pour cela je considère 2 oscillateurs à quartz, celui développé pour l’horloge spatiale PHARAO et le Wentzel ”Blue Top” disponible commercialement.

Les spectres de bruit de fréquence correspondants sont représentés sur la figure 4.35 et sont donnés par :

$$S_{y_{bluetop}}(f) = 10^{-25} f^{-1} + 3.3 \cdot 10^{-28} f + 3.3 \cdot 10^{-31} f^2 \text{ en } 1/Hz$$

$$S_{y_{Pharao}}(f) = 4 \cdot 10^{-27} f^{-1} + 1.2 \cdot 10^{-27} f + 1.3 \cdot 10^{-29} f^2 \text{ en } 1/Hz$$

26. On remarquera que la limite obtenue ici est inférieure à celle mesurée. Cette différence provient du contraste qui n’est pas de 100 % expérimentalement et de la largeur de raie qui ne vaut pas strictement  $1/2T$ .

Sans effet Dick				
$T$ en $\mu\text{K}$	$\sigma_y(1\text{ s})$ en $10^{-13}$	$T_{cool}$ en s	$T_{int}$ en s	$\tau_{charg}$ en s
1	0.56	0.61	0.4	1
2	0.66	0.43	0.28	0.7
5	0.84	0.27	0.18	0.45
10	1	0.19	0.13	0.32
35	1.4	0.1	0.68	0.17
125	1.9	0.055	0.036	0.09

TAB. 4.3 – Paramètres de fonctionnement optimaux pour un environnement en micro-gravité en fonction de la température atomique  $T$ . Le nombre optimal d'atomes détectés est identique pour chaque température et vaut  $N_{det} = 1.7 \cdot 10^6$ . Le RSB correspondant est proche de 1000. Cette modélisation ne tient pas compte de l'effet Dick

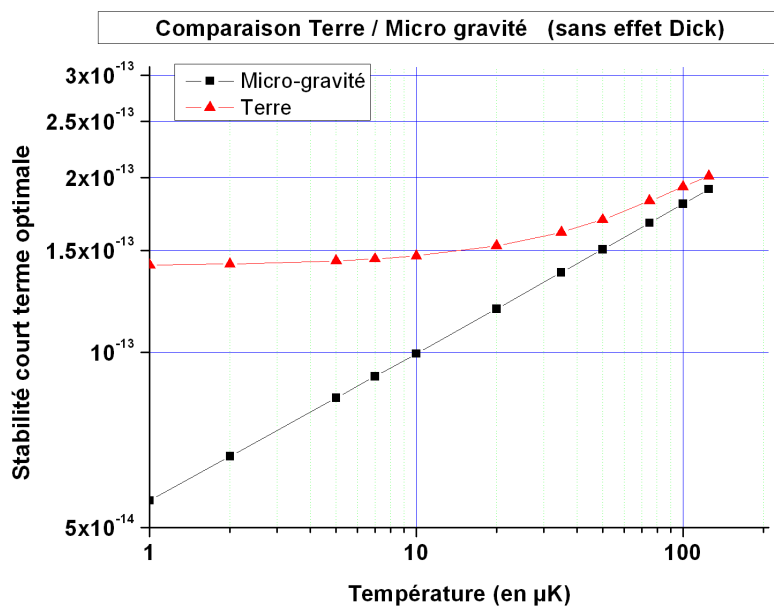


FIG. 4.34 – Influence de la température atomique sur la stabilité court terme ultime obtainable.

$T$ en $\mu\text{K}$	Quartz PHARAO				Wentzel BlueTop			
	$\sigma_y(1\text{ s})$ en $10^{-13}$	$T_{cool}$ en s	$T_{int}$ en s	$\tau_{charg}$ en s	$\sigma_y(1\text{ s})$ en $10^{-13}$	$T_{cool}$ en s	$T_{int}$ en s	$\tau_{charg}$ en s
1	0.75	0.25	0.4	0.7	1.1	0.06	0.2	0.5
2	0.86	0.23	0.3	0.6	1.1	0.06	0.17	0.4
5	1.1	0.23	0.24	0.5	1.3	0.06	0.12	0.3
10	1.2	0.15	0.16	0.3	1.4	0.05	0.09	0.2
35	1.7	0.10	0.1	0.2	1.7	0.05	0.06	0.13
125	2.4	0.06	0.06	0.1	2.2	0.04	0.04	0.08

TAB. 4.4 – Paramètres de fonctionnement optimaux pour un environnement en micro-gravité en fonction de la température atomique  $T$  avec deux oscillateurs à quartz.

Le tableau 4.4 présente les résultats de l'optimisation pour les deux quartz. La figure 4.36 donne la stabilité ultime en fonction de la température atomique.

Tout d'abord, la dégradation apporté par ces deux quartz est relativement faible ( $\leq 10^{-13}$ ). Les stabilités obtenues sont donc toujours très bonnes, comprises entre  $1\ 10^{-13}$  et  $2\ 10^{-13}$ . En revanche, la différence obtenue entre les deux oscillateurs n'est pas suffisamment significative pour qu'elle justifie le choix de l'un ou l'autre sur ce seul critère. Cette remarque est d'autant plus valable que la zone des très basses températures ( $T < 5\ \mu\text{K}$ ) est difficilement accessible avec HORACE.

#### 4.4.3 Conclusion et perspectives: vers un prototype spatial

Les études menées dans ce chapitre ont permis de dégager les points forts inhérents au mode de fonctionnement de l'horloge HORACE.

La démonstration expérimentale d'une stabilité fréquence au niveau de  $2.2\ 10^{-13}\ \tau^{-1/2}$  et la perspective réaliste d'un fonctionnement spatial au niveau de  $1 - 2\ 10^{-13}\ \tau^{-1/2}$  sont très prometteurs dans la perspective des constellations de satellites de positionnement.

Sur le plan technique, le refroidissement en lumière isotrope permet de simplifier le dispositif notablement et notamment le banc optique. En particulier, on a vu que la stabilité reste au niveau  $2\ 10^{-13}\ \tau^{-1/2}$  avec des paramètres Doppler de refroidissement ( $T = 125\ \mu\text{K}$ ). Autrement dit, il n'est pas nécessaire de contrôler (finement) ni la puissance ni la fréquence des faisceaux refroidisseurs. Par ailleurs, on a vu que l'excellente stabilité coup à coup du nombre d'atomes froids produits permet d'obtenir, certes un bon RSB, mais aussi une séquence de détection très simplifiée à une seule impulsion laser.

On dispose alors d'une horloge dont toute la séquence de fonctionnement est particulièrement simple.

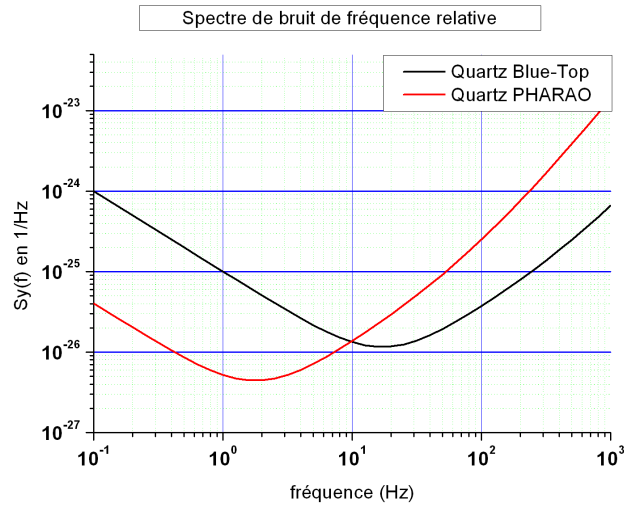


FIG. 4.35 – Spectres de bruit de fréquence relative du quartz Wentzel "Blue Top" et du quartz développé pour le projet PHARAO.

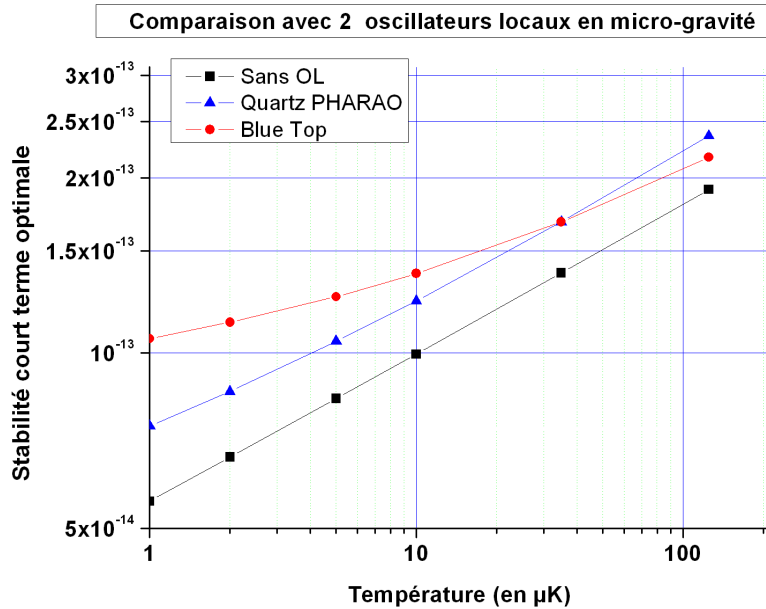


FIG. 4.36 – Influence de la température atomique sur la stabilité court terme ultime obtenible en tenant compte de l'oscillateur local. On a considéré un quartz commercial Wentzel "Blue Top" (●) et l'oscillateur spatial développé pour l'horloge PHARAO (▲). On donne à titre indicatif la stabilité ultime calculée sans effet Dick (■)

## Chapitre 5

# Conclusions

### 5.1 Conclusion sur ce travail

Ce mémoire décrit le montage et les premières mesures de stabilité de fréquence du premier prototype métrologique de l'horloge à atomes froids HORACE. L'optimisation du nombre d'atomes froids et la réduction des bruits expérimentaux a conduit à une stabilité court-terme de  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , comparable à celle obtenue sur de nombreuses fontaines atomiques mais avec un dispositif beaucoup plus compact.

Dans un premier temps, j'ai notamment implémenté une détection du signal d'horloge par absorption. Cette méthode de détection permet de démontrer pleinement, et pour la première fois depuis que le projet HORACE existe, les potentialités d'un fonctionnement totalement *in situ*. Outre la compacité, une conséquence directe de cela est la possibilité de recapturer d'un cycle à l'autre une partie des atomes froids. Ceci a non seulement conduit à une augmentation du nombre d'atomes détectés ( $N_{det} = 1.5 \cdot 10^6$ ) mais aussi à réduire la durée de la phase de refroidissement jusqu'à  $T_{cool} = 40 \text{ ms}$ .

La méthode de refroidissement isotrope a montré ici je pense tout son potentiel, tant sur sa simplicité de mise en oeuvre que sur sa grande stabilité. Pour le premier point, je rappelle ici que tous les résultats présentés ont été obtenus avec un coupleur de fibres multimodes, composant commercial peu coûteux et robuste. Pour le second, j'ai pu obtenir, sans autre contrôle qu'un asservissement de fréquence, un régime de fonctionnement où les fluctuations relatives cycle à cycle du nombre d'atomes froids sont limitées par le bruit de grenaille atomique. J'ai observé ce comportement jusqu'au niveau de  $2 \cdot 10^{-4}$  sans identifier de limitation expérimentale. Un tel niveau de stabilité sur le court terme a permis d'une part de s'affranchir d'une séquence de détection avec normalisation du nombre d'atomes et d'autre part d'obtenir, en fonctionnement, des RSB proches de 1000, limités par un bruit au caractère fondamental.

Ce mode de fonctionnement rapide (12 cycles/sec) associé à un rapport cyclique proche de 45% permet de tirer parti au mieux des oscillateurs à quartz existants, dont les caractéristiques en bruit de phase sont moins contraignantes pour ces fréquences de cycle. On peut donc envisager, avec les paramètres actuels, un fonctionnement autonome de l'horloge avec un oscillateur à quartz sans dégradation notable des performances de l'horloge ( $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  avec OCSR  $\rightarrow$   $2.4 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  avec quartz commercial).

## 5.2 Perspectives

### 5.2.1 Effets systématiques et stabilité long terme

Ce mémoire n'aborde pas, ou très superficiellement, la question de la stabilité long terme et donc des effets systématiques. C'est avant tout faute de temps que je n'ai pu mener cette étude, mais aussi à cause de divers problèmes liés au champ magnétique (gradients transverses). Le déplacement associé à l'effet Zeeman quadratique étant de loin le plus important des effets systématiques (quelques  $10^{-12}$ ), bien que stable au niveau de quelques  $10^{-16}$ , l'impossibilité de le déterminer convenablement a rendu trop délicate l'évaluation des autres effets.

Compte tenu des objectifs du projet HORACE (stabilité  $\approx 10^{-15}$ , exactitude  $\leq 10^{-14}$ ), le nombre d'effets systématiques qu'il conviendra d'étudier est relativement restreint. Si l'on omet l'effet Zeeman, qui usuellement ne pose aucun problème majeur, les principaux déplacements de fréquence proviennent des collisions entre atomes froids de césium, du cavity pulling (ou entraînement de fréquence par la cavité), du rayonnement du corps noir, du switch micro-onde (transitoire de phase) et enfin des gradients de phase dans la cavité.

Tous ces effets n'ont pas le même impact d'un point de vue expérimental. Pour HORACE il semble logique d'étudier préférentiellement les effets pouvant affecter la stabilité long terme, c'est à dire ceux dont l'amplitude est susceptible de fluctuer avec une amplitude significative. C'est notamment le cas des effets dépendant du nombre d'atomes froids (cavity pulling et collisions froides). Les autres effets entraînant un déplacement de fréquence certes mais ils sont peu susceptibles de fluctuer (corps noir, switch micro-onde et gradients de phase).

**Le déplacement collisionnel** Cet effet sera à mon sens le plus délicat à évaluer correctement pour HORACE. D'une part, comme on l'a vu les niveaux  $|3, m_F \neq 0\rangle$  sont peuplés. Ces atomes contribuent donc au déplacement collisionnel, avec un poids différent selon leur  $m_F$  et des résonances de Feschbach [91], et non au signal d'horloge. Le déplacement final dépend donc de la répartition entre les différents sous-niveaux Zeeman, paramètre difficile à contrôler. Par ailleurs, il est apparu que l'utilisation d'un faisceau pousseur ou éclateur s'avérait incertaine, rendant inefficace l'étape de sélection Zeeman usuellement pratiquée. Une autre conséquence de ceci est qu'il devient très difficile de réaliser classiquement des mesures différentielles *haute densité/basse densité*. On pourra toutefois essayer de réaliser ces mesures en modifiant alternativement le temps de chargement de la mélasse ou la puissance laser. Mais là encore, il faudra bien s'assurer de la linéarité entre nombre d'atomes et densité atomique. En revanche, un point positif de l'horloge HORACE sur ce problème est qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser des atomes ultra-froids. Avec des températures typiques de  $35 \mu K$  on peut espérer, sur HORACE, que la section efficace de collisions, et donc le déplacement de fréquence associé, soient plus faibles que sur les fontaines où la température est de l'ordre du  $\mu K$ .

**L'entraînement de fréquence par la cavité ou cavity pulling** Ce déplacement de fréquence provient de l'interaction entre les dipôles atomiques et la cavité (non) parfaitement résonante. Il est usuellement évalué en même temps que le déplacement collisionnel car il dépend aussi du nombre d'atomes interrogés.

Dans le cas d'HORACE, on peut distinguer 3 effets distincts dûs à une cavité désaccordée :

1. Lors de la modulation carrée de fréquence nécessaire à l'asservissement on sonde de part et d'autre la résonance atomique. Si les fréquences de résonances de la cavité et des atomes sont différentes alors, la puissance micro-onde injectée dans la cavité est plus ou moins

importante selon le côté sondé. Cette asymétrie engendre un déplacement de fréquence mais qui reste en pratique très faible car du second ordre.

2. Lors des impulsions d'interrogations, le champ rayonné par les dipôles atomiques interfèrent avec le champ d'interrogation. Le déplacement de fréquence associé présente un comportement dispersif vis à vis du désaccord. Un formalisme décrivant cela a été proposé par S. Bize *et al* dans [17]. L'amplitude maximum du déplacement de fréquence est donnée par :

$$\frac{\Delta\nu_{cav.pull}}{\nu_{at}} = \frac{\tau}{T} \frac{\mu_0 \mu_B N_{int} Q_{cav}}{2\pi \nu_{at} \hbar V_{mode}}$$

où  $N_{int}$  est le nombre d'atomes interrogés et  $V_{mode}$  le volume du mode micro-onde résonant.

Dans le cas d'HORACE ( $N_{int} = 5 \cdot 10^6$ ,  $Q_{cav} = 10^4$ ), il vaut environ  $3 \cdot 10^{-14} \cdot \frac{\tau}{T}$ . Ce déplacement est relativement important et on voit clairement ici l'intérêt d'utiliser une interrogation de Ramsey pour le réduire.

3. Une spécificité d'HORACE est que les atomes restent dans la cavité tout au long de l'interrogation. Lors d'une séquence de Ramsey, pendant la période de libre évolution, ils restent néanmoins couplés à la cavité micro-onde. Cette interaction, proche de celle intervenant dans un maser sous le seuil, devra être prise en compte afin d'évaluer correctement le déplacement de fréquence final.

**Le switch micro-onde** Cet effet a été étudié spécifiquement dans le cadre des fontaines [16] mais devrait présenter pour HORACE un comportement assez différent. En effet, les temps de cycles étant beaucoup plus courts sur HORACE, les transitoires de phase observés n'auront pas du tout le même impact sur la fréquence moyenne. Les impulsions micro-ondes (pendant lesquelles le switch chauffe) sont nettement plus courtes (qq ms en Ramsey) que la constante de temps typique de ces transitoires ( $\sim 100$  ms), on peut imaginer que le déphasage total accumulé pendant l'interrogation et donc le déplacement de fréquence seront bien moindres. De plus, il me paraît assez probable que ce déplacement de fréquence soit assez stable dans le temps, en particulier si la température est mieux régulée. On peut par ailleurs s'affranchir de cet effet, en utilisant un switch interférentiel comme décrit dans [16].

**Le rayonnement du corps noir** Si ce déplacement est un enjeu majeur dans le cas des fontaines où la zone d'interaction est de grande dimension, il n'est pas un problème pour HORACE. Dans notre cas, les atomes se déplacent peu pendant l'interrogation et voient donc un rayonnement constant. Par ailleurs, on peut légitimement dire que la cavité micro-onde est isotherme (cuivre) et que les accès optiques représentent un faible angle solide. Un suivi de la température de la cavité paraît *a priori* une solution satisfaisante pour évaluer cet effet avec une incertitude négligeable devant les objectifs. La stabilisation en température de la cavité, nécessaire pour assurer son accord, rendra négligeables les fluctuations de fréquence liées à cet effet, il ne posera donc aucun problème pour la stabilité long-terme (la sensibilité à 300 K est de  $-2 \cdot 10^{-16}/K$ ).

### 5.2.2 Un HORACE rubidium

L'utilisation du rubidium 87 en lieu et place du césium 133 présente plusieurs avantages, si l'on met de côté les aspects d'étalons primaires [92]. Ceci est d'intérêt notamment pour les horloges embarquées dans les satellites de positionnement qui n'ont pas besoin d'être exactes.



Le choix du rubidium pour une horloge à atomes froids a été bien sûr motivé en tout premier lieu par le faible déplacement collisionnel qu'il présente, environ 300 fois plus faible que le césium [92]. Ceci permet de travailler avec un nombre important d'atomes, donc d'obtenir un bon RSB, sans inconvénients pour la stabilité long terme et l'exactitude.

Aujourd'hui, et dans le cadre d'un transfert industriel, il est clair que d'autres aspects que la performance pure comptent. La faisabilité du prototype au niveau industriel passe par la faisabilité d'un banc optique dédié. La géométrie d'HORACE simplifie ce point considérablement comme on l'a vu. Néanmoins, la réalisation de sources laser à 852 nm (césium) à la fois puissantes (100 mW), fines spectralement ( $\Delta\nu \ll 1$  MHz) et compactes (composant semi-conducteur) est encore aujourd'hui délicate même si des développements prometteurs sont en cours.

L'utilisation du rubidium permet, dans une certaine mesure, de s'affranchir de cette contrainte. En effet, la transition de refroidissement à 780 nm du  $^{87}\text{Rb}$  correspond au doublage des fréquences télécom à 1560 nm. Cette particularité permet de bénéficier d'une multitude de composants fibrés dont la qualité (largeur de raie, puissance) et la fiabilité sont déjà démontrées. Quelques projets de capteurs inertiels à atomes froids ont déjà fait ce pari et ont développé avec succès des bancs entièrement fibrés aux fonctionnalités complexes. On citera les projets de gravimètre atomique GIRAFON et GIRAFE de l'ONERA [93] ainsi que le projet ICE à l'institut d'optique [94][95] qui utilise la même géométrie. Ces solutions sont prometteuses pour les capteurs inertiels mais restent encore un peu "surdimensionnées" pour une horloge comme HORACE où les besoins en puissance sont bien moindres. Par ailleurs, l'étage de doublage de fréquence est un point encore délicat avec ces technologies fibrées.

### 5.2.3 Vers un prototype embarquable

Les études menées durant cette thèse ont permis de dégager les points forts inhérents au mode de fonctionnement de l'horloge HORACE.

La démonstration expérimentale d'une stabilité de fréquence au niveau de  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  et la perspective réaliste d'un fonctionnement spatial au niveau de  $1 - 2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  sont très prometteurs dans la perspective des constellations de satellites de positionnement et plus généralement pour les dispositifs embarqués. A ce titre, nous avons eu connaissance en janvier 2009 qu'une équipe chinoise du Key Laboratory of Quantum Optics de Shanghai étudiait les potentialités du refroidissement en lumière isotrope avec une géométrie tout à fait similaire à HORACE [96].

Sur le plan technique, le refroidissement en lumière isotrope permet de simplifier le dispositif notablement et notamment le banc optique. En particulier, on a vu que la stabilité reste au niveau de  $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  avec des paramètres Doppler de refroidissement. Autrement dit, il n'est pas nécessaire de contrôler (finement) ni la puissance ni la fréquence des faisceaux refroidisseurs pour un refroidissement sub-Doppler. Par ailleurs, on a vu que l'excellente stabilité coup à coup du nombre d'atomes froids produits permet d'obtenir, certes un bon RSB, mais aussi une séquence de détection très simplifiée à une seule impulsion laser. On dispose alors d'une horloge dont toute la séquence de fonctionnement est particulièrement simple donc *a priori* plus robuste.

**Proposition de banc optique simplifié à 1 laser** La simplification de la séquence a pour conséquence, comme on l'a dit, de relâcher les contraintes sur le banc optique, qui est rappelons-le un point critique vers la spatialisation et la fiabilisation de l'horloge.

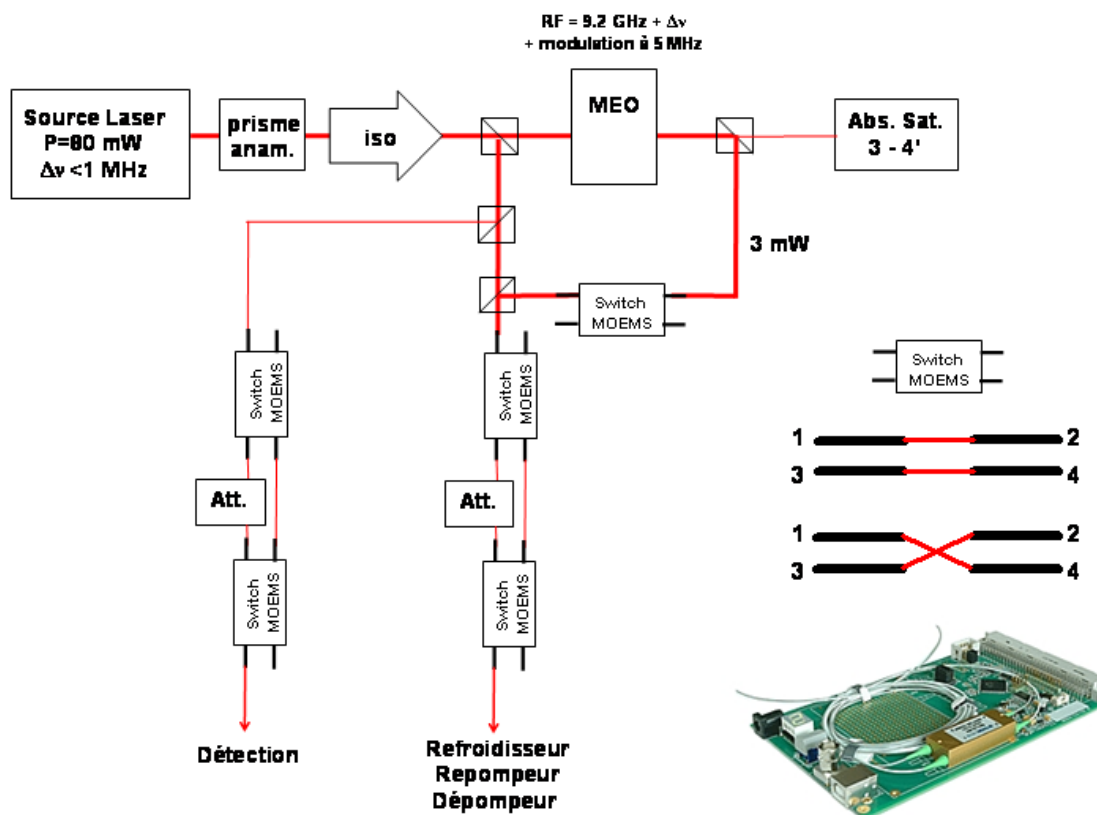


FIG. 5.1 – Proposition d'architecture de banc optique compact

Nous avons pu imaginer grâce aux travaux et résultats présentés une architecture de banc optique très simplifié utilisant une seule source laser (voir figure 5.1). Compte tenu du faible nombre de composants et donc de pertes optiques, l'utilisation d'un seul laser paraît envisageable pour assurer toutes les fonctions avec la puissance nécessaire. Il faut bien sûr être attentif à la qualité spectrale de ce dernier comme cela a été mis en lumière plus tôt.

L'architecture du banc repose sur l'utilisation d'un modulateur électro-optique (MEO) permettant de générer la fréquence repompeur. On asservit une des bandes latérales sur la transition repompeur par absorption saturée. On peut alors, en contrôlant la fréquence micro-onde dans le MEO, changer le désaccord du faisceau principal autour de la transition  $4 \rightarrow 5'$  pour assurer les fonctions refroidisseur, dépompeur et détection. Le contrôle d'intensité et l'obturation des faisceaux sont assurés par un switch MOEMS fibré. Ce composant est disponible commercialement et a été testé au laboratoire. Il s'agit d'un coupleur 2x2 (voir figure 5.1) qui croise ou non les faisceaux. Son atténuation est supérieure à 60 dB lorsqu'une des voies n'est pas connectée, la coupure des faisceaux est assurée en 100  $\mu$ s environ. L'utilisation de deux switchs montés en cascade permet d'obtenir soit un faisceau à pleine puissance, soit un faisceau atténué ou enfin de l'éteindre complètement. On utilise ce principe pour le faisceau vertical, dont il faut moduler l'intensité entre les phases de refroidissement et de détection, et pour les faisceaux isotropes entre les phases de refroidissement et de préparation. Il est clair qu'un switch de même nature mais 1x3 permettrait de réduire encore le nombre de composants (une voie directe, une atténuée et une complètement). On pourrait aussi imaginer un atténuateur variable comme un modulateur de polarisation associé à un polariseur.



## Annexe A

# Etat de l'art des horloges atomiques

Dans cette annexe nous donnons un aperçu des différents types d'horloges atomiques développées à l'heure actuelle dans les laboratoires et dans l'industrie. Nous décrirons brièvement leurs principes de fonctionnement, leurs performances, leurs champs d'applications, leurs potentialités et leurs limitations (fondamentales et technologiques).

### A.1 Etat de l'art des horloges atomique à l'été 2008

Il existe principalement deux grandes catégories d'horloges répondant aux besoins vus précédemment.

**Les horloges dites compactes** sont pour la plupart issues de technologies déjà matures et bien maîtrisées en laboratoire. Ces développements franchissent le cap de l'industrialisation voire de la spatialisation et ont de ce fait une vocation commerciale. Ils s'intègrent généralement à des systèmes plus complexes (satellites par exemple). Il est alors évident que les aspects de fiabilité, d'autonomie, d'encombrement et de consommation énergétique prennent une importance considérable. Il en résulte alors une simplification notable des dispositifs expérimentaux, parfois au détriment des performances. Dans cette catégorie nous nous attacherons au cas des horloges à jet thermiques, au maser passif à hydrogène, aux horloges dites en cellules (Rb, POP, CPT) et aux horloges reposant sur le piégeage d'ions ou d'atomes neutres (Hg<sup>+</sup> et TACC). L'horloge à atomes froids HORACE, objet de ce manuscrit, est décrite à partir du chapitre 3.

**Les horloges de très hautes performances** qui répondent aux besoins métrologiques des laboratoires (étalons primaires) et à ceux issus de la physique fondamentale (variations des constantes). Ces expériences sont à la pointe des développements actuels tant sur le plan des concepts physiques utilisés que sur celui des réalisations technologiques qui en découlent souvent. On peut citer à titre d'exemple le cas des horloges optiques où de très gros efforts sont faits sur la réalisation de laser ultra-stables ou encore le cas de l'horloge spatiale ACES/PHARAO. Ces expériences, pour la plupart encore en développement, nécessitent souvent d'importants moyens humains pour fonctionner de manière pérenne. On donnera par la suite un aperçu des fontaines atomiques, de l'horloge spatiale PHARAO et des différentes types d'horloges optiques.

### A.1.1 Horloge à jet thermique

Les horloges à jet thermique de césium ont marqué les premiers pas de la métrologie du temps atomique. Le premier étalon utilisant ce principe a été construit en 1955 au *National Physical Laboratory* (NPL). Longtemps restés les seuls étalons primaires de fréquences, la plupart des laboratoires de métrologie ont étudié ces étalons en détails et ont contribué progressivement à leurs améliorations.

Désormais, la plupart des laboratoires ont stoppé le développement de ces étalons comme étalons primaires, supplantés par les étalons à atomes froids, les fontaines atomiques. Toutefois, la grande expérience acquise sur les technologies impliquées a permis de placer ces étalons dans une logique industrielle. Aussi plusieurs entreprises commercialisent, et ce depuis de nombreuses années, des horloges à jets de césium, permettant de disposer d'une référence absolue de fréquence dans un volume raisonnable. De ce fait, les horloges à jet thermiques sont, et de loin, les étalons primaires les plus utilisées au monde. Grâce à leur bonne stabilité long-terme (sans dérive) elles assurent une contribution majeure à la construction des échelles de temps dans les différents laboratoires de métrologie.

Leur principe de fonctionnement est schématisé figure A.4, il est le suivant:

La source est un jet d'atomes provenant d'un four contenant quelques grammes de césium. La température de ce four permet de réguler le flux atomique traversant l'enceinte. Une gâchette de micro-canaux permet de collimater ce jet atomique. La vitesse moyenne du jet est de  $200 \text{ m.s}^{-1}$  pour un flux sortant de  $10^{14}$  atomes/sec correspondant à une consommation de 1g de Cs par an. Les atomes sortant du four sont équirépartis sur les 16 sous-niveaux Zeeman des deux niveaux hyperfins. Afin de ne pas perturber l'interrogation les atomes subissent une étape de préparation destinée à sélectionner uniquement ceux présents dans un des deux états de la transition d'horloge. Cette étape peut être réalisée de manière très différente et c'est principalement elle qui marque la différence entre les différents types d'étalons à jet thermique. Nous y reviendrons plus bas. Les atomes traversent ensuite une cavité micro-onde de Ramsey. Elle est composée de deux bras dont l'écartement fixe le temps d'évolution libre  $T$ . Ce temps varie entre 1 ms (modèles industriels compacts) et 5 ms (étalons de laboratoire). Bien évidemment un long temps d'interaction est à la fois synonyme de performances accrues mais aussi d'un encombrement plus grand. Après avoir subi l'interaction micro-onde, on détecte l'une des deux populations  $N_e$  ou  $N_f$  en utilisant un dispositif à fil chaud (étalon à deflexion magnétique) ou optiquement par fluorescence.

**Les étalons à déflexion magnétique** Les meilleurs étalons commerciaux à déflexion magnétique, comme l'horloge 5071A développée désormais par Symmetricom®, affichent des stabilités de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$  avec un palier inférieur à  $10^{-14}$  et des exactitudes meilleures que  $2 \cdot 10^{-13}$  dans un volume de 30 litres environ. Leur durée de vie, limitée par la quantité de césium dans le four, est de l'ordre de 7-8 ans.

**Les étalons à pompage optique** Le développement des lasers à semiconducteurs a permis de disposer de sources émettant à la longueur d'onde de la raie  $D_2$  du  $^{133}\text{Cs}$  soit 852 nm. On peut ainsi réaliser les étapes de sélection et de détection par voie optique. Ces techniques plus ou moins raffinées ont permis une amélioration notable des étalons à jet. Il n'existe pas encore d'horloge à jet pompé optiquement dans le commerce. On peut citer toutefois le développement d'une telle horloge dans le cadre du projet OSCC soutenu par l'ESA [97]. Ce projet vise à



FIG. A.1 – Photos de différentes horloges à jet thermique. A gauche: l'horloge commercial 5071A. A droite: le jet thermique de laboratoire NIST-7

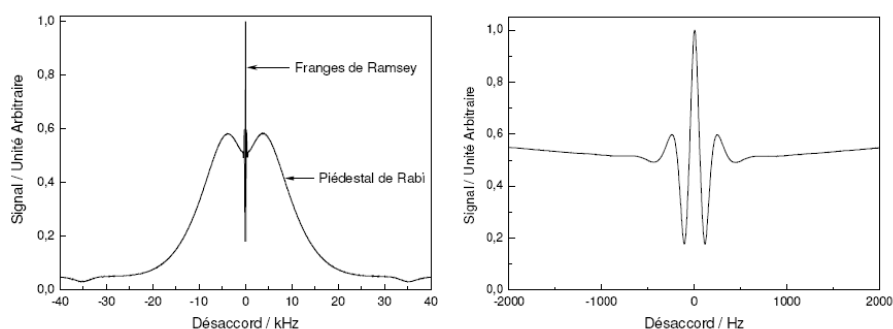


FIG. A.2 – Résonance atomique d'une horloge à jet thermique, ici de l'horloge JPO du LNE-SYRTE. Le piédestal de Rabi à une largeur de 20 kHz, la frange centrale de Ramsey est large de 100 Hz. Les figures sont extraites de [99]

la réalisation d'une horloge utilisant une seule fréquence laser et atteignant une stabilité de l'ordre de  $10^{-12}\tau^{-1/2}$ . On citera aussi l'horloge Cs4 développée au LHA puis au LNE-SYRTE qui, utilisant la transition cyclante pour la détection, montre des stabilités de  $1.4 \cdot 10^{-12}\tau^{-1/2}$  [98]. A titre indicatif, le meilleur étalon de laboratoire de ce type, l'horloge JPO (Jet Pompé Optiquement) développée au LNE-SYRTE, affiche une exactitude de  $6 \cdot 10^{-15}$  et une stabilité de  $3 \cdot 10^{-13}\tau^{-1/2}$  [99].

En termes de performances, les meilleurs étalons compacts à jet paraissent limités en stabilité vers  $10^{-12}\tau^{-1/2}$  avec un palier flicker vers  $5 \cdot 10^{-15}$  et en exactitude vers  $10^{-13}$ .

Concernant la durée de vie, les étalons à deflexion magnétique, dont le principe est relativement simple et robuste, semblent être limités par l'approvisionnement en césium. La consommation typique étant de l'ordre de 1 g/an. Les étalons à pompage optique peuvent quant à eux être aussi sujets aux dysfonctionnement des sources laser à 852 nm, composants encore sensibles électriquement.

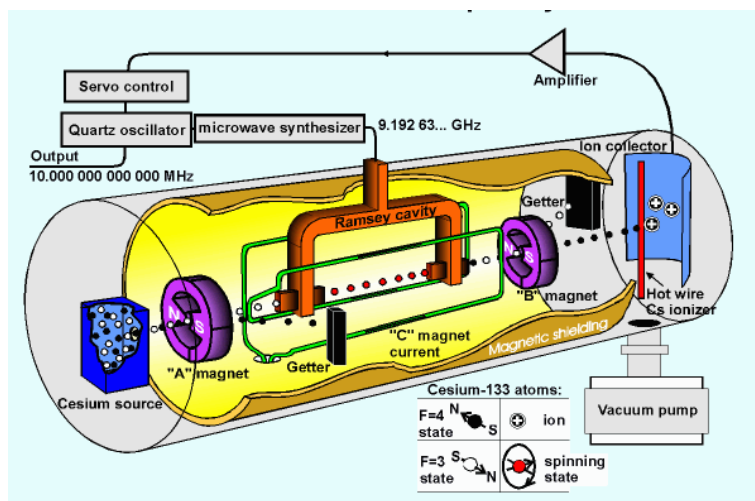


FIG. A.3 – Principe de fonctionnement d'une horloge à jet thermique à deflexion magnétique. Les étalons dits à déflexion magnétique reposent sur une sélection magnétique des atomes. Un aimant crée un fort champ qui permet de dévier sélectivement les atomes selon leur état interne car ils présentent des moments magnétiques différents. Ainsi seuls les atomes dans le bon état d'horloge traversent la cavité d'interrogation (soit environ 1/16 du flux sortant du four), les autres étant absorbés par un revêtement en graphite. A titre indicatif l'angle de déviation est de l'ordre de  $1^\circ$ . A l'issue de l'interrogation un second aimant permet de séparer les atomes des deux états d'horloge. Seuls ceux présents dans  $|e\rangle$  sont déviés vers un dispositif de détection à fil chaud. Ce fil chauffé à  $1000^\circ\text{C}$  environ ionise les atomes de césium en  $\text{Cs}^+$ . La population  $N_e$  est alors proportionnel au courant ionique mesuré. Figure tirée du site du NRC ([http://inms-ienm.nrc-cnrc.gc.ca/faq\\_time\\_e.html](http://inms-ienm.nrc-cnrc.gc.ca/faq_time_e.html))

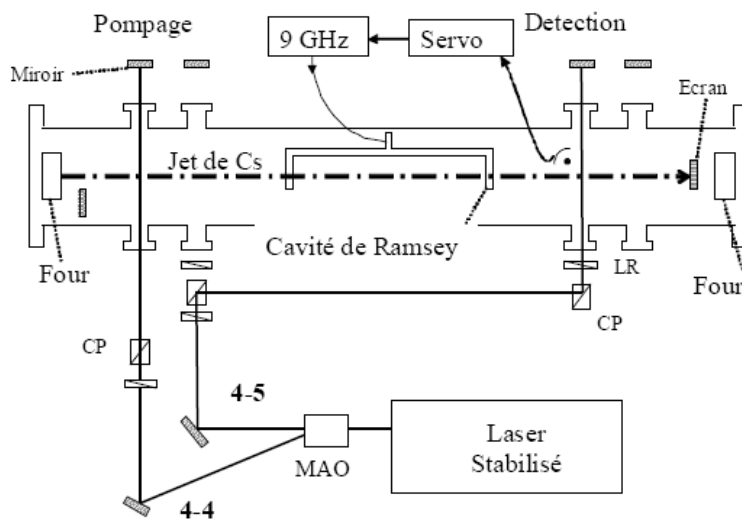


FIG. A.4 – Principe de fonctionnement d'une horloge à jet thermique à pompage optique, en l'occurrence l'horloge JPO du LNE-SYRTE. Le pompage optique a pour but de maximiser la fraction utile d'atomes participant au signal d'horloge. A l'aide d'une fréquence laser on peut pomper tous les atomes dans un seul niveau hyperfin ce qui double approximativement le nombre d'atomes utiles. Par ailleurs, la détection peut être aussi améliorée en utilisant la transition cyclante  $^6S_{1/2}|F=4\rangle \rightarrow ^6P_{3/2}|F=5\rangle$ . Un atome présent dans  $|F=4\rangle$  peut alors diffuser un grand nombre de photons de fluorescence. Le rapport signal à bruit s'en trouve donc nettement augmenté. La figure est extraite de [99]

### A.1.2 Le Maser à hydrogène

Le Maser (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation) repose sur le principe de l'émission stimulée au même titre que le laser. Le schéma de principe est donc sensiblement équivalent à son analogue du domaine optique, on place un milieu à gain dans une cavité résonnante de grande surtension. On distingue alors deux types de fonctionnement, le maser actif où le gain du milieu compense les pertes de la cavité et permet l'auto-oscillation, et le maser passif où le seuil n'est pas atteint. Dans ce cas la cavité est alimentée par un oscillateur à quartz et se comporte comme un amplificateur de bande passante très étroite. Le principe de fonctionnement général est représenté sur la figure A.6.

Le premier Maser à hydrogène a été conçu dans les années 60 par Ramsey et a permis d'atteindre dans sa version active de très bonnes stabilités. Du fait de leur très bonnes performances à court terme ces étalons de fréquences actifs sont encore utilisés abondamment dans les laboratoires de métrologie comme oscillateurs locaux. Ces dispositifs sont toutefois encore volumineux et massifs.

Vue sa compacité le maser passif est le seul à pouvoir prétendre à des applications embarquées ou industrielles. Nous citerons l'exemple du maser PHM (Passive Hydrogen Maser) développé dans le cadre du projet GALILEO par Galileo Avionica®, l'Observatoire de Neuchâtel et Temex Neuchâtel Time®. Les performances affichées par le PHM sont une stabilité de  $7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  pour  $\tau \leq 10^4 \text{sec}$ , un palier flicker à  $6 \cdot 10^{-15}$  et une dérive de  $5 \cdot 10^{-15}/\text{jour}$ . Le volume est de 18 kg pour un volume total de 28 litres [100].

Les principaux effets systématiques pour ce type d'étalons de fréquence sont:

**Le déplacement collisionnel sur les parois** Les interactions entre l'hydrogène atomique et le revêtement en Téflon® du ballon génèrent un déplacement collisionnel important de l'ordre de quelques  $10^{-12}$ . Le vieillissement de ce revêtement est responsable de la dérive long-terme des masers (entre  $1 - 50 \cdot 10^{-16}/\text{jour}$ ). Par ailleurs, la non-reproductibilité de ces techniques ne permet pas de garantir une fréquence identique d'un maser à l'autre. Il est donc impossible d'utiliser les Masers comme étalons primaires.

**L'effet Zeeman quadratique** La sensibilité magnétique d'un maser à hydrogène est de  $2773 \text{ Hz} \cdot \text{G}^{-2}$  soit 6.5 fois plus que le césium. Il est donc nécessaire de fortement blinder magnétiquement les masers. En pratique, jusqu'à 5 blindages sont utilisés.

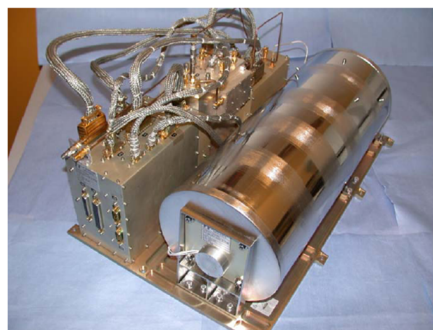
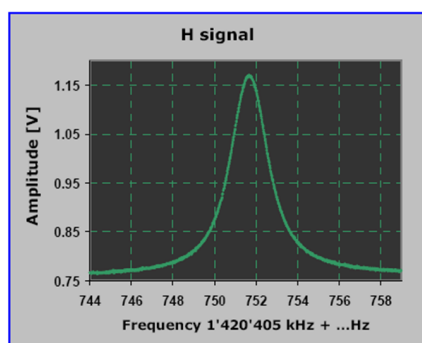


FIG. A.5 – A gauche: résonance atomique typique du PHM. La largeur est de l'ordre de 2 Hz. Le gain à résonance est de 1.5. A droite: Photo du Maser PHM. Figures tirées de [100]



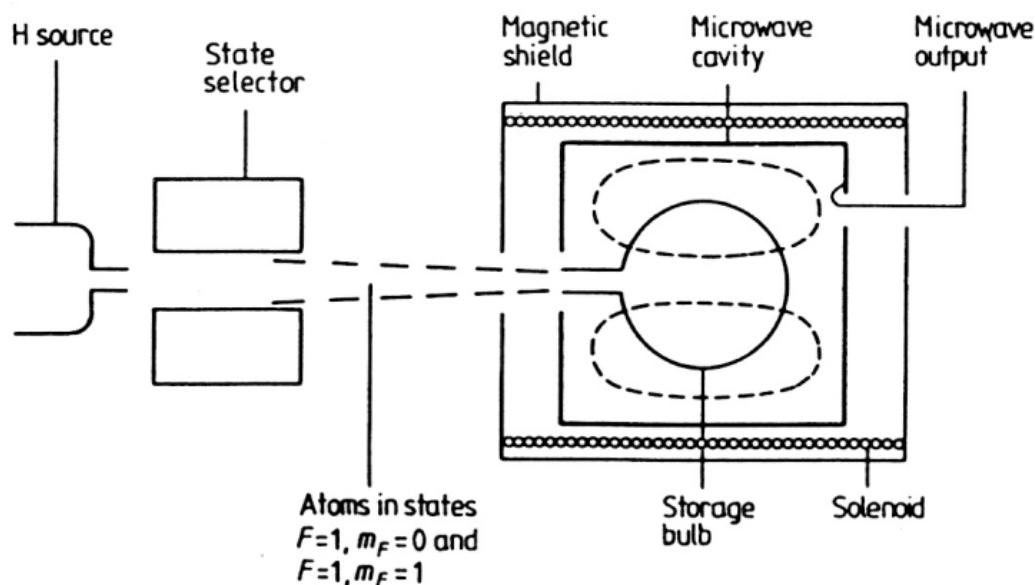


FIG. A.6 – Schéma de principe d'un MASER actif. Un flux d'hydrogène moléculaire alimente une lampe à décharge dans laquelle l'hydrogène est dissocié. A ce stade les atomes d'hydrogène occupent indifféremment les états énergétiques  $|F=0, m_F=0\rangle$  et  $|F=1, m_F=0, \pm 1\rangle$ . Le processus de sélection s'effectue magnétiquement grâce à un aimant multipolaires. Seul les atomes dans les états  $|F=1, m_F=0, +1\rangle$  pénètrent dans le ballon de stockage avec un flux total de  $10^{12}$  atomes par seconde environ. Le volume de ce ballon est de 0.4 litre sur le PHM. Il est enfermé dans une cavité micro-onde de grande surtension ( $Q \geq 10^4$ ) résonante à la fréquence hyperfine de l'hydrogène de 1.42 GHz. L'apport constant d'énergie par le jet atomique permet d'entretenir une oscillation résonante avec la transition d'horloge  $|F=1, m_F=0\rangle \rightarrow |F=0, m_F=0\rangle$ . Afin de réduire l'influence des collisions sur la paroi du ballon et ainsi préserver la cohérence de l'émission le ballon est enduit d'un matériau inerte tel que le Téflon®. Ainsi, les atomes d'hydrogène peuvent effectuer de nombreuses collisions ( $10^4 - 10^5$ ) avant de perdre leur cohérence. En pratique, on arrive à stocker les atomes pendant environ 1s permettant d'obtenir une réponse atomique de largeur proche de 1 Hz et un gain à résonance de l'ordre de 2-3 dB. Le signal utile est prélevé grâce à une antenne de couplage placée dans la cavité.

### A.1.3 Les horloges en cellule

Les horloges dites en cellule regroupent plusieurs types d'étalons de fréquences dans lesquels une vapeur atomique, généralement alcaline, est confinée dans une cellule en verre scellée. Un attrait majeur de ce type d'horloge est bien sûr la simplicité car elles ne nécessitent pas de système de pompage pour maintenir le vide dans la cellule. La compacité (qq litres) et la robustesse inhérente à l'utilisation de cette technologie ainsi que le moindre coût associé rendent ces horloges très utilisées. Les plus communes sont les horloges dites à Rubidium (RAFS) qui présentent le mode de fonctionnement le plus simple grâce à l'utilisation d'une lampe spectrale comme source lumineuse. D'autres types d'horloges sont développés en utilisant différentes techniques de pompage optique basées sur les sources laser (POP, CPT).

Les horloges en cellule utilisent des gaz tampons ( $N_2$ , gaz rares) afin d'atteindre le régime de Lamb-Dicke. Ces gaz additionnels permettent, par collisions, de limiter la vitesse de diffusion des atomes alcalins dans la cellule jusqu'à quelques cm/s. Toutefois, ces collisions décalent aussi notablement la fréquence de la transition d'horloge (typ. 500 Hz/Torr). Ce déplacement considérable a deux conséquences. Tout d'abord, une variation de pression dans la cellule entraîne une dérive de la fréquence d'horloge, ce qui rend le fonctionnement de ces horloges très sensibles aux variations de températures ambiantes (typ. 1 Hz/K). Par ailleurs, il est encore impossible technologiquement de contrôler parfaitement la quantité de gaz tampon ajoutée lors du remplissage des cellules. Les fréquences d'horloges sont donc différentes d'une réalisation à l'autre. Pour des raisons pratiques, la fréquence de sortie de ces horloges sont "recalées" manuellement sur une valeur ronde telle que 10 MHz. La notion d'exactitude n'a donc pas de sens pour ce type d'horloge.

Les effets systématiques principaux pour ce type d'horloge sont :

**Le déplacement collisionnel** avec le gaz tampon induit une grande sensibilité à la température.

Cette sensibilité peut être diminuée voire annulée au premier ordre en utilisant un mélange de deux gaz tampons dont les coefficients collisionnels sont de signes opposés. Le décalage dû aux parois est aussi important.

**Le light shift** induit par le pompage optique constant. Celui ci peut être rendu nul lorsque le spectre de la lumière de pompage est centré sur la raie d'absorption. Il peut être réduit en utilisant une source laser. Cependant, en pratique il ne peut être annulé et est de l'ordre de quelques Hz. Pour le RAFS il est important de stabiliser le fonctionnement de la lampe spectrale et du filtre hyperfin car il détermine tous deux le spectre de la lumière de pompage.

**Une réactivité chimique** encore mal comprise entre les alcalins ou les gaz tampon et la paroi en verre de la cellule, provoque d'importantes dérives de fréquence de ce type d'étalons.

### Rubidium Atomic Frequency Standard ou RAFS

La réalisation industrielle d'étalons de fréquence basés sur une cellule de Rubidium a débuté au début des années 1960 et se poursuit encore aujourd'hui notamment avec la société Perkin-Elmer®. Ces horloges sont très utilisées dans les systèmes de positionnement et de navigation où les besoins concernent surtout la stabilité de l'horloge et non son exactitude. De plus la fiabilité et la faible consommation de ces horloges les rendent très attractives pour les systèmes embarqués. On se reportera aux références [33, 101]. Le principe de fonctionnement est représenté sur la figure A.7.

En termes de performances, les meilleurs étalons à Rb, modèle RFS-IIF fabriqué par Perkin-Elmer®, montrent des stabilités de fréquence de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$  avec un palier flicker vers  $5 \cdot 10^{-15}$  et une dérive de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-13}$ /jour. Le récent modèle RAFSMOD du même fabricant montre des stabilités court terme sous  $10^{-12}$  sans palier flicker au niveau de  $2 \cdot 10^{-15}$  avec une dérive de  $2 \cdot 10^{-14}$ /jour. On se reportera à la référence [102]. L'horloge RAFS du programme GALILEO exhibe quant à elle des stabilité court terme de  $3 \cdot 10^{-12} \tau^{-1/2}$  avec un palier à  $10^{-14}$  et une dérive de  $2 \cdot 10^{-13}$ /jour [100].

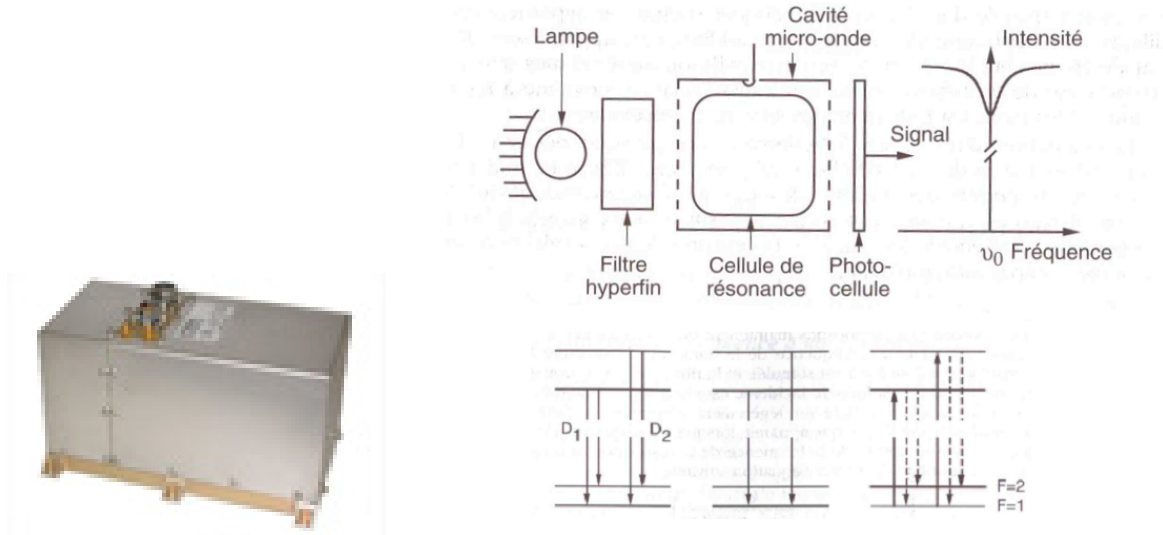


FIG. A.7 – A gauche : Photo de l'horloge à Rb RAFS utilisée sur le satellite GIOVE-A de la constellation Galileo. Le volume est d'environ 3.5 litres. A droite : Principe de fonctionnement d'une horloge à Rb. Il repose sur une double résonance, optique et micro-onde. Une lampe à décharge remplie de  $^{87}\text{Rb}$  émet un spectre constitué des raies D1 (795 nm) et D2 (780 nm), les composantes hyperfines de ces raies sont principalement dues à la séparation entre les deux états hyperfins du niveau fondamental. Une cellule remplie de  $^{85}\text{Rb}$  permet grâce à une coïncidence isotopique favorable de filtrer les raies résonantes avec le niveau  $|F = 2\rangle$  du  $^{87}\text{Rb}$ , c'est le filtre hyperfin. Dans la cellule, les atomes du niveau  $|F = 1\rangle$  absorbent les radiations transmises par le filtre, sont excités et relaxent non radiativement dans les deux niveaux hyperfins par collisions avec les molécules d'azote qui emplissent aussi la cellule. On pompe alors sélectivement les atomes dans le niveau  $|F = 2\rangle$ . Quand l'intensité lumineuse est suffisante pour saturer l'absorption des atomes, une grande partie de celle-ci traverse la cellule sans se faire absorber. On peut alors détecter ce flux lumineux grâce à une photodiode. Si le champ micro-onde, qui irradie en permanence la cellule devient résonant avec la transition d'horloge, alors le niveau  $|F = 1\rangle$  est repeuplé ce qui augmente l'absorption optique. On détecte dans ce cas une modulation du signal optique qui traduit cette plus grande absorption et donc la résonance micro-onde. On observe des largeurs de raie de l'ordre de 1 kHz pour des contrastes optiques de l'ordre de 0.5% sur des dispositifs à lampe et jusqu'à 25% avec des sources laser [103] [104].

### L'horloge POP (Pulsed Optical Pumping).

Cette horloge est développée à l'INRIM (institut de métrologie italien) depuis le début des années 2000. Le concept original de cette horloge à Rb en cellule provient d'un mélange entre l'utilisation du pompage optique par laser, de l'interrogation de Ramsey et de la détection directe de la relaxation micro-onde des cohérences atomiques (dans la plupart des autres horloges on détecte les populations atomiques).

A la différence des horloges classiques à Rubidium où le pompage optique, l'interrogation micro-onde et la détection sont faits de manière simultanée, entraînant de nombreux effets systématiques tels que le light shift, l'horloge POP fonctionne de manière séquentielle. On réduit alors considérablement ce type d'effets.

Par ailleurs l'horloge POP utilise une détection micro-onde de la relaxation des cohérences atomiques. Lorsque les atomes sont placés dans une superposition cohérente des deux états d'horloge, ce qui est réalisé en les soumettant à une interaction  $\pi/2$ , ils se relaxent progressivement sous l'effet de leur environnement en émettant une induction magnétique qui peut être détectée. Ce type de détection, que nous ne détaillerons pas ici, présente l'avantage de ne pas être soumis aux fluctuations de puissance et/ou de fréquence d'une détection optique. De plus, combinée à une interrogation de type Ramsey, on peut montrer que la largeur de la résonance atomique varie comme  $1/4T$  et non comme  $1/2T$  dans le cas d'une détection des populations. On gagne un facteur 2 sur la surtension atomique en procédant ainsi (voir Fig.A.8). Toutefois, ce type de détection nécessite, comme dans les masers, l'utilisation d'une cavité de grande surtension entraînant une sensibilité thermique accrue.

Les performances en termes de stabilité sont de  $10^{-12}\tau^{-1/2}$  limitée par le bruit thermique de la détection micro-onde avec une dérive de  $6 \cdot 10^{-14}$ /jour limitée par la cellule de Rb.

les principaux effets systématiques sont pour ce type d'étalons de fréquence d'une part inhérents au technologie des horloges en cellule comme la sensibilité thermique due aux gaz tampons ( $\pm 10^{-11}/K$ ) ou le shift collisionnel entre atomes de Rubidium ( $+10^{-11}/K$ ) et d'autres part à ceux des masers comme l'entraînement de fréquence dû à la cavité micro-onde. On se reportera aux références [105, 106] pour plus d'informations.

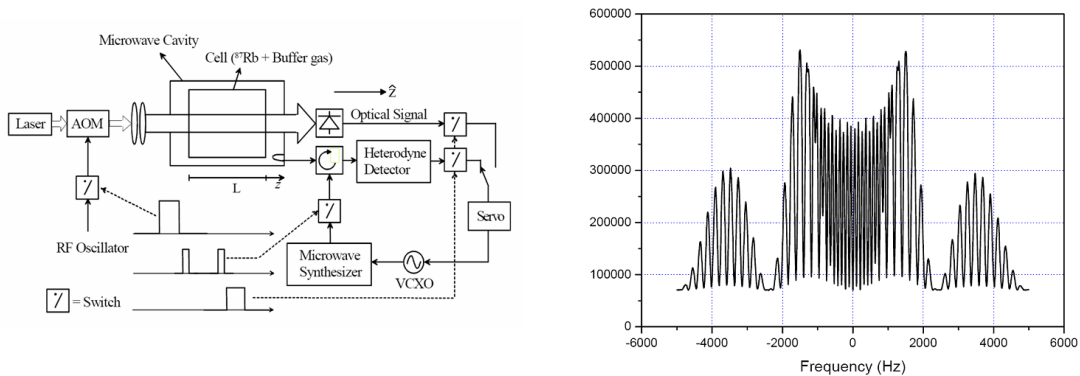


FIG. A.8 – Principe de l'horloge POP. La courbe de résonance présente une largeur de 60 Hz et est tirée de la référence [106]

### Les horloges à piégeage cohérent de population (CPT).

Depuis sa découverte en 1976 le piégeage cohérent de population ou CPT a trouvé de nombreuses applications en physique atomique avec le refroidissement sub-recul, le ralentissement d'impulsion lumineuse, la magnétométrie et bien sûr la métrologie temps-fréquence.

Le CPT est un effet purement quantique dont l'interprétation naïve est difficile. Il s'agit d'un phénomène résonant qui, dû aux interférences quantiques dans un système atomique à trois niveaux avec un champ bichromatique cohérent, annule l'absorption de la lumière. Une détection de cette absorption permet de déceler la résonance atomique. Son intérêt métrologique provient des faibles largeurs de raie accessibles de l'ordre de 100 Hz. On se reportera aux articles de revue [107, 108] pour plus d'informations.

Sa popularité actuelle dans le domaine des horloges est due à sa simplicité expérimentale. En effet, le CPT permet d'adresser la transition hyperfine des alcalins (Cs, Rb) par voie optique uniquement, supprimant l'utilisation et l'encombrement d'une cavité micro-onde. L'utilisation conjointe de ce principe d'interrogation tout-optique, des mini-cellules et des gaz tampons a permis de réaliser des horloges atomiques de taille centimétrique. Une telle compacité ouvre la voie vers des applications grand public telle que les récepteurs GPS. De plus, les techniques de modulation hautes fréquences des diodes lasers permettent de générer, à l'aide d'une unique source (VCSEL) les deux champs optiques cohérents nécessaires, simplifiant encore le dispositif expérimental jusqu'à  $12 \text{ mm}^3$  pour la partie physique (cellule + laser)[109]. On notera aussi la production industrielle de telles micro-horloges ou CSAC (Chip Scale Atomic Clock) notamment chez Symmetricom® où le modèle *SA.3Xm*® affiche des stabilités meilleures que  $5 \cdot 10^{-11} \tau^{-1/2}$  jusqu'à 2000 s avec une dérive proche de  $2 \cdot 10^{-12}/\text{jour}$  [110] pour un volume total de  $46 \text{ cm}^3$ .

Du côté des développements en laboratoire on citera le projet CPT-pulsé du LNE-SYRTE dans lequel les lasers sont allumés périodiquement, permettant à la cohérence atomique d'évoluer librement sans être perturbée par les effets de light shift. Ce type d'interrogation pulsée permet d'utiliser de grandes intensités laser afin de maximiser le contraste CPT (jusqu'à 15%) et donne lieu à des franges dont la largeur dépend du temps de libre évolution (type Ramsey). On se reportera aux références [111, 112] pour plus de détails. D'excellentes stabilités court terme de  $7 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  ont été obtenues malgré une dérive importante de  $5 \cdot 10^{-11}/\text{jour}$  due à une cellule pathologique.

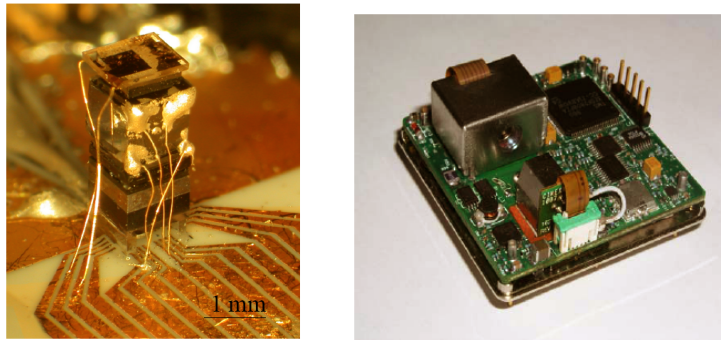


FIG. A.9 – A gauche: Partie physique de l'horloge CPT développée au NIST, tirée de la référence [109]. A droite : Horloge CPT commerciale *SA.3Xm*® de Symmetricom® ( $5.1 \times 5.1 \times 1.8 \text{ cm}^3$ ), titée de [110]

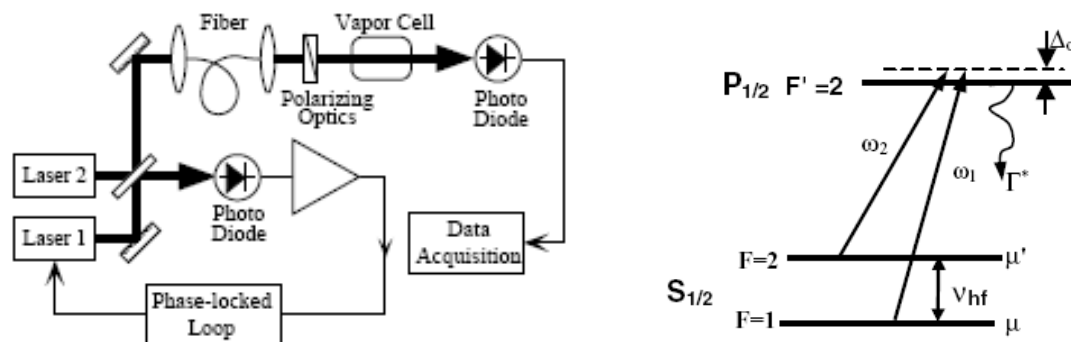


FIG. A.10 – Principe d'une horloge CPT. A gauche: schéma expérimental de principe. A droite : Diagramme énergétique et transition atomiques mises en jeu. On parle d'un schéma  $\Lambda$ . Le CPT, ou résonance noire, repose sur le pompage optique d'atomes dans un état noir, ou piège, dans lequel ils cessent d'interagir avec les deux champs optiques présents. On montre que les atomes ne peuvent être pompés dans un tel état "noir" (qui est une combinaison linéaire des états d'horloge) que lorsque les deux radiations optiques sont en phase et présentent une différence de fréquence égale à celle de la transition hyperfine d'horloge. En s'approchant de la résonance, le milieu atomique devient subitement transparent et on observe un fin pic de transmission dans le profil Doppler d'absorption (voir Fig.A.11). La largeur du pic dépend du temps de vie de cet état piège, c'est à dire du temps de vie de la cohérence hyperfine créée par ce schéma à 3 niveaux.

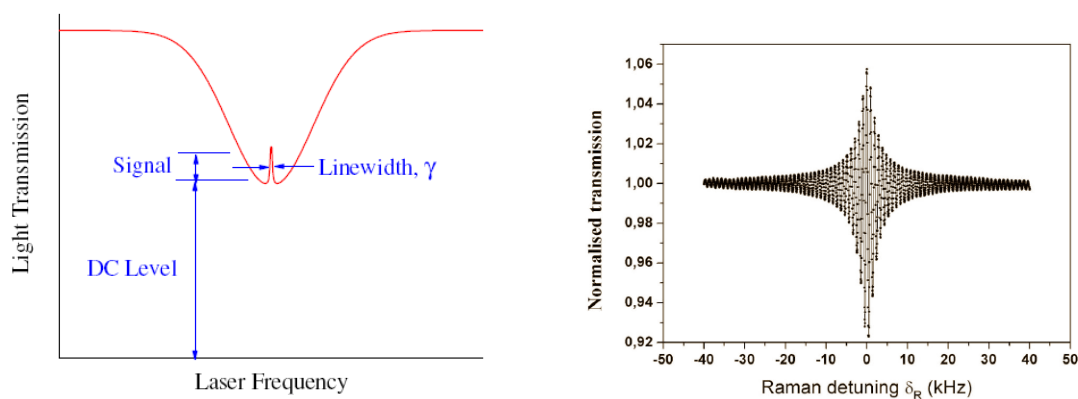


FIG. A.11 – Résonances CPT. A gauche: courbe typique d'une résonance CPT. La résonance est déterminée par un pic de transmission. A droite : Courbe de résonance pour une interrogation CPT pulsée, tirée de la référence [112]

### A.1.4 Les horloges à piégeage d'atomes

Comme on l'a présenté au chapitre 1, une solution élégante pour s'affranchir de l'effet Doppler et augmenter le temps d'interaction consiste à confiner les atomes grâce à un potentiel. La nature de ce potentiel peut être magnétique, électrique ou dipolaire (le cas du piégeage dipolaire sera décrit plus loin dans le cadre des horloges optiques à réseau). L'utilisation de ce potentiel confinant permet de localiser les atomes dans un volume limité, sans paroi matérielle, pendant des durées potentiellement très longues (plusieurs jours dans le cas d'un potentiel électrique). Ces régimes de confinement permettent d'atteindre le régime de Lamb-Dicke favorable à une réduction des effets systématiques d'origines motionnels, ceci permettant d'obtenir de grands facteurs de qualité atomique ainsi que de très long temps d'interaction (jusqu'à quelques secondes sur les horloges micro-onde à ions  $\text{Hg}^+$ ). De plus, ce type de confinement permet de s'affranchir des collisions avec les parois comme dans le cas des horloges en cellule ou des masers.

Quelle que soit la nature du confinement, il est important pour une viabilité métrologique que ce dernier ne perturbe pas trop la transition d'horloge (par effet Zeeman ou Stark). Ainsi différentes techniques ont été développées afin de minimiser l'influence du potentiel confinant. On peut d'une part trouver des conformations telles que le piégeage se fasse autour d'un minimum ou d'un zéro de potentiel ce qui diminue directement le déplacement de fréquence correspondant (cas des potentiels électriques), on peut aussi trouver une valeur "magique" du potentiel confinant qui déplace identiquement les deux niveaux d'horloges, la transition n'est donc pas affectée au final (cas des potentiels dipolaires et magnétiques).

L'attrait en terme de compacité des horloges utilisant le piégeage d'atomes ou d'ions est clair. Les performances de l'horloge ne dépendent plus des dimensions physiques de cette dernière (comme dans les jets thermiques ou les fontaines) puisque toutes les atomes subissent les différentes interactions séquentiellement.

Nous présentons dans la suite deux développements d'horloges compactes utilisant le piégeage d'ions, l'horloge à ions  $\text{Hg}^+$  du Jet Propulsion Laboratory (JPL), ou celui d'atomes neutres du projet TACC (Trapped Atom Clock on a Chip) du LNE-SYRTE.

## Hg+ LITE

Le piégeage de particules chargées par des champs électriques s'est développé depuis les années 1950 grâce aux pièges de Paul et de Penning. Le lecteur pourra se reporter à [6] pour plus d'informations sur ces mécanismes.

Leurs applications métrologiques, avec les horloges à ions, ont débuté dans les années 1960 et se poursuivent encore notamment au NIST et au JPL sur des horloges micro-ondes à ions  $\text{Hg}^+$ .

Le JPL développe une horloge, nommée LITE, basée sur l'ion  $^{199}\text{Hg}^+$  pour les besoins de la NASA et du Deep Space Network<sup>1</sup>. Le but du projet est de disposer d'une horloge de stabilité  $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  permettant d'atteindre une résolution de  $10^{-15}$  à un jour. Les contraintes liées à la spatialisation imposent un volume de quelques litres et une autonomie de plusieurs années.

Le développement de cette horloge est désormais quasi-industriel. Les performances affichées ( $2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  sans flicker ni dérive [51]) comme l'intégration technique (volume total de 3 litres) sont remarquables. Un des principaux atouts de cette horloge réside dans sa simplicité et donc la fiabilité de son fonctionnement. L'utilisation d'une lampe spectrale permet de s'affranchir de lasers, le confinement Lamb-Dicke supprime l'utilisation d'une cavité micro-onde, les technologies et matériaux de l'enceinte à vide, proche de ceux employés pour les amplificateurs à tube TWTA, permettent des étuvages jusqu'à  $400^\circ\text{C}$  autorisant par la suite un système de pompage passif par getter.

Le principe de fonctionnement est représenté sur la figure A.14:

Les effets systématiques principaux pour cette horloge sont de très faibles amplitudes, une dépendance générale à la température inférieure à  $10^{-15}/\text{K}$  est donnée dans [113]:

**Le déplacement collisionnel** dû au gaz tampon utilisé. Pour une pression de Néon de  $3 \cdot 10^{-5} \text{Torr}$  il s'élève à  $3 \cdot 10^{-15}$  en relatif, ce qui reste très peu.

**L'effet doppler du second ordre** dû au mouvement des ions dans le piège de Paul. Il s'élève à  $10^{-13}$  à température ambiante et correspond à une sensibilité de  $3 \cdot 10^{-16}/\text{K}$ .

A noter qu'il existe aussi une version sol de cette horloge LITS qui affiche des performances de  $5 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$  et des dérives de  $2 \cdot 10^{-17}/\text{jour}$  [114].

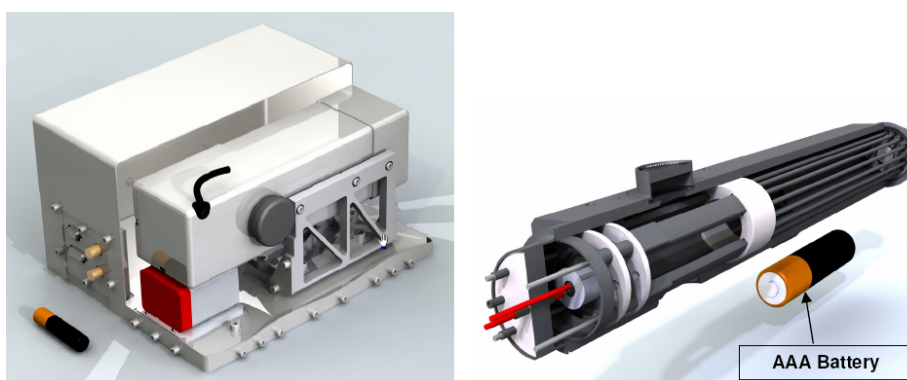


FIG. A.12 – Dessins de l'horloge à ions Hg+ LITE. Tirées de [51]

1. <http://deepspace.jpl.nasa.gov/dsn/>



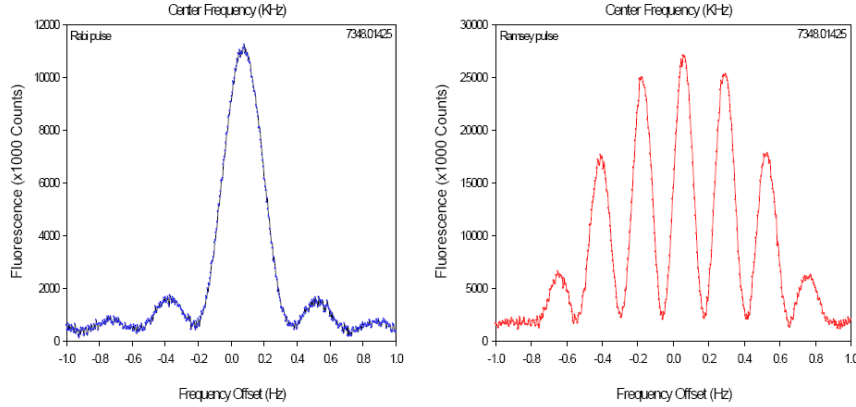


FIG. A.13 – Résonances obtenues avec l'horloge LITE pour un interrogation de Rabi de 3 s et de Ramsey de 0.5+5+0.5 s. Tirées de [115]

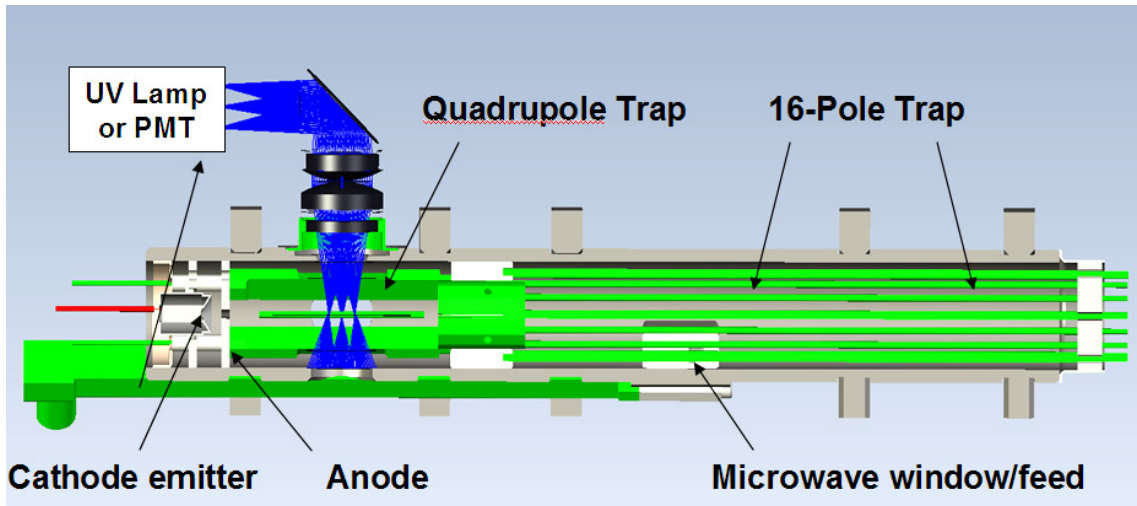


FIG. A.14 – Principe de fonctionnement de l'horloge à  $\text{Hg}^+$  LITE. Le chauffage d'un morceau d'oxyde de mercure  $\text{HgO}$  permet d'obtenir une vapeur de mercure qui s'ionise par collisions avec les électrons provenant d'un canon. Les ions  $^{199}\text{Hg}^+$  sont alors piégés dans un potentiel quadropolaire. Un pompage optique permet de peupler exclusivement le niveau  $|F = 0, m_F = 0\rangle$ . Ce pompage optique est réalisé à l'aide d'une lampe spectrale contenant du  $^{202}\text{Hg}$ . Il existe un heureux recouvrement entre le spectre d'émission du  $^{202}\text{Hg}^+$  et le spectre d'absorption du  $^{199}\text{Hg}^+$  qui autorise ce pompage. L'inexistence de sources laser à la longueur d'onde souhaitée (194nm) contraint le recours à une lampe spectrale. Une fois le pompage optique effectué pendant 1 à 2 sec, la lampe spectrale est éteinte et les ions sont transférés dans la zone d'interrogation où ils sont confinés dans le régime Lamb-Dicke grâce à un gaz tampon et à un piège de Paul linéaire exerçant un potentiel multipolaires (16 poles). Ce type de potentiel multipolaire permet de réduire les effets systématiques liés au mouvement des ions. Le piège linéaire permet de stocker un grand nombre d'ions (typ.  $10^6 - 10^7$ ), favorisant le rapport signal à bruit, sans être limité par les effets systématiques liés à la répulsion coulombienne entre ions. On interroge ensuite les ions avec un rayonnement proche de 40.5 GHz selon les méthodes de Rabi ou de Ramsey. Les temps d'interactions peuvent aller jusqu'à une dizaine de secondes donnant de très grands facteurs de qualité atomique de l'ordre de  $Q_{at} \sim 8 \cdot 10^{11}$  (voir Fig. A.13). Les ions sont retransférés dans le piège quadropolaire et on rallume ensuite la lampe, ce qui permet de mesurer la fluorescence des ions ramenés dans le niveau  $|F = 1\rangle$  par la micro-onde. Cette fluorescence est mesurée à l'aide de tubes photomultiplicateurs. Tirée de [51].

## TACC

Le développement au cours des dernières années des techniques de piégeage magnétique d'atomes neutres au voisinage d'une puce "atomique" a permis d'envisager la réalisation d'un étalon de fréquence compact basé sur ce principe [116].

Schématiquement, une puce atomique est un substrat sur-lequel on peut venir graver, à l'aide de techniques lithographiques bien maîtrisées des "circuits" électriques. Ces "circuits" sont en réalité souvent de simples fils conducteurs mais l'intérêt de ces techniques réside dans la grande diversité de circuits potentiellement gravables Fig. A.15. En faisant circuler dans ces fils des courants électriques, on peut générer des profils de champ magnétique parfois complexes présentant de très fort gradients qui seraient impossibles à obtenir avec les techniques inductives classiques (bobines). On peut notamment créer un potentiel quadrupolaire confinant en superposant le champ radial généré par un fil et un champ homogène issu de bobines conventionnelles (voir Fig. A.15). Ce type de potentiel permet de piéger des atomes le long du fil à quelques  $\mu\text{m}$  de la surface de la puce et est à la base du piégeage magnétique d'atomes sur puce.

Le projet TACC (Trapped Atom Clock on a Chip) utilise des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  refroidis par laser puis piégés magnétiquement au voisinage de la puce. Ce projet en développement au LNE-SYRTE vise à obtenir des stabilités de fréquence de l'ordre de quelques  $10^{-13}\tau^{-1/2}$  avec un dispositif potentiellement très compact. Il permettra aussi d'explorer différents régimes de fonctionnement de l'horloge en utilisant des atomes ultra-froids ou un condensat de Bose-Einstein.

La transition d'horloge est une transition à deux photons  $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$  permettant aux deux états d'horloge d'être piégés magnétiquement. Il est clair que le choix d'une transition entre niveaux de  $m_F \neq 0$  peut paraître inapproprié dans une perspective métrologique. Cependant, il existe une valeur du champ de piégeage dite "magique" ( $B_{\text{magique}} \sim 3.23 \text{ Gauss}$ ) à laquelle le déplacement magnétique de la transition d'horloge à 6.8 GHz s'annule au premier ordre, rendant envisageables les applications voulues.

Ce projet étant en plein développement il est pour le moment délicat de cerner quels seront les points difficiles. Il est toutefois probable que le contrôle du déplacement collisionnel, notamment avec le condensat, les effets de champs magnétiques comme des effets systématiques induits par la transition à deux photons soient des points clés.

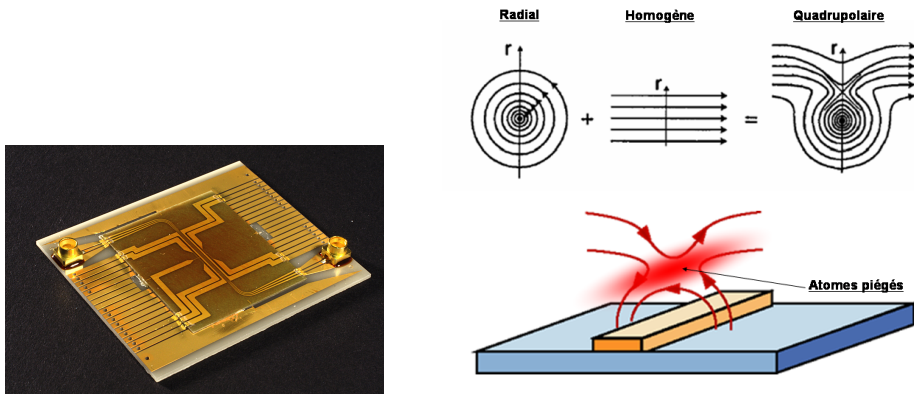


FIG. A.15 – À gauche : Photo de la puce atomique TACC. À droite : Potentiel de piégeage magnétique d'une horloge sur puce ( $45 \times 35 \text{ mm}^2$ ). Courtoisie de F. Reinhard

### A.1.5 Fontaines atomiques

La fontaine atomique fut à la fin des années 1980 la première application métrologique des techniques de refroidissement d'atomes par laser développées durant la décennie. Ces techniques associées à celles du pompage optique permettent de manipuler et contrôler les degrés de libertés internes (états quantiques) et externes (position et vitesse) des atomes. Le refroidissement laser a permis d'envisager ce nouveau type d'étalon de fréquence permettant à la fois un gain en stabilité, grâce aux très faibles largeurs de raie accessibles, et en exactitude, par une connaissance accrue de la dynamique atomique. Historiquement, la première fontaine atomique fonctionna en 1989 avec des atomes de sodium [117]. Pour la première fois, des franges de Ramsey d'une largeur de 2 Hz furent observées en appliquant le schéma d'interrogation imaginé par Zacharias [118]. Par chance, le césium se prête bien au refroidissement laser<sup>2</sup> et on a pu développer de nouveaux étalons primaires affichant des performances bien supérieures aux étalons à jet utilisés auparavant [119, 120, 121, 122].

Les fontaines atomiques sont désormais les principaux étalons primaires de fréquences développés et exploités dans la plupart des laboratoires de métrologie. On se reportera aux thèses [3, 2] et aux articles [123, 124] pour plus de détails.

Le schéma Fig. A.17 expose le principe de fonctionnement d'une fontaine atomique qui repose sur le vol balistique d'un nuage d'atomes froids lancé verticalement et retombant sous l'effet de la gravité, d'où l'appellation fontaine.

Actuellement, les meilleures fontaines atomiques, affichent des exactitudes de  $4 \cdot 10^{-16}$  limitées par les effets motionnels (effet Doppler résiduel du premier ordre à  $3 \cdot 10^{-16}$ ) et de recul à  $1.5 \cdot 10^{-16}$  [125, 40]. Leur stabilité est limitée par le bruit de projection quantique à  $2 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}$  quand elles sont utilisées avec un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir [66] et est dégradée par effet Dick vers  $10^{-13} \tau^{-1/2}$  sinon.

Il est clair qu'il reste peu de place à l'amélioration des fontaines atomiques à césium en termes de performances pures. Par ailleurs, si la fiabilisation et l'autonomie des fontaines ont déjà fait l'objet de gros efforts, ces expériences restent complexes et volumineuses et demandent encore un suivi très régulier (réglage du banc optique notamment).

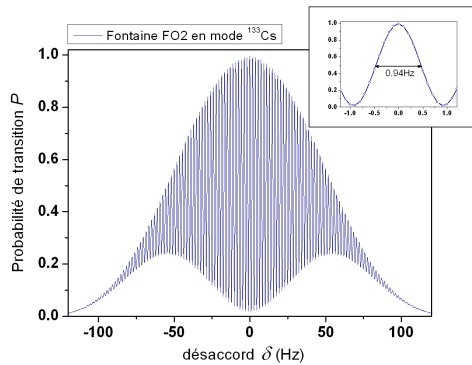


FIG. A.16 – Franges de Ramsey obtenues avec la fontaine FO2 fonctionnant avec l'atome de césium 133. La probabilité de transition est donnée en fonction du désaccord de la fréquence d'interrogation. La frange centrale (en insert) présente une largeur de 0,94 Hz et un contraste de 97,8%. (Courtoisie de F.Chapelet)

2. Ceci n'avait évidemment pas été anticipé en 1967 où les techniques de refroidissement par laser était inconnue

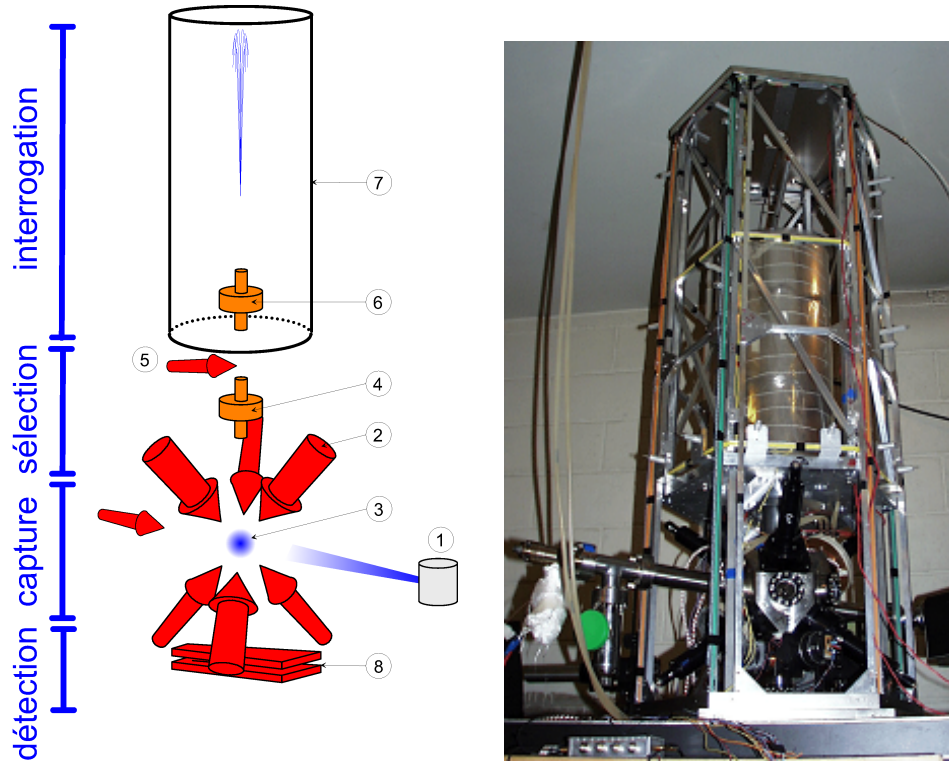


FIG. A.17 – Principe de fonctionnement d’une fontaine atomique. Le cycle d’horloge dure typiquement 1 à 2 secondes. **La source atomique** ① permet de disposer de suffisamment d’atomes pouvant participer aux cycles de refroidissement laser qui suit. On utilise pour cela soit directement une vapeur atomique présente en permanence dans la zone capture, soit un jet thermique que l’on peut pré-ralentir par laser ou non ou dans une version optimisée un piège magnéto-optique à 2 dimensions (MOT 2D) produisant un jet d’atomes déjà froids. **Le refroidissement laser** consiste à ralentir (ou refroidir) le plus possible les atomes et à les piéger à un endroit donné. On utilise pour cela une ”mélasse optique” qui consiste en 3 paires de faisceaux contrapropageants (waist  $\sim 1$  cm,  $P=6 \times 10$  mW) ② permettant d’exercer une pression de radiation sur les atomes dans les 3 directions de l’espace et selon chaque sens. Les atomes suffisamment lents sont ralentis et piégés à l’intersection des 6 faisceaux ③. Le nombre d’atomes capturés dans la mélasse optique avoisine typiquement les  $10^8$  à  $10^9$  atomes en 1 s de chargement. Ils sont répartis selon une distribution spatiale proche d’une gaussienne de rayon  $\sim 3$  mm. Leur température est de quelques  $\mu\text{K}$  soit une vitesse résiduelle de 1 cm/s environ. Les faisceaux de refroidissement sont ensuite utilisés afin de lancer les atomes verticalement à 80 cm environ au dessus de la zone de capture (typ.  $V_{at} = 4,5$  m/s). On utilise pour cela la technique de la mélasse mouvante [119]. **La sélection** est réalisée grâce à une cavité de micro-onde de sélection ④ que le nuage d’atomes traverse et où seuls les atomes dans  $|F = 4, m_F = 0\rangle$  subissent une interaction  $\pi$ . En sortant de la cavité, les atomes de  $|F = 4, m_F \neq 0\rangle$  sont alors éjectés du nuage par pression de radiation à l’aide d’un faisceau pousseur ⑤. Ce processus de sélection permet de disposer avant interrogation d’un nuage d’atomes dont l’état quantique est quasi pur. **L’interrogation de Ramsey** se déroule en trois temps. Les atomes traversent alors une première fois la cavité micro-onde d’interrogation ⑥ où ils subissent une interaction  $\pi/2$  durant environ 20 ms. Ils évoluent ensuite librement pendant 0.5 s au dessus de cette cavité et retraversent la cavité où il subissent une nouvelle interaction  $\pi/2$ . Ce type d’interrogation donne lieu à des franges de Ramsey de largeur proche de 1 Hz que l’on peut voir sur la figure A.16. Le temps de vol libre, et donc la largeur de raie, est limité par la capacité à contrôler l’environnement des atomes (température, magnétisme) sur toute la taille du dispositif expérimental ⑦. **La détection** permet d’évaluer la probabilité de transition en mesurant les populations de chaque état de la transition d’horloge. Pour cela les atomes sont excités par plusieurs ondes lasers stationnaires en formes de nappes ⑧. Le signal de fluorescence émis et recueilli sur une photodiode reflète alors la forme du nuage atomique défilant à travers la nappe laser de détection. Ce signal est appelé ”signal de temps de vol”. Son aire est proportionnelle au nombre d’atomes présents dans le niveau d’horloge détecté. . Photo de la fontaine FO2 du LNE-SYRTE (Courtoisie de F.Chapelet)

### A.1.6 PHARAO

Comme il a été souligné au chapitre 1 page 170 un moyen de tirer parti au maximum des techniques de refroidissement laser pour améliorer les performances est de s'affranchir de l'accélération de pesanteur qui limite les temps d'interrogation sur Terre (cf fontaines). Ceci n'est possible qu'en environnement spatial, en microgravité. Dans de telles conditions, les techniques de refroidissement laser et de contrôle de la dynamique atomique (mélasse mouvante) acquises sur les fontaines atomiques permettent d'envisager des vitesses de lancement très faibles (jusqu'à 5 cm/s). En gardant le schéma de principe d'une horloge à jet thermique (cavité à deux bras) mais en utilisant des atomes ultra-froids on peut ainsi imaginer des temps d'interrogation jusqu'à 5 s. Ces quelques idées sont à la base du projet ACES/PHARAO (Atomic Clock Ensemble in Space/ Projet d'Horloge A Refroidissement d'Atomes en Orbite) piloté par le CNES et l'ESA qui vise à placer sur la station spatiale internationale un module comprenant notamment un maser actif à hydrogène (SHM) et une horloge à atomes froids de césium (PHARAO) de très haute performances ( $\sigma_y(\tau) = 7 - 10 \cdot 10^{-14} \tau^{-1/2}, \varepsilon \simeq 10^{-16}$ ). Cette mission a pour but de permettre des tests de physique fondamentale mais aussi des comparaisons entre horloges au sol avec une grande exactitude. Une description détaillée des enjeux de cette missions sont données dans [24].

Le principe de fonctionnement de PHARAO est hybride entre une horloge à jet et une fontaine atomique. Il est décrit sur la figure A.18.

La spatialisation d'une horloge à atomes froids est un vrai challenge technologique qui a été relevé par les industriels EADS Astrium®, Thales®etc... sous la tutelle scientifique du LNE-SYRTE et du Laboratoire Kastler-Brossel. L'étude de faisabilité et de démonstration des performances, pilotées par le LNE-SYRTE, a conduit à la réalisation d'un prototype de laboratoire, la fontaine mobile ou FOM, qui a démontré, au cours de vols paraboliques en Airbus-ZéroG, les potentialités métrologiques du refroidissement d'atomes par laser en microgravité.

L'horloge PHARAO est sans conteste l'horloge pour laquelle les plus gros efforts d'intégration et de fiabilisation ont été faits tant au niveau du tube que du banc optique. Ces efforts, corroborés par les performances de la fontaine mobile FOM, permettent d'envisager les performances requises pour la mission ACES [126].

Le projet ACES/PHARAO est pionnier en matière de fiabilisation, d'intégration et de spatialisation des bancs optiques de refroidissement laser et a permis à ce titre de défricher et de baliser le chemin menant à une industrialisation de ces dispositifs à atomes froids. Néanmoins, si les coûts importants et la complexité de l'intégration requise sont envisageables dans le cadre d'une mission donnée, il est clair que le schéma et l'architecture retenus pour PHARAO ne sont pas transposables directement à un développement industriel des horloges ou capteurs à atomes froids A.19.



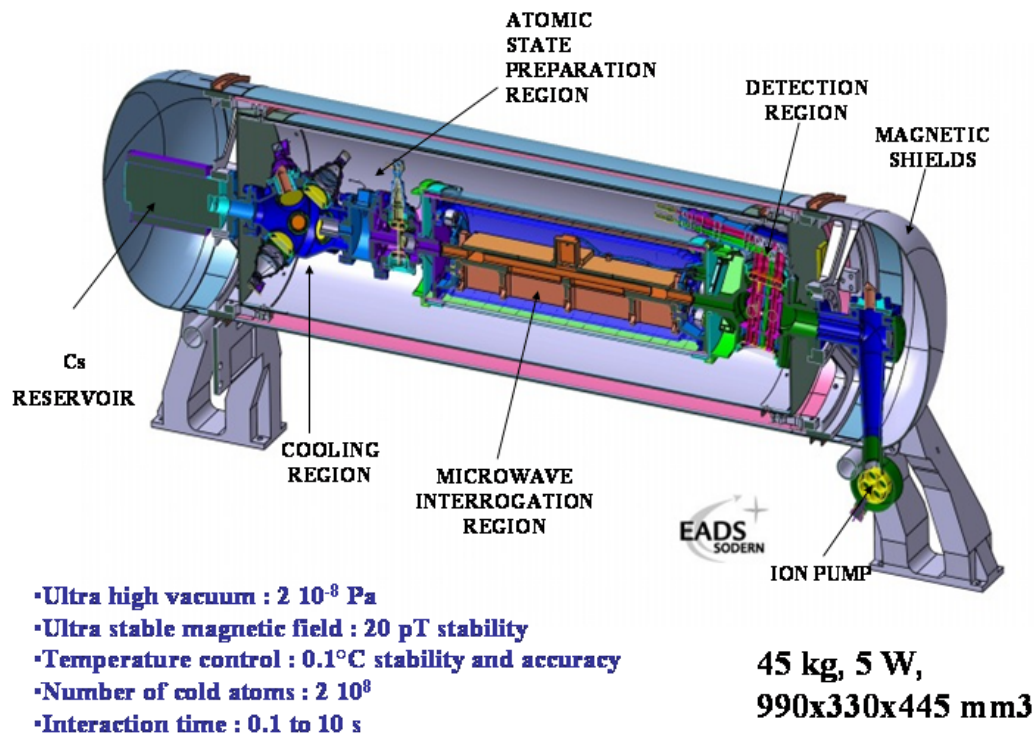


FIG. A.18 – Schéma de l'enceinte de l'horloge spatiale PHARAO. Une mélasse optique est chargée à partir d'une vapeur de césium. Les atomes refroidis jusqu'à  $1\mu\text{K}$  sont lancés à travers le tube de l'expérience. Ils traversent une cavité de sélection, puis entrent dans la cavité d'interrogation. Ils y subissent une interrogation de Ramsey où le temps de libre évolution peut être changer entre 0.1 et 5 s en contrôlant la vitesse de lancement de atomes. Cette cavité se rapproche d'une cavité utilisée sur les horloge à jet et à fait l'objet de nombreux tests quand à ses gradients de phase éventuels [3]. Les atomes traversent alors une zone de détection à 4 nappes laser identique à celle utilisé sur les fontaines. (Courtoisie de M. Abgrall)

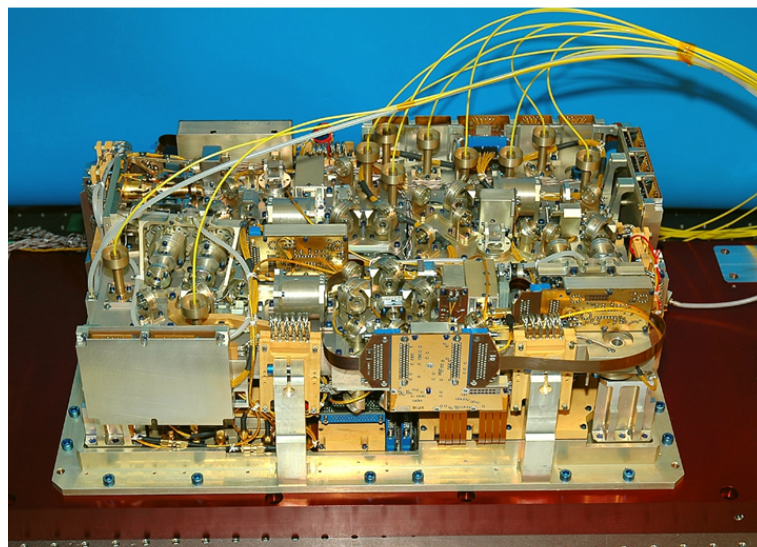


FIG. A.19 – Photo du banc optique de l'horloge spatiale PHARAO. Le banc optique est double face et a pour dimensions  $53 \times 35 \times 15 \text{ cm}^3$  pour un poids de 20 kg. (Courtoisie de Ph. Laurent)

### A.1.7 Horloges optiques

Comme il a été présenté au cours des paragraphes précédents sur les horloges micro-ondes, les limitations en termes de stabilité et d'exactitude ne sont plus techniques mais fondamentales. Pour dépasser ces limites, l'idée naturelle a été de développer des horloges travaillant dans le domaine optique. On peut espérer alors un gain de près de quatre ordres de grandeur sur le facteur de qualité atomique et les performances globales toutes choses égales par ailleurs. En effet, la plupart des effets systématiques sont indépendants de la fréquence de la transition utilisée et donc contrôlables en valeur relative à un bien meilleur niveau pour une transition optique que pour une transition micro-onde. Ceci n'est en revanche pas vrai pour les effets motionnels (effet de recul et effet Doppler). Aussi les différents types de développements d'horloge optique reposent sur les différentes approches permettant de mieux contrôler ou de s'affranchir de ces effets.

La réussite des horloges optiques pose de grosses contraintes sur la qualité des lasers d'interrogation d'une part et sur les méthodes de comparaisons optiques d'autre part.

Afin de ne pas dégrader les performances par effet Dick, le laser d'interrogation doit afficher une grande pureté spectrale. Pour cela, il est nécessaire d'asservir le laser sur une cavité Fabry-Pérot ultra-stable de très grande finesse [127]. Les méthodes de stabilisation de ces cavités optiques impliquent de nombreux blindages thermiques et de systèmes d'isolation acoustiques qui sont encore des sujets de recherches. On obtient cependant en procédant ainsi des largeurs de raie de l'ordre du Hz, ce qui traduit une excellente stabilité de fréquence de l'ordre de  $10^{-15}$  à 1s.

Par ailleurs, afin de pouvoir comparer les horloges optiques entre elles et aux horloges micro-ondes, on utilise un peigne de fréquence issu d'un laser femtoseconde. Si ces dispositifs sont bien maîtrisés et même commercialisés désormais, il n'en reste pas moins des montages relativement complexes et sensibles.

A l'heure actuelle, ces deux points font des horloges optiques des dispositifs réservés à un environnement contrôlé de laboratoire et il n'est pas encore vraiment envisageable d'industrialiser ou de spatialiser ce type d'horloge. On signalera toutefois la proposition de mission SAGAS (Search for Anomalous Gravitation using Atomic Sensors) qui vise à satelliser une horloge optique à ions Strontium [46].

### Horloges optiques à atomes neutres en chute libre

Les premières horloges optiques à atomes neutres ont commencé à être développées pendant les années 1980. Leur principe repose essentiellement dans le refroidissement d'une assemblée d'atomes par laser qui est ensuite libérée et dont on suit la chute dans le champ de gravitation terrestre. Les vitesses des atomes étant relativement importantes, des techniques d'interrogation, basées sur l'interférométrie atomique, supprimant l'effet Doppler ont été utilisées [128], mais on sait d'ores et déjà que cet effet limitera l'exactitude au niveau de  $10^{-16}$  comparable à l'exactitude des meilleures horloges micro-onde actuelles [129, 130]. La grande quantité d'atomes piégeables permet par contre d'atteindre de très bonnes stabilités de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-15} \tau^{-1/2}$ . Les résultats les plus poussés (exactitude de  $7.5 \cdot 10^{-15}$ ) ont été obtenus sur les horloges au  $^{40}\text{Ca}$  [129, 130] développées au NIST et à la PTB.

### Horloges optiques à ion(s) piégés

Pour faire face à l'obstacle que représente l'effet Doppler dans le bilan d'incertitude d'une horloge optique, l'évolution logique est de passer à un type d'horloge où on peut s'affranchir de cet effet. On confinant les atomes dans le régime de Lamb-Dicke on peut éliminer totalement cet effet (c'est à dire le ramener à un niveau bien en-deçà de l'exactitude visée, typiquement  $10^{-18}$  pour une horloge optique) et de supprimer ainsi une grande partie des contraintes techniques propres aux horloges optiques à atomes neutres en chute libre. On réalise ce confinement sur des ions en utilisant des pièges de Paul. Ce sont les horloges optiques à ions piégés. Elles sont entre autres avantageuses car il est possible de confiner très efficacement des particules chargées avec de petits champs électromagnétiques qui impliquent des déplacements des niveaux de l'horloge très faibles.

Bénéficiant du développement précoce de techniques de piégeage de particules chargées, les horloges du NIST à  $\text{Hg}^+$  et  $\text{Be}^+-\text{Al}^+$  affichent des performances record en terme d'exactitude [35] avec des niveaux de  $2 \cdot 10^{-17}$  essentiellement limités par la résolution des mesures, et des stabilités inférieures à  $3 \cdot 10^{-15} \tau^{-1/2}$  proche de la limite quantique<sup>3</sup>. Les perspectives d'amélioration résident donc essentiellement dans un allongement des interrogations, posant toutefois de lourdes contraintes sur la qualité des lasers.

### Horloges à réseau optique à atomes neutres

Les horloges à réseau optique, dont le développement est le plus récent, combinent les perspectives d'exactitude des horloges à ions en confinant dans le régime de Lamb-Dicke des atomes neutres dans un piège dipolaire lumineux et une stabilité accrue par un grand nombre d'atomes disponibles. On envisage donc avec de tels étalons des stabilités de  $10^{-16} \tau^{-1/2}$  et des exactitudes au niveau de  $10^{-17}$  voire  $10^{-18}$ . Leur fonctionnement est assez proche de celles des horloges à atomes neutres classiques à ceci près que les atomes sont confinés dans les puits de potentiels d'un réseau optique. Les effets motionnels sont donc largement réduits ouvrant la porte vers une grande exactitude. Toutefois, ces horloges n'ont véritablement commencé leur développement qu'après la proposition de H. Katori de l'université de Tokyo en 2001 qui démontrait l'existence d'une longueur d'onde "magique" pour l'atome de Strontium à laquelle le light shift créé par le potentiel de piégeage sur la transition d'horloge s'annule au premier ordre [131]. Sur ce schéma, des horloges à réseau optiques utilisant des atomes de strontium (LNE-SYRTE [132], JILA [34], Tokyo), d'ytterbium (NIST) et de mercure (LNE-SYRTE, Tokyo) se sont développées.

Les meilleures performances atteintes sur ce type d'horloges sont de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-15} \tau^{-1/2}$  limitées par l'effet Dick et affichent des exactitudes de  $10^{-16}$  essentiellement limitée par le déplacement du corps noir.

Les horloges à atomes neutres affichent en théorie les meilleures potentialités. Il est toutefois à noter que ces horloges restent expérimentalement assez délicates à mettre en oeuvre sur le plan optique de par la structure électronique des atomes choisis imposant de nombreux lasers et par la nécessité supplémentaire de contrôler le piège dipolaire.

---

3. La plupart des horloges développées à partir d'ions ne comportent qu'un seul ion piégé pour des raisons d'exactitude, limitant ainsi le rapport signal à bruit à 1 par cycle de mesure



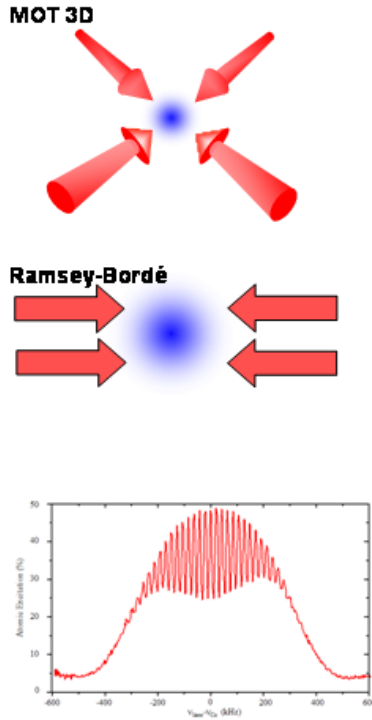
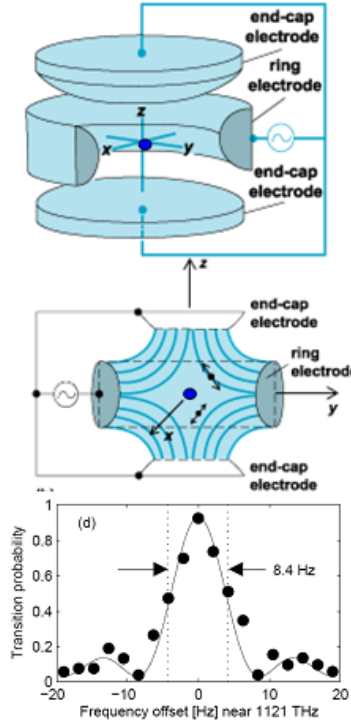
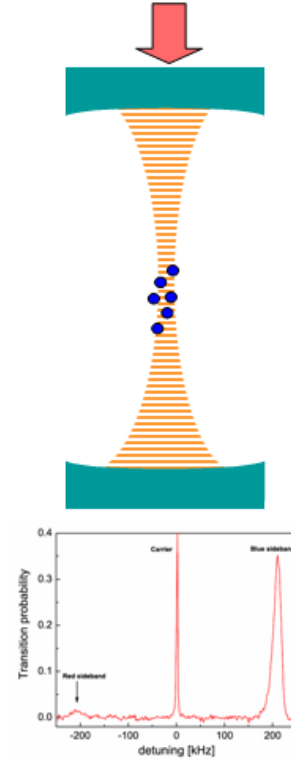
**Atomes neutres non piégés****Ion unique piégé****Atomes neutres piégés**

FIG. A.20 – Schéma de principe des trois types d'horloges optique. *a*)  $10^6$  atomes sont refroidis dans un MOT 3D et subissent une interrogation de Ramsey-Bordé à 4 pulses lumineux. Le spectre est alors modulé par un réseau de franges d'interférences dont la largeur est de l'ordre de 1 kHz (tiré du site du NIST). *b*) Un ion unique est confiné dans un piège de Paul. Le spectre d'excitation, tiré de [133] correspond à une interrogation de Rabi de 100 ms. *c*) Dans une configuration à réseau, les atomes sont confinés dans les puits de potentiels dipolaires. Le spectre d'excitation d'une interrogation de Rabi (tiré de [132]) montre les bandes latérales dues aux transitions entre les différents niveaux vibrationnels des puits.

## A.2 Tableau récapitulatif des horloges

Type d'horloge	Q atomique en $10^{10}$	Stabilité en $10^{-13} \tau^{-1/2}$	Dérive/jour	Exactitude	Volume	Ref.
<b>Horloges compactes</b>						
CPT CSAC	0.002	500	$2 \cdot 10^{-12}$	-	0.05 L	[110]
CPT Labo	0.01	7	$7 \cdot 10^{-11}$	-	qq L	[134]
RAFS (GALILEO)	0.007	30	$2 \cdot 10^{-13}$	-	2.4 L	[100]
POP	0.01	10	$3 \cdot 10^{-13}$	-	qq L	[105]
LITE (Hg+)	14	2	0	-	3 L	[51]
HORACE	0.5	2.2	-	-	qq L	[64]
Jet thermique 5071A	0.00	50	0	$10^{-13}$	30 L	[135]
PHM (GALILEO)	0.07	7	$5 \cdot 10^{-15}$	-	28 L	[100]
<b>Horloges micro-onde</b>						
H-Maser actif (MHM 2010A)	0.1	1	$2 \cdot 10^{-15}$	-	400 L	[135]
Fontaines atomiques	1	$\leq 1$	0	$\leq 10^{-15}$	-	[? ]
LITS (Hg+)	500	0.5	$2.7 \cdot 10^{-17}$	-	-	[114]
<b>Horloges optiques</b>						
Neutres en chute libre	60	0.04	-	$7.5 \cdot 10^{-15}$	-	[129]
Ions piégés	$10^4$	0.04	-	$3 \cdot 10^{-17}$	-	[35]
Neutre piégés	4000	0.04	-	$1.5 \cdot 10^{-16}$	-	[34]

TAB. A.1 – Tableau récapitulatif des différentes horloges atomiques et de leurs caractéristiques.



## Annexe B

# Notations et symboles

### B.1 Notations du manuscrit

Quantité	Symbole	Unité
Fréquence délivrée par l'oscillateur local	$\nu_{osc}$	Hz
Fréquence du champ électromagnétique d'interrogation	$\nu$	Hz
Fréquence délivrée par la DDS	$\nu_{DDS}$	Hz
Fréquence de transition d'horloge de l'atome non perturbé	$\nu_0$	Hz
Fréquence de transition d'horloge de l'atome perturbé	$\nu_{at}$	Hz
Largeur à mi-hauteur de la transition d'horloge	$\Delta\nu$	Hz
Facteur de qualité atomique	$Q_{at}$	sans unité
Profondeur de modulation de fréquence (amplitude)	$\Delta\nu_m$	Hz
Désaccord en pulsation (micro-onde et optique)	$\delta$	$\text{rad.s}^{-1}$
Correction de fréquence	$\delta_c/2\pi$	Hz
Probabilité de transition	$P$	sans unité
Durée d'un cycle d'horloge ou temps de cycle	$T_c$	s
Durée de la phase d'interrogation	$T_{int}$	s
Durée d'une impulsion de Rabi	$\tau$	s
Durée du temps de libre évolution de Ramsey	$T$	s
Population atomique d'un niveau	$N_e, N_3, \dots$	sans unité
Amplitude du déplacement relatif de fréquence	$\varepsilon$	sans unité
Amplitude des fluctuations relatives de fréquence	$y(t)$	sans unité
Ecart-type d'Allan des fluctuations relatives de fréquence	$\sigma_y(\tau)$	sans unité
Durée d'intégration de l'horloge	$\tau$	s
Champ magnétique statique	$\vec{B}$	Gauss( $1G = 10^{-4}Tesla$ )
Densité volumique moyenne des atomes froids	$\bar{n}$	$\text{atomes.m}^{-3}$
Facteur de surtension de la cavité micro-onde	$Q_{cav}$	sans unité
Fréquence de résonance de la cavité micro-onde	$\nu_{cav}$	Hz
Phase du champ d'interrogation	$\phi$	rad
Rapport signal à bruit du signal détecté	$RSB$	sans unité

## B.2 Données sur le césium 133

quantité	valeur
numéro atomique $Z$	55
masse atomique	$2,207 \times 10^{-25}$ kg
fréquence hyperfine	$\equiv 9192631770$ Hz
longueur d'onde, raie D2	852 nm
fréquence optique, raie D2	$3,52 \times 10^{14}$ Hz
largeur de raie D2	$\Gamma/2\pi \simeq 5,3$ MHz
intensité de saturation, raie D2	$I_{sat} \simeq 1,09$ mW.cm $^{-2}$
vitesse de recul	$v_{rec} \simeq 3,52$ mm.s $^{-1}$
déplacement du corps noir $\Delta\nu = K_{BBR} \times (T/300 \text{ K})^4$	$K_{BBR} = -1,572(3) \times 10^{-4}$ Hz
déplacement Zeeman d'ordre 1 de la transition $ m_F = 1\rangle \rightarrow  m_F = 1\rangle$ $\Delta\nu = K_Z^{(1)} B$	$K_Z^{(1)} = 7,0084$ Hz.nT $^{-1}$
déplacement Zeeman d'ordre 2 $\Delta\nu = K_Z^{(2)} B^2$	$K_Z^{(2)} = 427,45 \times 10^8$ Hz.T $^{-2}$

TAB. B.1 – Quelques données sur l'atome de  $^{133}\text{Cs}$ .

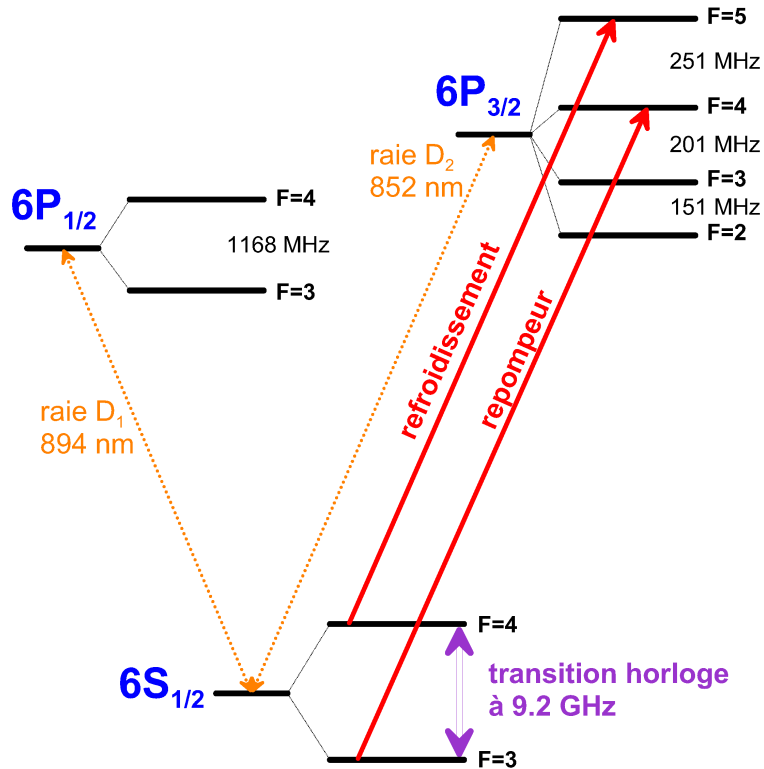


FIG. B.1 – Niveaux d'énergie du césium 133 utilisés pour la manipulation des atomes.

### B.3 Constantes fondamentales

quantité	symbole	valeur
vitesse de la lumière	$c$	$299\,792\,458\,\text{m.s}^{-1}$ (exact)
perméabilité du vide	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}\,\text{N.A}^{-2}$ (exact)
constante de structure fine	$\alpha$	$7.297\,352\,533(27) \times 10^{-3}$
constante de Planck réduite	$\hbar$	$1.054\,571\,596(82) \times 10^{-34}\,\text{J.s}$
constante de Boltzmann	$k_B$	$1.380\,650\,3(24) \times 10^{-23}\,\text{J.K}^{-1}$
constante de gravitation	$G$	$6.673(10) \times 10^{-11}\,\text{m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$
charge élémentaire	$q$	$1.602\,176\,462(63) \times 10^{-19}\,\text{C}$
masse de l'électron	$m_e$	$9.109\,381\,88(72) \times 10^{-31}\,\text{kg}$
masse du proton	$m_p$	$1.672\,621\,58(13) \times 10^{-27}\,\text{kg}$
magnéton de Bohr	$\mu_B$	$9.274\,008\,99(37) \times 10^{-24}\,\text{J.T}^{-1}$

TAB. B.2 – Quelques constantes fondamentales tirées du CODATA 1998.

### B.4 Données astronomiques

quantité	symbole	valeur
masse du Soleil	$M_S$	$1.9891 \times 10^{30}\,\text{kg}$
rayon du Soleil	$R_S$	$6.9599 \times 10^8\,\text{m}$
masse de la Terre	$M_T$	$5.9742 \times 10^{24}\,\text{kg}$
rayon de la Terre	$R_T$	$6.378140 \times 10^6\,\text{m}$
rayon de l'orbite de la Terre	$R_{TS}$	$1.496 \times 10^{11}\,\text{m}$
excentricité de l'orbite de la Terre	$\varepsilon$	$1.67 \times 10^{-2}$

TAB. B.3 – Quelques données astronomiques.



# Bibliographie

- [1] Alaa Makdissi. *Traitement de signal appliqué aux étalons primaires de fréquences: Amélioration de leur exactitude et de leur stabilité*. Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 1999.
- [2] S. Bize. *Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de césium*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [3] M. Abgrall. *Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO. Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2003.
- [4] P. E. Pottié. *Etude du refroidissement laser en cellule : Contribution au développement d'une horloge atomique miniature à 133 Cs*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1993.
- [5] . Le Prix Nobel de Physique 2005 récompensait notamment Ted Hansch (Max-Planck-Institut für Quantenoptik )et John Hall (JILA, NIST) pour leur developpement de methodes de spectroscopie laser de haute precision et notamment celle des peignes de frequences optiques. Site web : <http://nobelprize.org/> .
- [6] J. Vanier and C. Audouin. *The quantum physics of atomic frequency standards*. Adam Hilger, Bristol, 1989.
- [7] P. Urich. Stabilités des oscillateurs ultra-stables. *Cours X-ENS*, 2007.
- [8] D.W. Allan. *Proc. IEEE*, 54:221, 1966.
- [9] K. Gibble and S. Chu. A laser cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultra-cold collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 70:177, 1993.
- [10] H. Marion. *Contrôle des collisions froides du  $^{133}\text{Cs}$ . Tests de la variation de la constante de structure fine à l'aide d'une fontaine atomique double Rubidium-Césium*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2005.
- [11] F. Pereira, H. Marion, S. Bize, Y. Sortais, A. Clairon, and C. Salomon. Controlling the cold collision shift in high precision atomic interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 89:233004, 2002.
- [12] E. Simon. *Vers une stabilité et une exactitude de  $10^{-16}$  pour les horloges atomiques : le rayonnement du corps noir, la détection optique*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1997.



- [13] P. Lemonde. *Pharao : Etude d'une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser ; réalisation d'un prototype*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1997.
- [14] //. Special issue on the dick effect. *IEEE Trans. Ultr. Ferr. Freq. Contr.*, vol. 45(4), 1998.
- [15] J.Guena *et al.* New measurement of the rubidium hyperfine frequency using lne-syrte fountain ensemble. In *Proc. of UFFC-IFCS*, Honolulu, USA, 2008.
- [16] G. Santarelli, G. Governatori, M. Lours, D. Chambon, F. Chapelet, S. Bize, M.E. Tobar, T. Potier, and A. Clairon. Phase transient measurement at the microradian level for atomic fountain clocks. In *Proc. of 20<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Braunschweig, Germany, 2006.
- [17] S.Bize, C.Mandache Y.Sortais and, A.Clairon, and C.Salomon. Cavity frequency pulling in cold atom fountains. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 50(2):503–506, 2001.
- [18] C.Audoin, Lacey, and L.S.Cutler. Frequency offset due to spurious line in cesium beam standards. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, IM27:325, 1978.
- [19] L. Cutler, C. Flory, R. Giffard, and A. de Marchi. Frequency pulling by hyperfine  $\sigma$ -transitions in cesium atomic frequency standards. *J. Appl. Phys.*, 69:2780, 1991.
- [20] E. Majorana. Atomi orientati in campo magnetico variabile. *Nuovo Cimento*, 9:43, 1932.
- [21] A.Bauch and R.Schröder. Frequency shift in cesium atomic clock due to Majorana transitions. *Ann. Physik*, 2:421, 1993.
- [22] S. Ghezali. *Première évaluation de l'exactitude d'une fontaine d'atomes froids de césium à  $2 \cdot 10^{-15}$  et perspectives*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 1997.
- [23] P. Wolf and C.J. Bordé. Recoil effects in microwave ramsey spectroscopy. *ArXiv:quant-ph/0403194*, 2004.
- [24] L. Duchayne. *Les transferts de temps de hautes performances : le lien Micro-onde de la mission ACES*. Thèse de doctorat de l'observatoire de paris, 2008.
- [25] N.F. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78:695, 1950.
- [26] Y. Sortais. *Construction d'une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^{133}\text{Cs}$ ; étude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [27] Ch.J.Bordé. Atomic clocks and inertial sensors. *Metrologia*, 39, 2002.
- [28] . Le Prix Nobel de Physique 1997 recompensait Steven Chu (Stanford University, USA), Claude Cohen-Tannoudji (Ecole Normale Supérieure, France) et William D. Phillips (National Institute of Standards and Technology, USA) pour leur développement des méthodes de refroidissement et de piégeage d'atomes par lumière laser. Site web : <http://nobelprize.org/> .
- [29] Ph. Laurent et al. Design of the cold atom pharao space clock and initial test results. *Appl. Phys. B*, 84:683, 2006.

- [30] E. A. Burt, W. A. Diener, and R. L. Tjoelker. Improvements to JPL's compensated multi-pole linear ion trap standard and long-term measurements at the  $10^{-16}$  level. In *Proc. IEEE*, 2007.
- [31] P. Lemonde and P. Wolf. Optical lattice clock with atoms confined in a shallow trap. *Phys. Rev. A*, 72:033409, 2005.
- [32] R. H. Dicke. The effect of collisions upon the doppler width of spectral lines. *Phys. Rev*, 89(472), 1953.
- [33] J.Camparo. The rubidium atomic clock and basic research. *Physics today*, Novembre, 2007.
- [34] A. D. Ludlow *et al.* Sr lattice clock at  $1 \times 10^{-16}$  fractional uncertainty by remote optical evaluation with a ca clock. *Science*, 319:1805–1808, 2008.
- [35] T. Rosenband *et al.* Frequency ratio of  $\text{Al}^+$  and  $\text{Hg}^+$  single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place. *Science*, 319:1808–1812, 2008.
- [36] L.Maleki and J. Prestage. Applications of clocks and frequency standards: from the routine to tests of fundamental models. *Metrologia*, 42, 2005.
- [37] T. Parker and D. Matsakis. Time and frequency dissemination, advances in gps transfer techniques. *GPS world*, novembre.
- [38] B. de Beauvoir *et al.* Absolute frequency measurements of the  $2s\text{-}8s/d$  transitions in hydrogen and deuterium: new determination of the rydberg constant. *PRL*, 78, 1997.
- [39] H. Dehmelt. Experiments with an isolated particle at rest (nobel lecture). *Rev Mod Phys*, 62, 1990.
- [40] F. Chapelet. *Fontaine atomique double de Rubidium et de césium avec une exactitude de quelques  $10^{-16}$  et applications*. Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 2008.
- [41] J.D. Prestage, R.L. Tjoelker, and L. Maleki. Atomic clocks and variations of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3511, 1995.
- [42] R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean, and B. Aracil. Limits on the time variation of the electromagnetic fine-structure constant in the low energy limit from absorption lines in the spectra of distant quasars. *Phys. Rev. Lett.*, 92:121302, 2004.
- [43] A.Amy-Klein, A.Goncharov, M.Guinet, C.Daussy, O.Lopez, A.Shelkovnikov, and C.Chardonnet. *Optics letters*, 30:3320, 2005.
- [44] M. Niering, R. Hozwarth, J. Reichert, P. Pokasov, Th. Udem, M. Weitz, T. W. Hänsch, P. Lemonde, G. Santarelli, M. Abgrall, P. Laurent, C. Salomon, and A. Clairon. Measurement of the hydrogen  $1s - 2s$  transition frequency by phase coherent comparison with a microwave cesium fountain clock. *Phys. Rev. Lett.*, 84(24):5496, 2000.
- [45] M. Chwalla, J. Benhelm, K. Kim, G. Kirchmair, T. Monz, M. Riebe, P. Schindler, W.H.Sansel A. S. Villar, C. F. Roos, R. Blatt, M. Abgrall, G. Santarelli, G. D. Rovera, and Ph. Laurent. Absolute frequency measurement of the  $S_{1/2}\text{-}D_{5/2}$  transition in  $^{40}\text{Ca}^+$ . *Arxiv*, 54(0806.1414v1), 2008.

- [46] P. Wolf, Ch. J. Borde, A. Clairon, L. Duchayne, A. Landragin, P. Lemonde, G. Santarelli, W. Ertmer and E. Rasel, F.S. Cataliotti, M. Inguscio, G.M. Tino, P. Gill, H. Klein, S. Reynaud, C. Salomon, E. Peik, O. Bertolami, P. Gil, J. Paramos, C. Jentsch, U. Johann, A. Rathke, P. Bouyer, L. Cacciapuoti, D. Izzo, P. De Natale, B. Christophe, P. Touboul, S.G. Turyshev, J.D. Anderson, M.E. Tobar, F. Schmidt-Kaler, J. Vigue, A. Madej, L. Marmet, M-C. Angonin, P. Delva, P. Tournenc, G. Metris, H. Müller, R. Walsworth, Z.H. Lu, L. Wang, K. Bongs, A. Toncelli, M. Tonelli, H. Dittus, C. Lämmerzahl, G. Galzerano, P. Laporta, J. Laskar, A. Fienga, F. Roques, and K. Sengstock. Quantum physics exploring gravity in the outer solar system: the sagas project. *submitted to Experimental Astronomy (available on ArXiv: arXiv:0711.0304)*.
- [47] Guenter W. Hein and Jose Ángel Ávila Rodríguez. Performance of a galileo prs/gps m-code combined service. In *Proceedings of the 2005 National Technical Meeting of the Institute of Navigation, San Diego, USA*, 2005.
- [48] F. Vernotte, J. Delporte, M. Brunet, and T. Tournier. Uncertainties of drift coefficients and extrapolation errors: application to clock error prediction. *Metrologia*, 2001.
- [49] G Busca and Q Wang. Time prediction accuracy for a space clock. *Metrologia*, 40, 2003.
- [50] S. Bhaskaran. The application of noncoherent doppler data types for deep space navigation. *The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report 42-121, January–March 1995*, pages 54–65, 1995. JPL, <http://tmo.jpl.nasa.gov/tmo/progressreport/42-121/121B.pdf>.
- [51] J.Prestage et al. Compact microwave mercury ion clock for deep-space applications. In *Proc. of the 2007 UFFC-IFCS EFTF joint meeting*, Geneva, Switzerland, 2007.
- [52] J.W.He et al. A transportable hydrogen maser for australia telescope. In *Proc. of 1995 IEEE UFFC FCS meeting*, 1995.
- [53] H. Peters et al. Hydrogen masers for radio astronomy. In *Proc. of the 1987 UFFC FCS meeting*, 1987.
- [54] Madhav N. Kulkarni. Geodetic very long baseline interferometry (vlbi). <http://dspace.library.iitb.ac.in/dspace/bitstream/10054/38/3/VLBINote.pdf>, 2006.
- [55] T.P. Heavner, S.R. Jefferts, and T.E. Parker. Preliminary results from a miniature laser-cooled cesium fountain frequency standard. In *Proc. of 6<sup>th</sup> symposium on frequency standards and metrology*, page 469–471, 2002.
- [56] Gregor Duddle, Gaetano Mileti, Alain Joyet, Emmanuel Fretel, Patrick Berthoud, and Pierre Thomann. An alternative cold cesium frequency standard: The continuous fountain. *IEEE UFFC*, 47, 2000.
- [57] W. Ketterle, A. Martin, M. Joffe, and D. Pritchard. Slowing and cooling of atoms in isotropic light. *Phys. Rev. Lett.*, 69, 1992.
- [58] H.Batelaan, S.Padua, D.H.Yang, C.Xie, R.Gupta, and H.Metcalf. Slowing of 85rb atoms with isotropic light. *Phys. Rev. A*, 49, 1994.

- [59] D.Boiron, C.Memmerat-Robilliard, JM Fournier, L.Guidoni, C. Salomon, and G.Grynberg. Trapping and cooling cesium atoms in a speckle field. *EPJD*, (7), 1999.
- [60] E. Guillet. *Nouveau concept d'horloge atomique : HORACE, HORloge à Refroidissement d'Atomes en CELLule*. Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 2000.
- [61] E.guillot, PE Pottie, and N.Dimarcq. Three-dimensional cooling of cesium atoms in a reflecting copper cylinder. *Optics letters*, 26(21), 2001.
- [62] C. Monroe, W.Swann, H Robinson, and C.Wieman. Very cold trapped atoms in a vapor cell. *Phys. Rev. Lett.*, 65(13), 1990.
- [63] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6:2023, 1989.
- [64] FX Esnault, S. Perrin, D. Holleville, S. Guerandel, N. Dimarcq, and J. Delporte. Reaching a few  $10^{-13}$   $\tau(-1/2)$  stability level with the compact cold atom clock horace. In *Proc. of the 2008 UFFC - IFCS meeting*, Honolulu, USA, 2008.
- [65] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A.N. Luiten, G. Santarelli, and M.E. Tobar. Tests of Lorentz Invariance using a microwave resonator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 90:060402, 2003.
- [66] C. R. Locke, E. N. Ivanov, J. G. Hartnett, P. L. Stanwix, and M. E. Tobar. Design techniques and noise properties of ultrastable cryogenically cooled sapphire-dielectric resonator oscillators. *REVIEW OF SCIENTIFIC INSTRUMENTS*, 79, 2008.
- [67] D. Chambon, S. Bize, M. Lours, F. Narbonneau, H. Marion, A. Clairon, G. Santarelli, A. Luiten, and M. Tobar. Design and realization of a flywheel oscillator for advanced time and frequency metrology. *Review of Scientific Instruments*, 76:094704, 2005.
- [68] A.G. Mann, S. Chang, and A.N. Luiten. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high frequency stability. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 50(2):519, 2001.
- [69] R.Boudot, S.Guérandel, and E.De Clercq. Simple design low noise ntl-based frequency synthesizers for a cs cpt clock. *Accepted in IEEE Trans. Instrum. Meas.*, XX, 2009.
- [70] Roger F. Harrington. *Time-Harmonic Electromagnetic fields*. IEEE press, Wiley Interscience, 1961.
- [71] R. Li and K. Gibble. Phase variations in microwave cavities for atomic clocks. *Metrologia*, 41:376–386, 2004.
- [72] X.Baillard, A.Gauguet, S.Bize, P.Lemonde, Ph.Laurent, A.Clairon, and P.Rosenbusch. Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. *Optics Communications*, 266: 609–613, 2006.
- [73] X. Baillard. *Horloge à réseau optique à atomes de Strontium*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, à paraître courant 2008.
- [74] DG Enzer, WM Klipstein, and RL Tjoelker. Light shift measurements in a cesium fountain without the use of mechanical shutters. In *Proc. of the 2005 IFCS-PTTI meeting*, Vancouver, Canada, 2005.

- [75] C.S. Adams. A mechanical shutter for light using piezoelectric actuators. *Review of scientific instruments*, 71, 2000.
- [76] L. P. Maguire, S. Szilagy, and R. E. Scholten. High performance laser shutter using a hard disk drive voice-coil actuator. *Review of scientific instruments*, 75, 2004.
- [77] FX Esnault, S. Perrin, S. Tremine, D. Holleville, S. Guerandel, and N. Dimarcq. Stability of the compact cold atom clock horace. In *Proc. of the 2007 IFCS-EFTF joint meeting*, Geneva, Switzerland, 2007.
- [78] N. Castagna, J. Guéna, M.D. Plimmer, and P. Thomann. A novel simplified two-dimensional magneto-optical trap as an intense source of slow cesium atoms. *The European Physical Journal Applied Physics*, 34:2130, 2006.
- [79] Chad Fertig et al. Race:laser cooled rb microgravity clock. In *Proc. of the 2000 IEEE UFFC - IFCS meeting*, 2000.
- [80] Ronald Legere and Kurt Gibble. Quantum scattering in a juggling atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 81, 1998.
- [81] L. Marmet, B. Hoger, P. Dube, A.A. Madej, and J.E. Bernard. Detailed description of fcs1: Nrc's cesium fountain primary standard. In *Proc. of the 2008 IEEE-UFFC IFCS meeting*, Honolulu, USA, 2008.
- [82] Ferenc Fuzesi, Mark D. Plimmer, Gregor Duddle, Jocelyne Guena, and Pierre Thomann. Design details of fcs-2, an improved continuous cesium fountain frequency standard. In *Proc. of 21<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Geneva, Switzerland, 2007.
- [83] J.Guena, G.Duddle, and P. Thomann. An experimental study of intermodulation effects in an atomic fountain frequency standard. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, 38, 2007.
- [84] P. J. Windpassinger, D. Oblak, P. G. Petrov, M. Kubasik, M. Saffman, C. L. Garrido Alzar, J. Appel, J. H. Muller, N. Kjaergaard, and E. S. Polzik. Nondestructive probing of rabi oscillations on the cesium clock transition near the standard quantum limit. *PRL*, 100, 2008.
- [85] Jérôme Lodewyck, Arnaud Lecallier, Philip Westergaard, Xavier Baillard, and Pierre Lemonde. Towards the comparison of independent strontium optical lattice clocks. In *Proc. of 22<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Toulouse, France, 2008.
- [86] Jerome Lodewyck, Philip G. Westergaard, and Pierre Lemonde. Non-destructive measurement of the transition probability in a sr optical lattice clock. *arXiv:0902.2905v1*, 2009.
- [87] G. Duddle. *Contribution au développement d'un étalon primaire de fréquence à jet d'atomes ralentis par laser*. Thèse de doctorat de l'observatoire cantonale de neuchâtel, 1996.
- [88] K. R. Overstreet, J. Franklin, and J. P. Shaffer. Zeeman effect spectroscopically locked cs diode laser system for atomic physics. *RSI*, 75.
- [89] G.Avila et al. State selection in a cesium beam by laser-diode optical pumping. *PRA*, 36:3719–3728, 1987.

- [90] G. Santarelli and P. Laurent and P. Lemonde and A. Clairon and A.G. Mann and S. Chang and A. N. Luiten and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain: a high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82(23):4619, 1999.
- [91] H. Marion, S. Bize, L. Cacciapuoti, D. Chambon, F. Pereira Dos Santos, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar, S. Kokkelmans, and C. Salomon. First observation of feshbach resonances at very low magnetic field in a 133cs fountain. *arXiv:physics/0407064v3*, 2004.
- [92] Sortais Y., Bize S., Nicolas C., G. Santarelli, C. Salomon, and A. Clairon. 87rb versus 133cs in cold atom fountains:a comparison. *IEEE UFFC*, 47(5), 2000.
- [93] [www.onera.fr/dmph/dispositifs-atomes-froids/index.php](http://www.onera.fr/dmph/dispositifs-atomes-froids/index.php).
- [94] Nyman R.A., Varoquaux G., Lienhart F., Chambon D., Boussen S., Clement JF, Muller T., Santarelli G., Pereira Dos Santos F., Clairon A., BressonA., Landragin A., and Bouyer P. I.c.e.: a transportable atomic inertial sensor for test in microgravity. *Appl. Phys.*, 84: 673, 2006.
- [95] Varoquaux G., N. Zahzam, O Chaibi, Clement JF, O. Carraz, JP Brantut, Nyman R.A., Pereira Dos Santos F., L.Mondin, M. Rouze, Y.Bidel, BressonA., Landragin A., and Bouyer P. I.c.e.: An ultra-cold atom source for long-baseline interferometric inertial sensors in reduced gravity. *arXiv:0705.2922v2*, 2007.
- [96] Wen-Zhuo Zhang, Hua-Dong Cheng, Ling Xiao, Liang Liu, and Yu-Zhu Wang. Enhanced cooling of rubidium atoms in two-frequency diffuse lights. *arXiv:0901.1707v1*, 2009.
- [97] P. Berthoud *et al.* Optically-pumped space cesium clock for galileo:first results of the breadboard. In *Proc. of 22<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Toulouse, France, 2008.
- [98] S. Guerandel *et al.* Compact cesium beam frequency standard: improvements of the frequency stability towards the 10-12 t-1/2 level. In *Proc. of 16<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, St-Petersburg, Russia, 2002.
- [99] E.de Clercq. L'étalon primaire de fréquence à jet de césium du bnm-syrte. *Bulletin du BNM*, 125, 2004.
- [100] P.Rochat *et al.* The onboard galileo rubidium and passive maser,status and performance. In *Proc. of the 2005 UFFC-IFCS*, Vancouver, Canada, 2005.
- [101] J.Vanier and C mandache. The passive optically pumped rb frequency standard: the laser approach. *Appl. Phys. B*, 87, 2007.
- [102] Ryan T. Dupuis, Thomas J. Lynch, and John R. Vaccaro. Rubidium frequency standard for the gps iif program and modifications for the rafsmo program. In *Proc. of the 2008 IEEE UFFC - IFCS meeting*, Honolulu, USA, 2008.
- [103] B.Guinot C.Audoin. *Les fondements de la mesure du temps*. MASSON, 1997. ISBN 2 225 83261 7.
- [104] G. Mileti, J. Deng, F. L. Walls, D. A. Jennings, and R. E. Drullinger. Laser-pumped rubidium frequency standards: New analysis and progress. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 34:233–237, 1998.

- [105] A. Godone, S. Micalizio, F. Levi, , and C. Calosso. Physics characterization and frequency stability of the pulsed rubidium maser. *Phys. Rev. A*, 74:043401, 2006.
- [106] S. Micalizio, A. Godone, F. Levi, , and C. Calosso. Pulsed optically pumped vapor cell clock: towards the optical detection. In *Proc. of 22<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Toulouse, France, 2008.
- [107] R. Wynands and A. Nagel. Precision spectroscopy with coherent dark states. *Appl. Phys. B*, 68:1–25, 1999.
- [108] J. Vanier. Atomic clocks based on coherent population trapping: a review. *Appl. Phys. B*, 2005.
- [109] S. Knappe, P.D.D. Schwindt, V. Shah, L. Hollberg, , and J. Kitching. A chip-scale atomic clock based on <sup>87</sup>Rb with improved frequency stability. *OPTICS EXPRESS*, 13(4), 2005.
- [110] Jinquan Deng, Peter Vlitaz, Dwayne Taylor, Larry Perletz, , and Robert Lutwak. A commercial cpt rubidium clock. In *Proc. of 22<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Toulouse, France, 2008.
- [111] N. Castagna, R. Boudot, S. Guérandel, E. De Clercq, N. Dimarcq, and A. Clairon. Investigations on continuous and pulsed interrogation for a cpt atomic clock. *to be published in IEEE UFFC*, XX:XXXX, 2008.
- [112] T. Zanon, S. Guérandel, E. de Clercq, D. Holleville, N. Dimarcq, and A. Clairon. High contrast ramsey fringes with coherent-population-trapping pulses in a double lambda atomic system. *PRL*, 94, 2005.
- [113] J. Prestage et al. Liter sized ion clock with 10-15 stability. In *Proc. of the 2005 UFFC-IFCS EFTF joint meeting*, Vancouver, Canada, 2005.
- [114] E.A. Burt, W.A. Diener, , and R.L. Tjoelker. A compensated multi-pole linear ion trap mercury frequency standard for ultra-stable timekeeping. *IEEE UFFC*, 55, 2008.
- [115] J. Prestage et al. One-liter ion clock: New capability for spaceflight applications. In *Proc. of the 2003 PTTF meeting*, San Diego, CA, USA, 2003.
- [116] Philipp Treutlein, Peter Hommelhoff, Tilo Steinmetz, Theodor W. Hansch, and Jakob Reichel. Coherence in microchip traps. *Phys. Rev. Lett.*, 92, 2004.
- [117] M.A. Kasevich, E. Riis, S. Chu, and R.G. DeVoe. RF spectroscopy in an atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 63:612, 1989.
- [118] J.G. King and J. Zacharias. In *Quart. Prog. Rep. (MIT Research Laboratory of Electronics)*, volume 48, page 55, 1958.
- [119] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W.D. Phillips. Ramsey resonance in a Zacharias fountain. *Europhys. Lett.*, 16:165, 1991.
- [120] T.E. Parker, et al. First comparison of remote cesium fountains. In *Proc. of the 2001 IEEE Intl. Freq. Cont. Symp.*, 2001.

- [121] S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grünert, C. Vian, F. Pereira dos Santos, P. Rosenbusch, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar, and C. Salomon. Advances in atomic fountains. *C. R. Physique*, 5:829–843, 2004.
- [122] F. Chapelet, J. Guena, D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, G. Santarelli, S. Bize, A. Clairon, M.E. Tobar, and M. Abgrall. Comparisons between 3 fountain clocks at lne-syrte. In *Proc. of 21<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Geneva, Switzerland, 2007.
- [123] Y. Sortais, S. Bize, M. Abgrall, S. Zhang, C. Nicolas, C. Mandache, P. Lemonde, P. Laurent, G. Santarelli, N. Dimarcq, P. Petit, A. Clairon, A. Mann, A. Luiten, S. Chang, and C. Salomon. Cold atoms clocks. *Physica Scripta*, T95:50–57, 2001.
- [124] R. Wynands and S. Weyers. Atomic fountain clocks. *METROLOGIA*, 42, 2005.
- [125] J. Guena *et al.* New measurement of the rubidium hyperfine frequency using lne-syrte fountain ensemble. In *Proc. of 22<sup>th</sup> European Freq. and Time Forum*, Toulouse, France, 2008.
- [126] Ph. Laurent *et al.* Aces/pharao space program status. In *Proc. of the 2008 UFFC-IFCS*, Honolulu, USA, 2008.
- [127] J. Millo, S. Dawkins, R. Chicireanu, D. Varela Magalhães, C. Mandache, D. Holleville, M. Lours, S. Bize, and G. Santarelli P. Lemonde. Ultra-stable optical cavities: design and experiments at lne-syrte. In *Proc. of the 2008 IEEE-UFFC IFCS meeting*, Honolulu, USA, 2008.
- [128] Ch. J. Bordé, Ch. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, and Ch. Bréant. Optical ramsey fringes with traveling waves. *Phys. Rev. A*, 30(4):1836, 1984.
- [129] G. Wilpers, C. W. Oates, S. A. Diddams and A. Bartels, T. M. Fortier, W. H. Oskay, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, T. P. Heavner, and T. E. Parker L. Hollberg. Absolute frequency measurement of the neutral  $^{40}\text{Ca}$  optical frequency standard at 657 nm based on microkelvin atoms. *Metrologia*, 44:146–151, 2007.
- [130] C. Degenhardt, H. Stoeck, C. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P.-E. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle. Calcium optical frequency standard with ultracold atoms: Approaching  $10^{-15}$  relative uncertainty. *Phys. Rev. A*, 72:062111, 2005.
- [131] H. Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. In P. Gill, editor, *Sixth Symposium on frequency standards and metrology*, Singapore, 2002. World Scientific.
- [132] X. Baillard, M. Fouche, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, F. Chapelet, M. Abgrall, G. D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, S. Bize, G. Santarelli, A. Clairon, P. Lemonde, G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz. An optical lattice clock with spin-polarized  $^{87}\text{Sr}$  atoms. *Eur. Phys. J. D*, pages DOI: 10.1140/epjd/e2007-00330-3, 2007.
- [133] T. Rosenband, P. O. Schmidt, D. B. Hume, W. M. Itano, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, K. Kim, S. A. Diddams, J. C. J. Koelemeij, J. C. Bergquist, and D. J. Wineland. Observation of the  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  clock transition in  $^{27}\text{Al}^+$ . *Phys. Rev. Lett.*, 98:220801, 2007.



- [134] R. Boudot, S. Guérandel, E. De Clercq, N. Dimarcq, and A. Clairon. Current status of a pulsed cpt cs cell clock. *Accepted in IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2009.
- [135] *www.symmetricom.com*.



## Résumé

Les étalons atomiques de fréquences jouent aujourd'hui un rôle clé en physique fondamentale mais se retrouvent aussi dans des applications "grand public" telles que les satellites de positionnement. Les contraintes de compacité posées sur ces horloges embarquées sont évidemment très grandes mais les besoins actuels poussent vers des horloges toujours plus performantes.

Le projet HORACE (HORloge à Refroidissement d'Atomes en CELLule) permet, grâce à l'utilisation d'atomes refroidis par laser et à une géométrie originale où toutes les interactions ont lieu directement dans la cavité micro-onde, d'obtenir d'excellentes performances en fréquence tout en préservant la compacité et la simplicité globale du dispositif.

Ce mémoire expose les concepts fondateurs du projet HORACE. Il décrit par la suite la réalisation expérimentale du premier prototype à vocation métrologique de l'horloge HORACE. Il présente l'évaluation expérimentale et l'optimisation de la stabilité court-terme de l'horloge réalisée au laboratoire. L'étude de la séquence de refroidissement d'atomes en lumière isotrope a montré qu'environ  $2 \cdot 10^8$  atomes à une température de  $35 \mu K$  pouvaient être obtenus. Par ailleurs, la très grande stabilité de cette technique permet d'observer que les fluctuations cycle à cycle du nombre d'atomes froids sont principalement limitées par le bruit de grenaille atomique, et ce jusqu'au niveau de  $2 \cdot 10^{-4}$ . Cette grande stabilité a conduit à une simplification notable de la séquence expérimentale (refroidissement et détection) tout en préservant un rapport signal à bruit proche de 1000 en fonctionnement.

L'horloge a montré une stabilité relative de fréquence de  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  s'intégrant comme du bruit blanc jusqu'à quelques milliers de secondes. C'est à ce jour une des meilleures stabilités obtenues sur une horloge compacte. Ce résultat a pu être obtenu grâce à un fonctionnement où une partie des atomes froids sont recapturés d'un cycle à l'autre. Ceci permettant de réduire la durée de la phase de refroidissement jusqu'à 40 ms et d'obtenir *in fine* un rapport cyclique proche de 50%. La possibilité de faire fonctionner l'horloge à un taux de répétition élevé (12 Hz) relâche aussi les contraintes sur les spécifications en bruit de fréquence de l'oscillateur à quartz utilisé à terme. Enfin, les conclusions de cette étude sont extrapolées afin de prédire les performances attendues pour un fonctionnement en micro-gravité.

## Mots-clefs

refroidissement laser, horloges atomiques embarquées, stabilité de fréquence, métrologie

## Abstract

Atomic frequency standards play a key role in fundamental physics and are also part of applications such as positioning satellites. Constraints on compacity are very demanding as well as specifications in terms of performances. The HORACE project allows, thanks to the use of cold atoms and because all interactions take place in the same area, to reach very good performances in a small physics package. This thesis gives the fundamental concepts of the HORACE project, the realization of the experimental set-up and the evaluation and optimization of short term frequency stability. Optimization of cooling sequence and reduction of experimental noises are main subjects of interest. A short term stability of  $2.2 \cdot 10^{-13} \tau^{-1/2}$  is the main experimental result.

## Key words

laser cooling, atomic clocks, onboard clocks, frequency stability, metrology